POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/1TM5.html

POST HBO

Vraagstuk 1

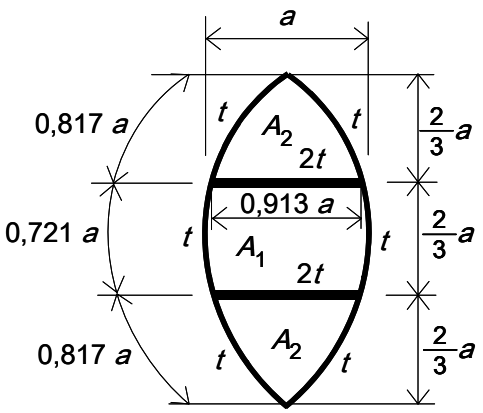
(35 minuten, 6 punten)

Een architect ontwerpt kolommen voor een wooncomplex in Dordrecht. De doorsnede van de kolommen is getekend in figuur 1. De delen bestaan uit gelast plaatstaal. In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze kolommen met de membraan analogie.

Er geldt dat

$A_1 = 0,623\ a^2$

$A_2 = 0,361\ a^2$



Figuur 1. Kolomdoorsnede

a) Stel de vergelijkingen op waaruit de verplaatsingen w_1 en w_2 van de zwevende plaatjes kunnen worden opgelost. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

   De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 0,362\frac{pat}{S}$ en $w_2 = 0,252\frac{pat}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de schuifspanningen in de wanden. Schets de doorsnede en teken hierin de schuifspanningen in de goede richting.

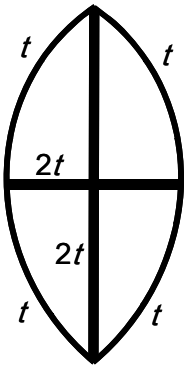
Vraagstuk 2

(15 minuten, 2 punten)

Stel dat de architect kolommen had ontworpen met de doorsnede van figuur 2. De buitenafmetingen zijn hetzelfde als die van figuur 1.

a) Is de wringstijfheid van deze doorsnede groter of kleiner dan die van figuur 1. Verklaar uw antwoord. (U hoeft niets uit te rekenen.)

b) Bereken de wringeigenschappen van deze doorsnede met de formules van Bredt.



Figuur 2. Alternatieve kolomdoorsnede

Vraagstuk 3

(10 minuten, 2 punten)

Laat zien dat

$$\psi = \frac{z}{6a}(3y^2 - z^2)$$

een oplossing is van de differentiaalvergelijking voor wringing.

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat plaat 1 hoger zweeft dan plaat 2.

Verticaal evenwicht van plaat 1: $\boxed{pA_1 = S\frac{w_1}{t}2\times 0{,}721a + S\frac{w_1 - w_2}{2t}2\times 0{,}913a}$

Verticaal evenwicht van plaat 2: $\boxed{pA_2 = S\frac{w_2}{t}2\times 0{,}817a - S\frac{w_1 - w_2}{2t}0{,}913a}$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

$$w_1 = 0{,}362\frac{pat}{S}$$
$$w_2 = 0{,}252\frac{pat}{S}$$

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 0{,}724G\theta at$$
$$\phi_2 = 0{,}504G\theta at.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$\begin{aligned} M_w &= 2(\phi_1 A_1 + 2\phi_2 A_2) \\ &= 2\left(0{,}724G\theta at\,0{,}623a^2 + 2\times 0{,}504G\theta at\,0{,}361a^2\right) \\ &= 1{,}63G\theta a^3 t \end{aligned}$$

Voor een draadmodel van de kolom geldt

$$M_w = GI_w\theta.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{GI_w = 1{,}63\,Ga^3 t}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment.

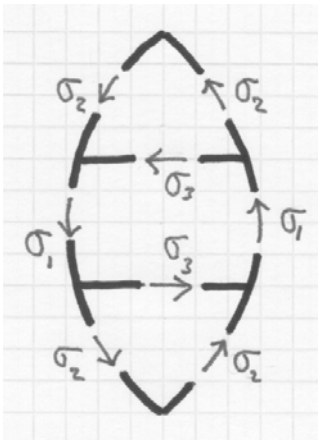
$$G\theta a t = \frac{M_w}{1{,}63 a^2}$$

en drukken ϕ_1 en ϕ_2 uit in het wringmoment.

$$\phi_1 = 0{,}724 \frac{M_w}{1{,}63 a^2} = 0{,}444 \frac{M_w}{a^2}$$
$$\phi_2 = 0{,}504 \frac{M_w}{1{,}63 a^2} = 0{,}309 \frac{M_w}{a^2}.$$

De schuifspanningen worden nu

$$\sigma_1 = \frac{\phi_1}{t} \qquad \boxed{\sigma_1 = 0{,}444 \frac{M_w}{a^2 t}}$$
$$\sigma_2 = \frac{\phi_2}{t} \qquad \boxed{\sigma_2 = 0{,}309 \frac{M_w}{a^2 t}}$$
$$\sigma_3 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2t} \qquad \boxed{\sigma_3 = 0{,}068 \frac{M_w}{a^2 t}}.$$



Uitwerking Vraagstuk 2

a) De wringstijfheid is kleiner. De zwevende platen van de vier cellen zullen dezelfde hoogte hebben vanwege symmetrie. In de inwendige wanden zullen geen wringspanningen optreden. De inwendige wanden zullen niet meedoen bij het dragen van het wringmoment.

b) Eerste formule van Bredt.

$$GI_w = G \frac{4A^2}{\sum \frac{s_i}{h_i}} = G \frac{4(2 \times 0{,}361 a^2 + 0{,}623 a^2)^2}{2\left(2 \times \frac{0{,}817 a}{t} + \frac{0{,}721 a}{t}\right)} = 1{,}54 G a^3 t$$

Tweede formule van Bredt

$$\sigma_{max} = \frac{M_w}{2A h_{min}} = \frac{M_w}{2(2 \times 0{,}361 a^2 + 0{,}623 a^2) t} = 0{,}372 \frac{M_w}{a^2 t}$$

Uitwerking Vraagstuk 3

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{z}{6a}(6y)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{z}{a}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{1}{6a}(3y^2 - 3z^2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{6a}(-6z) = -\frac{z}{a}$$

Eenvoudig is te zien dat inderdaad aan de differentiaalvergelijking wordt voldaan.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{z}{a} - \frac{z}{a} = 0$$