POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

POST HBO

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre

15 juni 2004

Vraagstuk 1

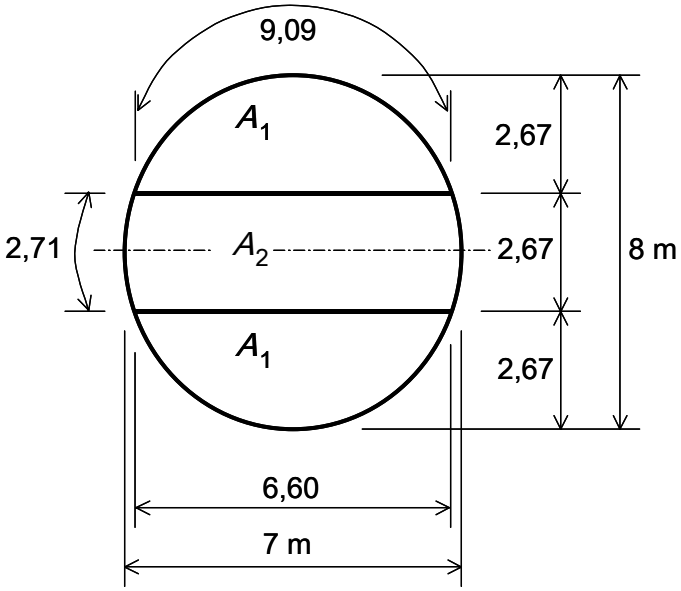
(35 minuten, 6 punten)

Een nieuw type vliegtuig A380 heeft een dwarsdoorsnede met twee vloeren (figuur 2). De dikte van de wanden en vloeren is t. Voor het bepalen van de wringeigenschappen wordt gebruik gemaakt van de zeepvliesanalogie. We gebruiken symmetrie waardoor slechts twee cellen in de berekening worden betrokken. A_1 en A_2 zijn de doorsnede-oppervlakken van deze cellen. Er geldt dat

$$A_1 = 12{,}83\ \text{m}^2$$
$$A_2 = 18{,}31\ \text{m}^2.$$



Figuur 1. Transport van de vliegtuigromp



Figuur 2. Dwarsdoorsnede van het vliegtuig

a) Stel de vergelijkingen op waaruit de verplaatsingen w_1 en w_2 van de zwevende plaatjes kunnen worden opgelost. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

   De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 1{,}76\frac{pt}{S}$ en $w_2 = 2{,}23\frac{pt}{S}$.

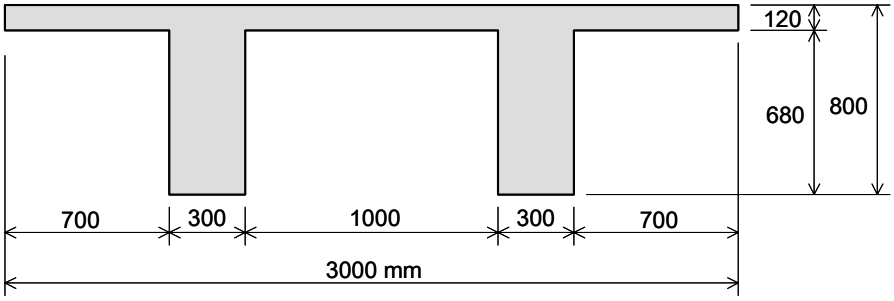
b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de schuifspanningen in de wanden. Schets de doorsnede en teken hierin de schuifspanningen in de goede richting.

Vraagstuk 2

(10 minuten, 2 punten)

We beschouwen de TT-ligger in figuur 3. Een doorsnedeprogramma berekent het wringtraagheidsmoment als $I_w = 13{,}06\ 10^9\ \text{mm}^4$.



Figuur 3. Doorsnede van een TT-ligger

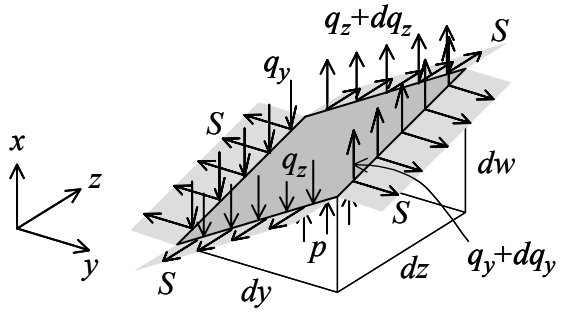
a) Schets de doorsnede en teken hierin de plaatsen waar de grootste wringspanningen zullen optreden en hun richtingen.

b) Controleer het wringtraagheidsmoment met een benaderingsformule.

Vraagstuk 3

(15 minuten, 2 punten)

Leidt de differentiaalvergelijking voor een zeepvlies af met behulp van figuur 4.



Figuur 4. Elementair deeltje van een zeepvlies

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat plaat 2 hoger zweeft dan plaat 1.

Verticaal evenwicht van plaat 1: $\boxed{p A_1 - S\frac{w_1}{t}9{,}09 + S\frac{w_2 - w_1}{t}6{,}60 = 0}$

Verticaal evenwicht van plaat 2: $\boxed{p A_2 - 2S\frac{w_2}{t}2{,}71 - 2S\frac{w_2 - w_1}{t}6{,}60 = 0}$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

$$w_1 = 1{,}76\frac{pt}{S}$$
$$w_2 = 2{,}23\frac{pt}{S}$$

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 3{,}52 G\theta t$$
$$\phi_2 = 4{,}46 G\theta t.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$\begin{aligned} M_w &= 2(2\phi_1 A_1 + \phi_2 A_2) \\ &= 2\left(2 \times 3{,}52 G\theta t\, 12{,}83 + 4{,}46 G\theta t\, 18{,}31\right) \\ &= 344\, G\theta t \end{aligned}$$

Voor een draadmodel van de vliegtuigromp geldt

$$M_w = GI_w\theta.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{GI_w = 344\, Gt}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment.

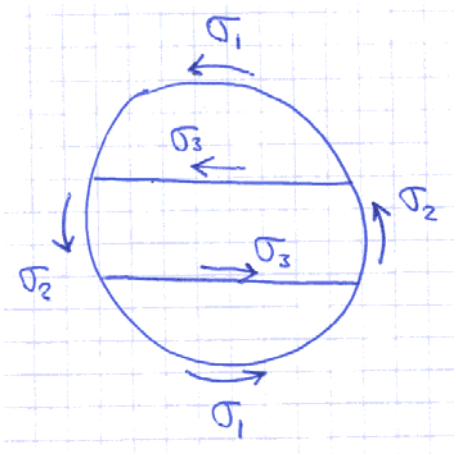
$$G\theta t = \frac{M_w}{344}$$

en drukken ϕ_1 en ϕ_2 uit in het wringmoment.

$$\phi_1 = \frac{3,52}{344} M_w = 0,0102\, M_w$$
$$\phi_2 = \frac{4,46}{344} M_w = 0,0130\, M_w$$

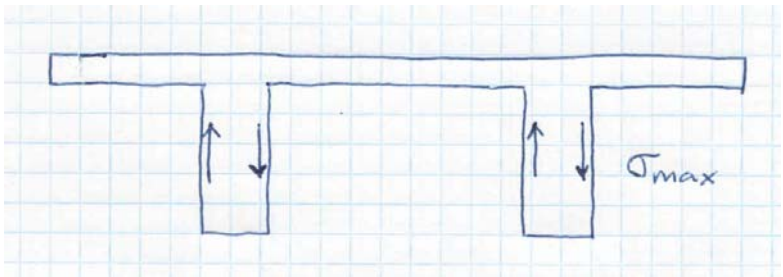
De schuifspanningen worden nu

$$\sigma_1 = \frac{\phi_1}{t} \qquad \boxed{\sigma_1 = 0,0102 \frac{M_w}{t}}$$
$$\sigma_2 = \frac{\phi_2}{t} \qquad \boxed{\sigma_2 = 0,0130 \frac{M_w}{t}}$$
$$\sigma_3 = \frac{\phi_2 - \phi_1}{t} \qquad \boxed{\sigma_3 = 0,0028 \frac{M_w}{t}}.$$

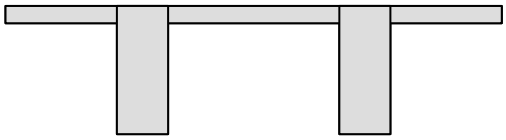


Uitwerking Vraagstuk 2

We kunnen de ϕ-heuvel visualiseren als een gespannen zeepvlies. De helling van ϕ-heuvel is de spanning. De grootste helling zal optreden aan de randen van de lijven.



b) We verdelen de doorsnede in vijf rechthoekige delen. De benaderingsformule voor dunwandige open doorsnede luidt



$$I_w = \sum \tfrac{1}{3} b h^3$$
$$= 2\tfrac{1}{3} 800 \times 300^3 + 2\tfrac{1}{3} 700 \times 120^3 + \tfrac{1}{3} 1000 \times 120^3$$
$$\boxed{I_w = 16\ 10^9\ \text{mm}^4}.$$

De overeenkomst is redelijk zodat geconcludeerd kan worden dat de computerberekening betrouwbaar is. We kunnen de benadering nog verbeteren met de coëfficiënten uit tabel 1 van de aantekeningen.

$$I_w = 2 \times 0{,}27 \times 800 \times 300^3 + 2 \times 0{,}30 \times 700 \times 120^3 + 0{,}33 \times 1000 \times 120^3$$
$$= 13\ 10^9\ \text{mm}^4$$

Uitwerking Vraagstuk 3

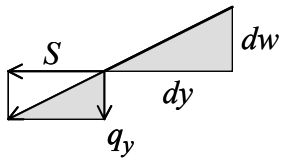
Evenwicht van het zeepvlies in de *x*-richting geeft

$$p\,dy\,dz - q_y dz + (q_y + dq_y)dz - q_z dy + (q_z + dq_z)dy = 0\,.$$

Dit kan vereenvoudigd worden tot

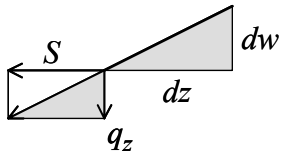
$$p + \frac{dq_y}{dy} + \frac{dq_z}{dz} = 0\,. \qquad (*)$$

De helling van het zeepvlies in de *y*-richting bepaalt de verticale kracht q_y.



$$\frac{q_y}{S} = \frac{dw}{dy}$$

De helling van het zeepvlies in de *z*-richting bepaalt de verticale kracht q_z.



$$\frac{q_z}{S} = \frac{dw}{dz}$$

Substitutie van de twee voorgaande relaties in vergelijking (*) geeft

$$p + S\frac{d^2w}{dy^2} + S\frac{d^2w}{dz^2} = 0$$

ofwel

$$\boxed{\frac{d^2w}{dy^2} + \frac{d^2w}{dz^2} = -\frac{p}{S}}$$

hetgeen te bewijzen was.