POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

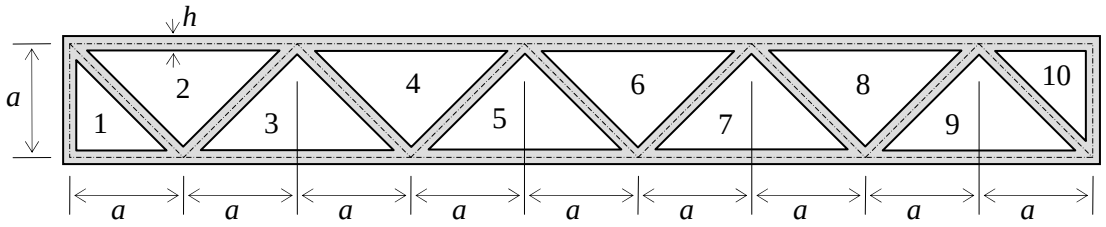
POST HBO

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 4 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

: In september kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/1TM5.html



Figuur 1. Doorsnede van een geëxtrudeerde koker

Vraagstuk 1

(30 minuten, 6 punten)

Een geëxtrudeerde kunststof koker heeft een doorsnede volgens figuur 1. Alle wanddelen hebben een dikte *h*. Er geld dat *h* << *a*. In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen met de membraananalogie.

a) Stel de evenwichtsvergelijkingen op van zwevend plaatje 1, 2 en 3. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

De oplossing van de vergelijkingen is:

$w_1 = 0,3309\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_2 = 0,4453\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_3 = 0,4822\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_4 = 0,4941\frac{p\,a\,h}{S}$,

$w_5 = 0,4975\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_6 = 0,4975\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_7 = 0,4941\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_8 = 0,4822\frac{p\,a\,h}{S}$,

$w_9 = 0,4453\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_{10} = 0,3309\frac{p\,a\,h}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die in de wanden optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen in alle wanden. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

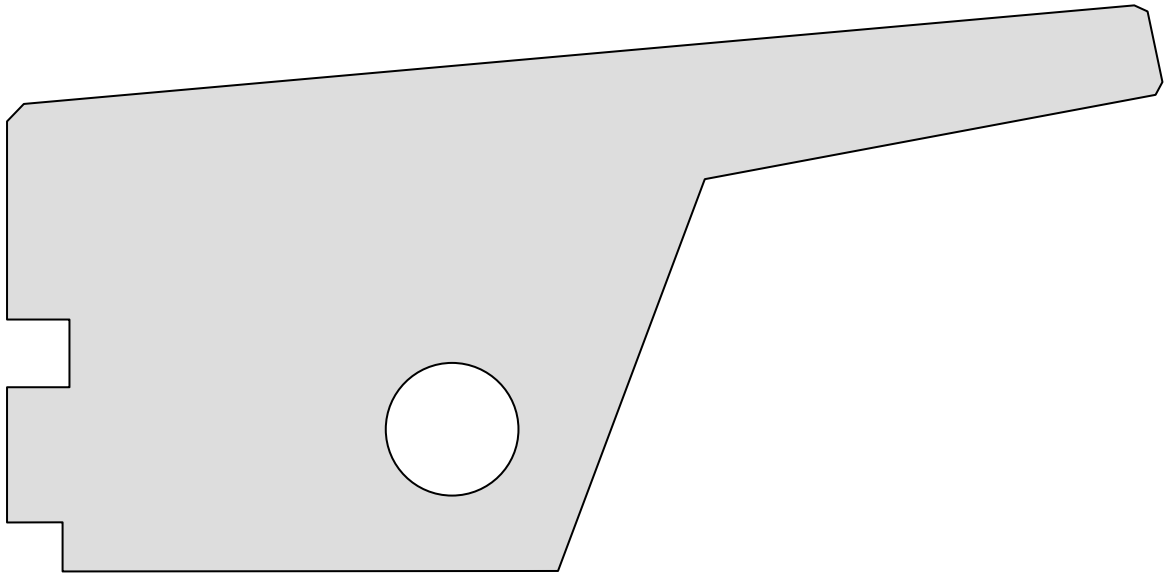
Vraagstuk 2

(15 minuten, 2 punten)

Beschouw de gewapend betonnen ligger van figuur 2.

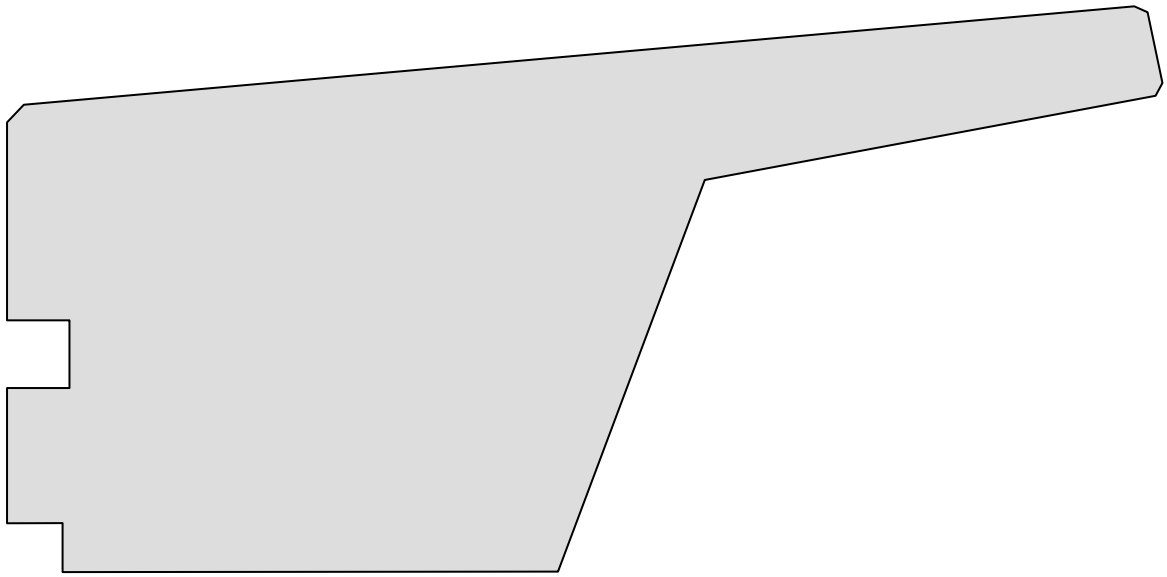
a) Schets de ϕ-heuvel in deze figuur. (Lever blad 3 in bij uw uitwerking.)

b) Geef aan in de figuur waar de grootste spanningen ten gevolge van een wringend moment zullen optreden.



Figuur 2. Doorsnede van een gewapend betonnen ligger. Teken hierin de hoogtelijnen van de ϕ-heuvel en de plaatsen waar de grootste spanning optreden.

c) Het cirkelvormige kanaal in het inwendige van de doorsnede heeft een grote invloed op de krachtenstroom. Stel dat het mogelijk is om het ontwerp aan te passen en de plaats van het kanaal te verschuiven binnen de doorsnede. Teken in figuur 3 de beste plaats voor het kanaal binnen de doorsnede. Let hierbij op kleine wringspanningen en een grote wringstijfheid.



Figuur 3. Doorsnede van een gewapend betonnen ligger. Tekenen hierin de beste plaats voor het cirkelvormige kanaal.

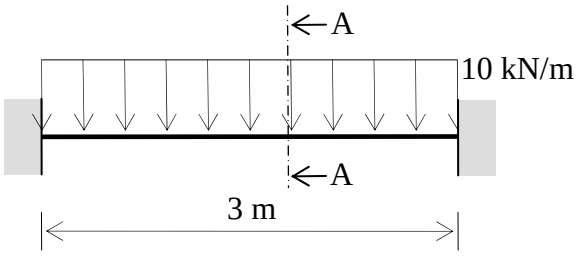
Vraagstuk 3

(15 minuten, 2 punten)

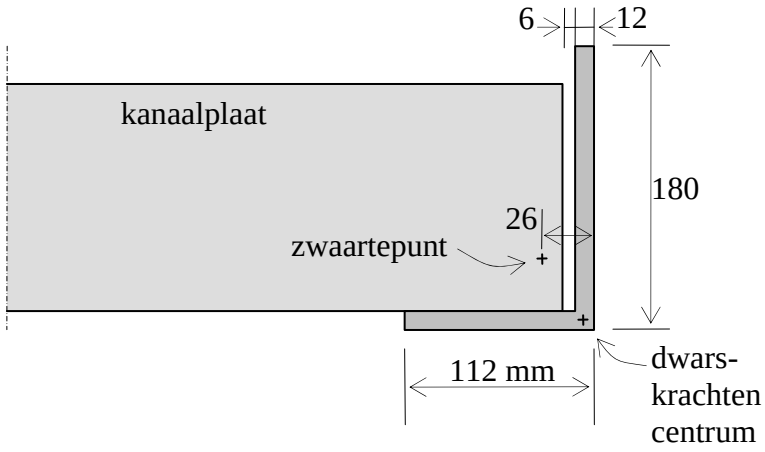
Een aan weerzijden ingeklemde ligger wordt belast door kanaalplaten (Fig. 4). De ligger heeft een asymmetrische doorsnede. De flens- en lijfdikte zijn 12 mm (Fig. 5). Door de belasting buigt de ligger door en roteert de middendoorsnede.

a) Teken de richting waarin de profieldoorsnede roteert.

b) Bereken het grootste wringend moment in de ligger.



Figuur 4: Ingeklemde ligger



Figuur 5: Profieldoorsnede A-A

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat $w_1 > w_2$, $w_2 > w_3$ enzovoort.

Evenwicht van plaatjes geeft de volgende vergelijkingen

$$p\tfrac{1}{2}aa = aS\frac{w_1}{h} + aS\frac{w_1}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_1 - w_2)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_2}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_1 - w_2)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_2 - w_3)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_3}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_2 - w_3)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_3 - w_4)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_4}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_3 - w_4)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_4 - w_5)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_5}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_4 - w_5)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_5 - w_6)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_6}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_5 - w_6)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_6 - w_7)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_7}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_6 - w_7)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_7 - w_8)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_8}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_7 - w_8)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_8 - w_9)}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}2aa = 2aS\frac{w_9}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_8 - w_9)}{h} + \sqrt{2}aS\frac{(w_9 - w_{10})}{h}$$
$$p\tfrac{1}{2}aa = aS\frac{w_{10}}{h} + aS\frac{w_{10}}{h} - \sqrt{2}aS\frac{(w_9 - w_{10})}{h}$$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 0{,}6618G\theta ah, \quad \phi_2 = 0{,}8906G\theta ah, \quad \phi_3 = 0{,}9644G\theta ah, \quad \phi_4 = 0{,}9882G\theta ah,$$
$$\phi_5 = 0{,}9950G\theta ah, \quad \phi_6 = 0{,}9950G\theta ah, \quad \phi_7 = 0{,}9882G\theta ah, \quad \phi_8 = 0{,}9644G\theta ah,$$
$$\phi_9 = 0{,}8906G\theta ah, \quad \phi_{10} = 0{,}6618G\theta ah.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$M_w = 2(\phi_1\tfrac{1}{2}a^2 + \phi_2 a^2 + \phi_3 a^2 + \phi_4 a^2 + \phi_5 a^2 + \phi_6 a^2 + \phi_7 a^2 + \phi_8 a^2 + \phi_9 a^2 + \phi_{10}\tfrac{1}{2}a^2)$$
$$= 2a^2(\phi_1\tfrac{1}{2} + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8 + \phi_9 + \phi_{10}\tfrac{1}{2})$$

$$= 2a^2\,(0,6618\tfrac{1}{2} + 0,8906 + 0,9644 + 0,9882 + 0,9950 + 0,9950 + 0,9882 + 0,9644 + 0,8906 + 0,6618\tfrac{1}{2})G\theta ah$$
$$= 16,7G\theta a^3 h$$

Voor een draadmodel van de koker geldt

$$M_w = GI_w\theta\,.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{GI_w = 16,7G\,a^3 h}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment

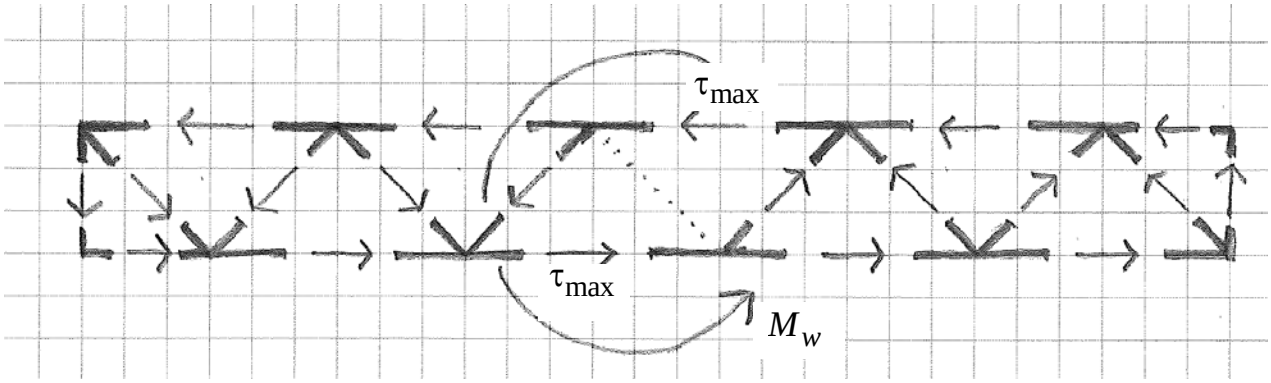
$$G\theta\,a\,h = \frac{M_w}{16,7\,a^2}$$

en drukken ϕ_5 uit in het wringmoment.

$$\phi_5 = 0,9950\frac{M_w}{16,7\,a^2}\,.$$

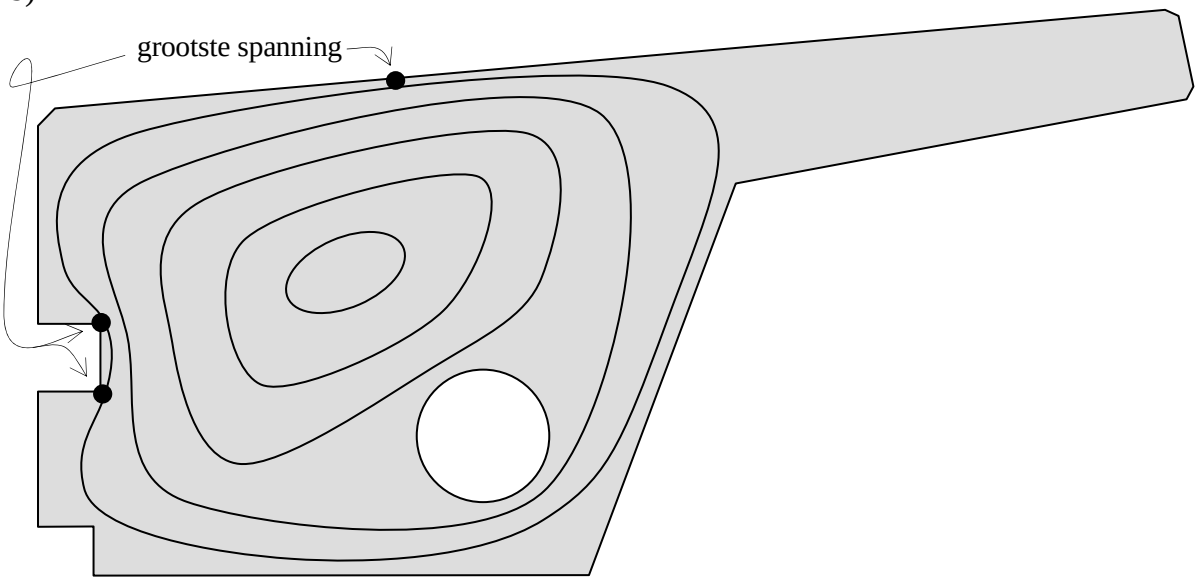
De grootste schuifspanning treedt op in de onderwand van cel 5 en de bovenwand van cel 6. Immers, daar is de ϕ-heuvel het hoogst.

$$\tau_{\max} = \frac{\phi_5}{h} \qquad \boxed{\tau_{\max} = \frac{M_w}{16,8\,a^2 h}}.$$

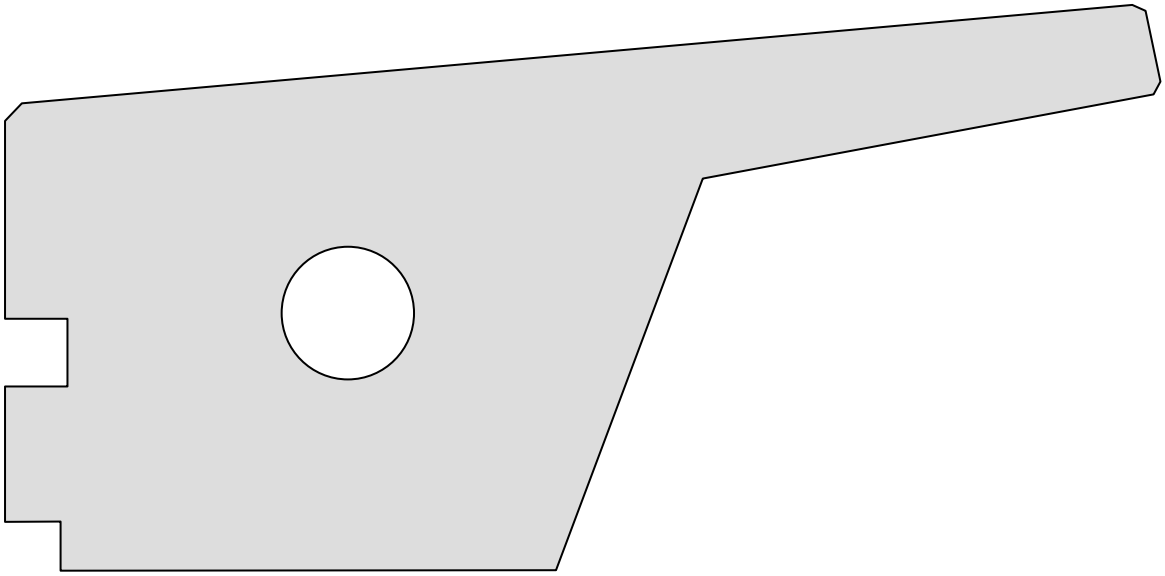


Uitwerking Vraagstuk 2

a), b)

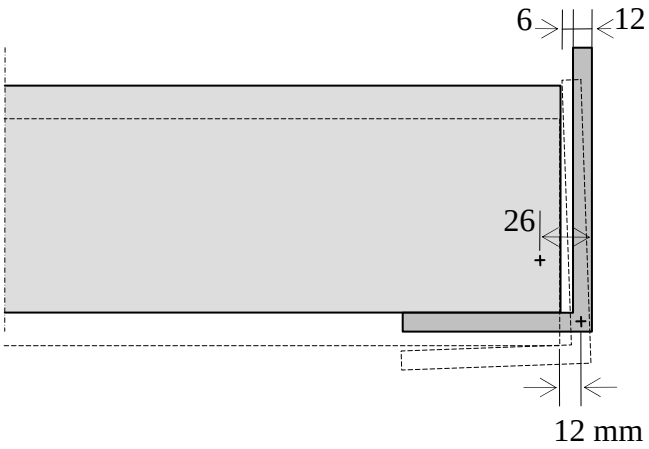


c)



Uitwerking Vraagstuk 3

a)



b) De belasting grijpt aan op 12 mm van het dwarskrachtencentrum. (In werkelijkheid zal deze afstand een beetje groter zijn omdat het betonnen oplegpuntje zal verbrijzelen.) De verdeelde wringend momentbelasting is $m_w = 10 \times 0,012 = 0,12$ kNm/m. Het wringend moment in de ligger is het grootst bij de inklemming. De helft van de belasting gaat naar links en de andere helft naar rechts $M_w = 0,12 \times 1.5 = 0,18$ kNm