POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/1TM5.html

POST HBO

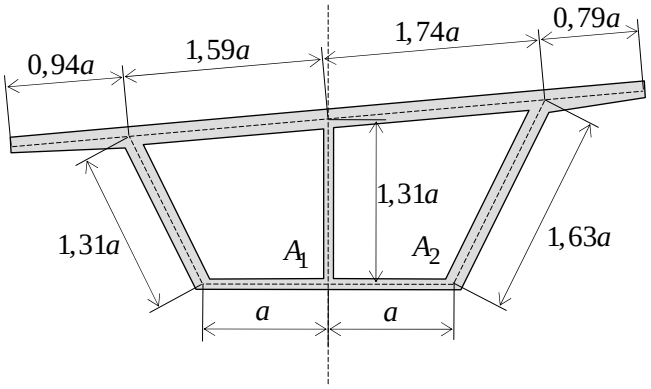
Vraagstuk 1

(30 minuten, 6 punten)

Een kokerbrug heeft een scheve doorsnede (Fig. 1). Het dek en de zijwanden hebben een dikte 2*h*. De middenwand en de bodem hebben een dikte *h*. De oppervlakken van de cellen zijn

$A_1 = 1{,}62\ a^2$
$A_2 = 1{,}86\ a^2$.

In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen met de membraananalogie.



Figuur 1. Doorsnede van de kokerbrug

a) Stel de vergelijkingen op waaruit de verplaatsingen w_1 en w_2 van de zwevende plaatjes kunnen worden opgelost. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

   De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 0{,}635\frac{p\,a\,h}{S}$ en $w_2 = 0{,}674\frac{p\,a\,h}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die in de wanden optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen in alle wanden. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

Vraagstuk 2

(15 minuten, 2 punten)

a) In vraagstuk 1 zijn de uitstekende delen van het dek weggelaten bij de berekening van de wringeigenschappen. Waarom kunnen deze bijdragen worden verwaarloosd?

b) Uit vraagstuk 1 blijkt dat de middenwand weinig bijdraagt aan het opnemen van het wringmoment. Verklaar dit in woorden.

Stel dat compatibiliteitswringing optreedt in een constructiedeel van een raamwerk. De volgende vragen hebben betrekking op deze algemene situatie.

c) Doet het wringmoment in dit constructiedeel mee bij het dragen van de belasting? Verklaar uw antwoord.

d) Is het correct om de wringstijfheid van dit constructiedeel gelijk te stellen aan nul als we de buigende momenten en dwarskrachten in deze en andere constructiedelen willen berekenen?

e) Is het correct om de wringstijfheid van dit constructiedeel gelijk te stellen aan nul als we de wringspanning in dit constructiedeel willen berekenen?

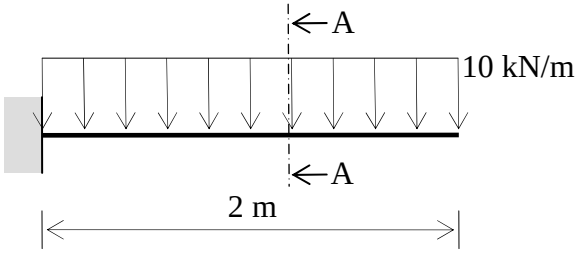
Vraagstuk 3

(15 minuten, 2 punten)

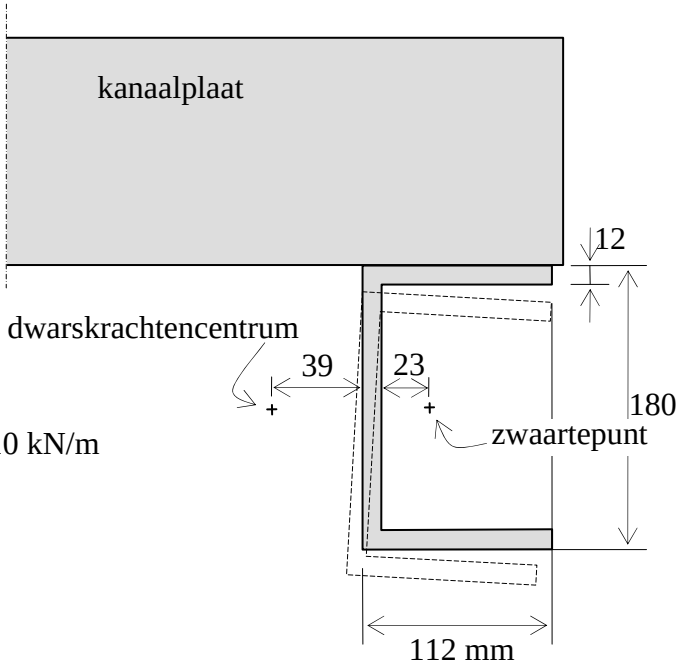
Een uitkragende ligger wordt belast door kanaalplaten (Fig. 2). De ligger heeft een asymmetrische doorsnede. De flens- en lijfdikte is 12 mm (Fig. 3). Door de belasting buigt de ligger door en roteert het liggeruiteinde.

a) Bereken het grootste wringmoment in de ligger.

b) Verklaar de richting van de rotatie.



Figuur 2: Uitkragende ligger



Figuur 3: Profieldoorsnede A-A

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat plaat 1 hoger zweeft dan plaat 2.

Verticaal evenwicht van plaat 1: $\boxed{pA_1 = aS\frac{w_1}{h} + 1{,}31aS\frac{(w_1 - w_2)}{h} + 1{,}59aS\frac{w_1}{2h} + 1{,}31aS\frac{w_1}{2h}}$

Verticaal evenwicht van plaat 2: $\boxed{pA_2 = aS\frac{w_2}{h} + 1{,}63aS\frac{w_2}{2h} + 1{,}74aS\frac{w_2}{2h} - 1{,}31aS\frac{(w_1 - w_2)}{h}}$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 1{,}27G\theta ah$$
$$\phi_2 = 1{,}35G\theta ah.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$\begin{aligned} M_w &= 2(\phi_1 A_1 + \phi_2 A_2) \\ &= 2\left(1{,}27G\theta ah \times 1{,}62a^2 + 1{,}35G\theta ah \times 1{,}86 * a^2\right) \\ &= 9{,}13G\theta a^3 h \end{aligned}$$

Voor een draadmodel van de flat geldt

$$M_w = GI_w\theta.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{GI_w = 9{,}13Ga^3h}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment

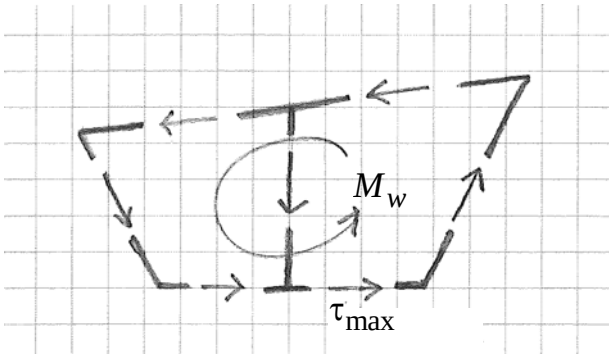
$$G\theta ah = \frac{M_w}{9{,}13a^2}$$

en drukken ϕ_2 uit in het wringmoment.

$$\phi_2 = 1{,}35\frac{M_w}{9{,}13a^2}.$$

De grootste schuifspanning treedt op in de bodem van cel 2. Immers, daar is de ϕ-heuvel het grootst en de dikte het kleinst.

$$\tau_{max} = \frac{\phi_2}{h} \qquad \boxed{\tau_{max} = \frac{M_w}{6{,}76a^2h}}.$$



Uitwerking Vraagstuk 2

a) De uitstekende delen zijn veel minder stijf dan de rest van de doorsnede. Dit komt doordat de schuifstroom heen en terug gaat door deze delen. De hefboomsarm tussen de “heen-spanningen” en de “terug-spanningen” is heel klein vergeleken met de hefboomsarm in het kokerdeel van de doorsnede.

b) De middenwand bevindt zich in het midden van de doorsnede. Daardoor is de ϕ-heuvel aan weerszijden ongeveer even hoog. Daardoor gaat er weinig schuifstroom door de middenwand.

c) Ja, maar slechts weinig. / Nee, de bijdrage is verwaarloosbaar.

d) Ja

e) Nee

Uitwerking Vraagstuk 3

a) De verdeelde wringend momentbelasting is $m_w = 10 \times 0{,}039 = 0{,}39\,\text{kNm/m}$.
Het wringend moment in de ligger is het grootst bij de inklemming. $M_w = 0{,}39 \times 2 = 0{,}78\,\text{kNm}$

b) Als de belasting aangrijpt in het dwarskrachtencentrum is er geen wringend moment. Echter, de belasting grijpt aan in de hoek van het profiel. Hierdoor ontstaat een rechtsomdraaiend wringmoment in de doorsnede. Het profieluiteinde roteert dus rechtsom.