POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

POST HBO

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

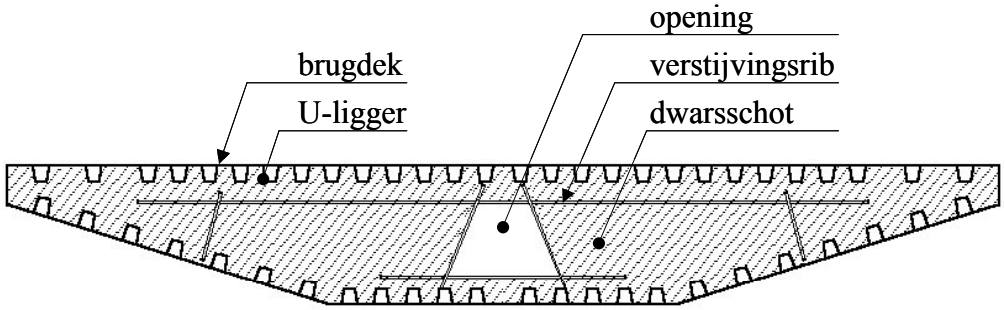
: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/1TM5.html

6 april 2005

Vraagstuk 1

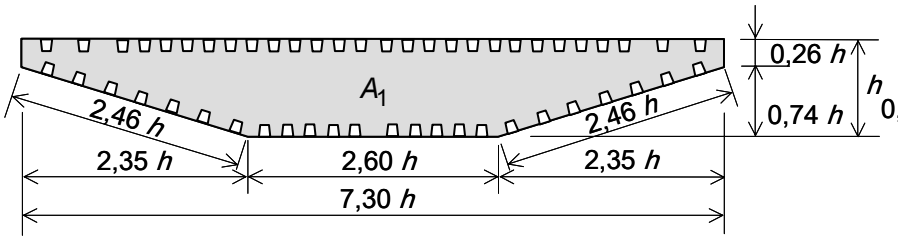
(35 minuten, 6 punten)

Een tuibrug in Normandie heeft een doorsnede volgens figuur 1. Het dek en de onderzijde bestaan uit plaatstaal verstevigd met 52 U-liggers. Uit het oogpunt van wringing bestaat de doorsnede uit 53 cellen, namelijk 1 grote cel en 52 kleine cellen. In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze brug.

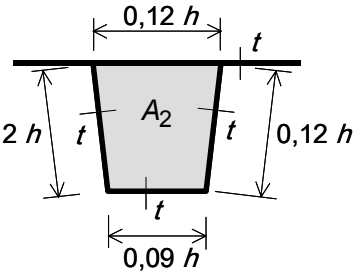


Figuur 1. Doorsnede van de brug

We nemen aan dat alle delen gelast zijn uit plaatstaal met een dikte t. We nemen ook aan dat alle kleine cellen dezelfde vorm en oppervlakte hebben.



Figuur 2. Afmetingen van de grote cel



Figuur 3. Afmetingen van de kleine cellen

Er geldt dat

$A_1 = 4{,}911 h^2$

$A_2 = 0.013 h^2$

a) Stel de vergelijkingen op waaruit de verplaatsingen w_1 en w_2 van de zwevende plaatjes kunnen worden opgelost. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 0{,}395 \frac{pht}{S}$ en $w_2 = 0{,}319 \frac{pht}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de schuifspanningen in de wanden. Schets de doorsnede en teken hierin de schuifspanningen in de goede richting.

Vraagstuk 2

(15 minuten, 2 punten)

Met de formules van Bredt kunnen de wringeigenschappen van ééncellige kokers worden berekend. We beschouwen de doorsnede van vraagstuk 1 en laten de kleine cellen weg. (Als u niet zeker bent van uw antwoorden bij vraag 1 kunt u de volgende waarden gebruiken: Het wringtraagheidsmoment bedraagt $I_w = 9\,h^3\,t$ en de schuifspanning in het dek bedraagt $\tau = 0{,}09\,\frac{M_w}{h^2 t}$.)

a) Controleer de wringstijfheid van de doorsnede van vraagstuk 1 met de eerste formule van Bredt. Wat is de bijdrage van de kleine kokers aan de wringstijfheid?

b) Controleer de schuifspanning in het dek van de doorsnede van vraagstuk 1 met de tweede formule van Bredt. In welke mate veranderen de kleine kokers de schuifspanning in het dek?

Vraagstuk 3

(10 minuten, 2 punten)

De grootste schuifspanning in een staaf met een ellipsvormige doorsnede ten gevolge van een wringmoment bedraagt

$$\sigma_{max} = \frac{M_w}{\frac{1}{4} A\, 2b}.$$

Hierin is M_w het wringmoment, A het oppervlak en $2b$ de dikte van de staafdoorsnede.
Beschrijf hoe deze formule kan worden afgeleid. (U hoeft de formule niet daadwerkelijk af te leiden.)

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat plaat 1 hoger zweeft dan plaat 2.
Verticaal evenwicht van plaat 1:

$$p A_1 - S\frac{w_1}{t}(7,30h + 2\times 0,26h + 2\times 2,46h + 2,60h - 52\times 0,12h) - S\frac{w_1 - w_2}{t}52\times(2\times 0,12h + 0,09h) = 0$$

Verticaal evenwicht van plaat 2:

$$p A_2 - S\frac{w_2}{t}0,12h + S\frac{w_1 - w_2}{t}(2\times 0,12h + 0,09h) = 0$$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

$$w_1 = 0,395\frac{p h t}{S}$$
$$w_2 = 0,319\frac{p h t}{S}$$

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 0,790 G\theta h t$$
$$\phi_2 = 0,638 G\theta h t.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$\begin{aligned} M_w &= 2(\phi_1 A_1 + 52\phi_2 A_2) \\ &= 2\left(0,790 G\theta h t\, 4,911 h^2 + 52\times 0,638 G\theta h t\, 0,013 h^2\right) \\ &= 8,62\, G\theta h^3 t \end{aligned}$$

Voor een draadmodel van de brug geldt

$$M_w = G I_w \theta.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{G I_w = 8,62\, G h^3 t}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment.

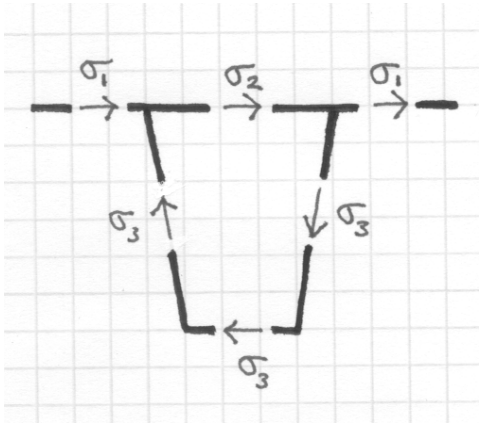
$$G\theta h t = \frac{M_w}{8,62h^2}$$

en drukken ϕ_1 en ϕ_2 uit in het wringmoment.

$$\phi_1 = 0,790\frac{M_w}{8,62h^2} = 0,0916\frac{M_w}{h^2}$$
$$\phi_2 = 0,638\frac{M_w}{8,62h^2} = 0.0740\frac{M_w}{h^2}.$$

De schuifspanningen worden nu

$$\sigma_1 = \frac{\phi_1}{t} \qquad \boxed{\sigma_1 = 0,0916\frac{M_w}{h^2t}}$$
$$\sigma_2 = \frac{\phi_2}{t} \qquad \boxed{\sigma_2 = 0,0740\frac{M_w}{h^2t}}$$
$$\sigma_3 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{t} \qquad \boxed{\sigma_3 = 0,0176\frac{M_w}{h^2t}}.$$



Uitwerking Vraagstuk 2

a) Eerste formule van Bredt.

$$GI_w = G\frac{4A^2}{\sum\frac{s_i}{h_i}} = G\frac{4(4,911h^2 + 52\times 0,013h^2)^2}{\frac{7,30h}{t} + 2\frac{0,26h}{t} + 2\frac{2,46h}{t} + \frac{2,60h}{t}} = G\frac{124,86h^4}{\frac{15,34h}{t}} = 8,14Gh^3t$$

De bijdrage van de kleine cellen aan de wringstijfheid is

$$\frac{8,62 - 8,14}{8,62} * 100\% = 6\%.$$

b) Tweede formule van Bredt

$$\sigma_{max} = \frac{M_w}{2A\,h_{min}} = \frac{M_w}{2(4,911h^2 + 52\times 0,013h^2)t} = \frac{M_w}{11,17\,h^2t} = 0,0895\frac{M_w}{h^2t}$$

De kleine cellen vergroten de schuifspanning met

$$\frac{0,0916 - 0,0895}{0,0916} * 100\% = 2\% .$$

Conclusie: De kleine cellen kunnen we eigenlijk verwaarlozen bij berekening van de wringeigenschappen.

Uitwerking Vraagstuk 3

De ϕ-heuvel van een ellipsvormige doorsnede is bekend.
De spanning is gelijk aan de helling van de ϕ-heuvel.
De spanning is maximaal waar de helling het grootst is.
Het wringmoment is gelijk aan 2 maal de inhoud van de ϕ-heuvel.
Hiermee kan de maximale spanning worden uitgedrukt in het wringmoment.