POST HBO

Tentamen wringing

7 maart 2017

P.C.J. Hoogenboom

OPMERKINGEN
Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden.

Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd. Ook boeken, rekenmachine, oude tentamens, laptopcomputer en een tablet mogen worden gebruikt.

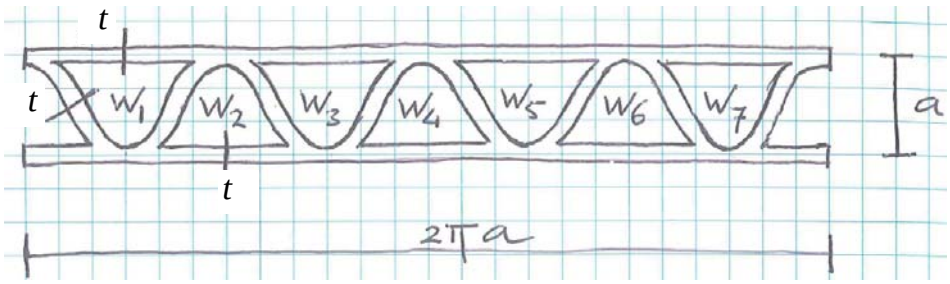
Het is niet toegestaan om een telefoon te gebruiken. Het is niet toegestaan om met anderen te communiceren tijdens het tentamen. Het is ook niet toegestaan om software te gebruiken waarmee met anderen gecommuniceerd kan worden.

Na afloop kunt u de uitwerking vinden op http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/1TM5.html

Vraagstuk 1

(40 minuten, 5 punten)

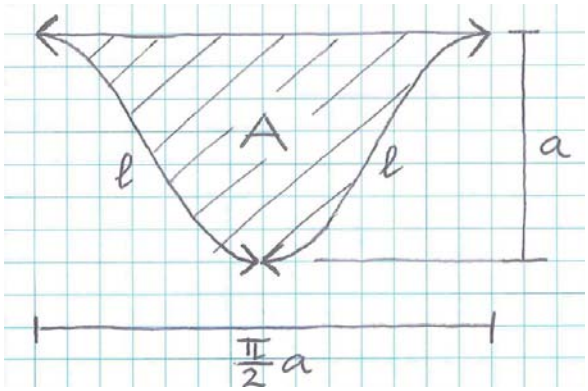
Een profiel bestaat uit drie aan elkaar gelijmde lamellen (fig. 1, 2). De middelste lamel is gegolfd. De lamellen hebben diktes *t*, die veel kleiner is dan afmeting *a*. In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van het profiel met de membraananalogie.



Figuur 1. Doorsnede van het profiel

$$A = \frac{\pi}{4} a^2$$

$$l = 1.317a$$



Figuur 2. Afmetingen van een cel

a) Stel de vergelijkingen op van de zwevende plaatjes w_1 en w_2. (U hoeft de vergelijkingen van de andere zwevende plaatjes niet op te stellen. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.)

De oplossing van de vergelijkingen is

$$w_1 = 0,324\frac{pat}{S},$$
$$w_2 = 0,437\frac{pat}{S},$$
$$w_3 = 0,475\frac{pat}{S},$$
$$w_4 = 0,485\frac{pat}{S},$$
$$w_5 = 0,475\frac{pat}{S},$$
$$w_6 = 0,437\frac{pat}{S},$$
$$w_7 = 0,324\frac{pat}{S}.$$

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die in de lamellen optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen in de lamellen. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

d) Bereken de wringspanning ook met de formule van Bredt. Benader daartoe het profiel door een doorsnede met 1 cel. Hoe groot is de fout (%) die gemaakt wordt door de benadering?

Vraagstuk 2

(10 minuten, 2 punten)

Beschouw figuur 1. Stel dat het profiel oneindig breed is (En dus ook oneindig veel golven heeft.) Wat is dan de wringstijfheid per eenheid van breedte? Verklaar uw antwoord?

Vraagstuk 3

(40 minuten, 3 punten)

Een gebouw van 14 verdiepingen heeft 5 stabiliteitswanden. De hoogte van het gebouw is 49 m. Het normaalkrachtencentrum (zwaartepunt) en het dwarskrachtencentrum zijn gegeven in figuur 3. Het gebouw is gefundeerd op een gewapend betonnen kelderbak. Een windbelasting van 1 kN/m^2 treedt op loodrecht op de lange wand van het gebouw.

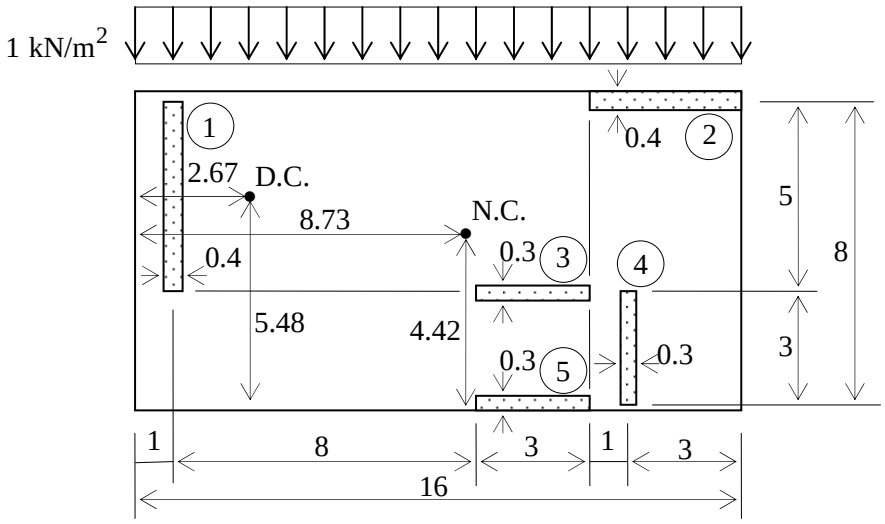
a) Hoe zal het gebouw draaien door de windbelasting; met de klok mee of tegen de klok in? (zie figuur 3) Verklaar uw antwoord.

b) Bereken het grootste wringend moment in het gebouw. Waar treedt deze op?

c) Stel dat de windbelasting wordt opgenomen door alleen Saint Venant wringing.
Wat is de grootste schuifspanning in de stabiliteitswanden door het wringend moment?

d) Is er sprake van verhinderde welving van de plattegrond van het gebouw?
Verklaar uw antwoord.

e) Stel dat de windbelasting ook wordt opgenomen door Vlasov wringing.
De verdeling van het wringend moment over de stabiliteitswanden is respectievelijk 10%, 11%, 3%, 59%, 17%
Wat is de grootste normaalspanning in de stabiliteitswanden door het wringend moment?



Figuur 3. Plattegrond (maten in m)

Uitwerking Vraagstuk 1

```
> restart:
> A:=Pi/4*a^2: l:=1.317*a:
> # 1a - Vergelijkingen
> # aangenomen dat w1<w2<w3<w4<w5<w6<w7
> eq1:= p*A = Pi/2*a*S*w1/t + l*S*w1/t      - l*S*(w2-w1)/t:
  eq2:= p*A = Pi/2*a*S*w2/t + l*S*(w2-w1)/t - l*S*(w3-w2)/t:
  eq3:= p*A = Pi/2*a*S*w3/t + l*S*(w3-w2)/t - l*S*(w4-w3)/t:
  eq4:= p*A = Pi/2*a*S*w4/t + l*S*(w4-w3)/t - l*S*(w5-w4)/t:
  eq5:= p*A = Pi/2*a*S*w5/t + l*S*(w5-w4)/t - l*S*(w6-w5)/t:
  eq6:= p*A = Pi/2*a*S*w6/t + l*S*(w6-w5)/t - l*S*(w7-w6)/t:
  eq7:= p*A = Pi/2*a*S*w7/t + l*S*(w7-w6)/t + l*S*w7/t:

Opl:=(solve({eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6,eq7},{w1,w2,w3,w4,w5,w6,w7}));
assign(Opl):
```

$$Opl := \{w1 = \frac{0.3236923772\ p\ a\ t}{S}, w2 = \frac{0.4371012570\ p\ a\ t}{S}, w3 = \frac{0.4754903080\ p\ a\ t}{S},$$
$$w4 = \frac{0.4846464552\ p\ a\ t}{S}, w5 = \frac{0.4754903080\ p\ a\ t}{S}, w6 = \frac{0.4371012570\ p\ a\ t}{S},$$
$$w7 = \frac{0.3236923772\ p\ a\ t}{S}\}$$

```
> # 1b - Wringstijfheid
> S:=1/G: p:=2*theta:
> phi1:=w1: phi2:=w2: phi3:=w3: phi4:=w4: phi5:=w5: phi6:=w6: phi7:=w7:
> Mw:=2*(phi1+phi2+phi3+phi4+phi5+phi6+phi7)*A;
```

$$Mw := 2.957214340\ \theta\ a^3\ t\ G\ \pi$$

```
> Iw:=simplify(Mw/theta/G);
```

$$Iw := 9.290362847\ a^3\ t$$

```
> # 1c - Grootste spanning
> Mw:='Mw':
> theta:=solve(Mw=2*(phi1+phi2+phi3+phi4+phi5+phi6+phi7)*A,theta):
> tau1:=phi4/t; # is max
```

$$\tau 1 := \frac{0.1043331597\ Mw}{a^2\ t}$$

```
> tau2:=(phi2-phi1)/t;
```

$$\tau 2 := \frac{0.02441430582\ Mw}{a^2\ t}$$

```
> # 1d - Bredt
> tau3:=evalf(Mw/(2*(7*A)*t));
```

$$\tau 3 := \frac{0.09094568174\ Mw}{a^2\ t}$$

```
> verschil:=(tau1-tau3)/tau1*100.; # procent, te klein
```

$$verschil := 12.83146988$$

Uitwerking Vraagstuk 2

De hoogtes van de zwevende plaatjes in het midden van het profiel verschillen niet veel. Als het profiel breder zou zijn, zou dit verschil nog kleiner zijn. Als het profiel oneindig breed is, hebben alle plaatjes dezelfde hoogte, behalve die aan het linker einde en die aan het rechter einde maar die zijn oneindig ver weg. Doordat de plaatjes dezelfde hoogte hebben doen de golvende wanden er niet toe. Immers de spanningen hierin zijn nul.

We kunnen dus het wringtraagheidsmoment berekenen met de formule van Bredt.
Iw = 4*A^2 / SUM(s/t)
Stel dat l de breedte van het profiel is (oneindig groot).
Iw = 4*(a*l)^2 / (l/t + (l-pi/2*a)/t + 1.317*a/t + 1.317*a/t)
Omdat l heel groot is, zijn veel termen verwaarloosbaar ten opzicht van termen waarin l zit. (Met andere woorden; we nemen de limit voor l naar oneindig.)
Iw = 4*(a*l)^2 / (l/t + l/t)
Dit kan worden vereenvoudigd tot
Iw = 2*a^2*l*t
Dus GIw per eenheid van breedte is 2*G*t*a^2

(Merk op dat het profiel lijkt op golfkarton. Met dit resultaat kunnen dus kartonnen dozen berekend worden.)

Uitwerking Vraagstuk 3

```
> restart:
> q:=1*kN/m^2:
> l:=49*m:
> b1:=5*m: h1:=0.4*m:
> b2:=4*m: h2:=0.4*m:
> b3:=3*m: h3:=0.3*m:
> b4:=3*m: h4:=0.3*m:
> b5:=3*m: h5:=0.3*m:
> x:=2.673*m: y:=5.481*m:
> m:=1000*mm: kN:=1000*N:
>
> # a Draairichting
> # Met de klok mee. De windbelasting grijpt namelijk aan rechts van het dwarskrachtencentrum.
>
> # b Grootste wringend moment
> # Deze treedt op bij de inklemming in de kelderbak.
> Mw:=q*16*m*l *(8*m-x);
```

$$Mw := 0.4176368000\ 10^{10}\ N\ mm$$

```
> # c Grootste wringspanning volgens Saint Venant
> Iw1:=1/3*b1*h1^3: Iw2:=1/3*b2*h2^3: Iw3:=1/3*b3*h3^3: Iw4:=1/3*b4*h4^3: Iw5:=1/3*b5*h5^3:
> Iw:=Iw1+Iw2+Iw3+Iw4+Iw5;
```

$$Iw := 0.2730000000\ 10^{12}\ mm^4$$

```
> tau1:=Mw*h1/Iw;
```

$$\tau 1 := \frac{6.119220513\ N}{mm^2}$$

```
> # d Verhinderde welving
> # Ja er is sprake van verhinderde welving. De kelderbak zal waarschijnlijk
weinig vervormen. De stabiliteitswanden zijn feitelijk uitkragende liggers die
in de kelderbak zijn ingeklemd.
>
> # e Normaalspanningen
> p1:=10/100: p2:=11/100: p3:=3/100: p4:=59/100: p5:=17/100:
>
> q1:=p1*Mw/(l*(x-1*m)): sigma1:=q1*l*l/2/(1/6*h1*b1^2);
```

$$\sigma 1 := \frac{3.669612051\ N}{mm^2}$$

```
> q2:=p2*Mw/(l*(8*m-y)): sigma2:=q2*l*l/2/(1/6*h2*b2^2);
```

$$\sigma 2 := \frac{4.188906224\ N}{mm^2}$$

```
> q3:=p3*Mw/(l*(y-3*m)): sigma3:=q3*l*l/2/(1/6*h3*b3^2);
```

$$\sigma 3 := \frac{2.749456294\ N}{mm^2}$$

```
> q4:=p4*Mw/(l*(13*m-x)): sigma4:=q4*l*l/2/(1/6*h4*b4^2);
```

$$\sigma 4 := \frac{12.99062854\ N}{mm^2}$$

```
> q5:=p5*Mw/(l*y): sigma5:=q5*l*l/2/(1/6*h5*b5^2);
```

$$\sigma 5 := \frac{7.052473281\ N}{mm^2}$$

```
> # Extra: Normaalkrachtencentrum ------------------------------------------
> x:='x': y:='y':
> A1:=h1*b1: A2:=h2*b2: A3:=h3*b3: A4:=h4*b4: A5:=h5*b5:
> eq:=A1*1*m +A2*14*m +A3*10.5*m +A4*13*m +A5*10.5*m = (A1+A2+A3+A4+A5)*x:
> x:=solve(eq,x);
```

$$x := 8730.158730\ mm$$

```
> eq:=A1*5.5*m +A2*8*m +A3*3*m +A4*1.5*m +A5*0*m = (A1+A2+A3+A4+A5)*y:
> y:=solve(eq,y);
```

$$y := 4420.634921\ mm$$

```
> # Extra: Dwarskrachtencentrum --------------------------------------------
> x:='x': y:='y':
> I1:=1/12*h1*b1^3: I2:=1/12*h2*b2^3: I3:=1/12*h3*b3^3: I4:=1/12*h4*b4^3:
I5:=1/12*h5*b5^3:
> q1:=u*8*E*I1/l^4: q2:=u*8*E*I2/l^4: q3:=u*8*E*I3/l^4: q4:=u*8*E*I4/l^4:
q5:=u*8*E*I5/l^4:
> eq:=8*m*q2 +3*m*q3 +0*m*q5 = y*(q2+q3+q5):
> y:=solve(eq,y);
```

$$y := 5480.861243\ mm$$

```
> eq:=1*m*q1 +13*m*q4 = x*(q1+q4):
> x:=solve(eq,x);
```

$$x := 2672.977626\ mm$$

```
> # Extra: Normaalspanningen en schuifspanningen ----------------------------
> q1:='q1': q2:='q2': q3:='q3': q4:='q4': q5:='q5':
> e1:=x-1*m: e2:=8*m-y: e3:=y-3*m: e4:=13*m-x: e5:=y:
> eq0:=Mw=q1*l*e1 +q2*l*e2 +q3*l*e3 +q4*l*e4 +q5*l*e5:
> u1:=phi*e1: u2:=phi*e2: u3:=phi*e3: u4:=phi*e4: u5:=phi*e5:
> eq1:= u1=q1*l^4/(8*E*I1):
> eq2:= u2=q2*l^4/(8*E*I2):
> eq3:= u3=q3*l^4/(8*E*I3):
> eq4:= u4=q4*l^4/(8*E*I4):
> eq5:= u5=q5*l^4/(8*E*I5):
> opl:=solve({eq0,eq1,eq2,eq3,eq4,eq5},{phi,q1,q2,q3,q4,q5}):
> assign(opl);
> W1:=1/6*h1*b1^2: W2:=1/6*h2*b2^2: W3:=1/6*h3*b3^2: W4:=1/6*h4*b4^2:
W5:=1/6*h5*b5^2:
> M1:=q1*l*l/2: sigma1:=M1/W1; tau1:=3/2*q1*l/A1;
```

$$\sigma 1 := \frac{3.518807930\ N}{mm^2}$$

$$\tau 1 := \frac{0.1795310169\ N}{mm^2}$$

```
> M2:=q2*l*l/2: sigma2:=M2/W2; tau2:=3/2*q2*l/A2;
```

$$\sigma 2 := \frac{4.238844702\ N}{mm^2}$$

$$\tau 2 := \frac{0.1730140695\ N}{mm^2}$$

```
> M3:=q3*l*l/2: sigma3:=M3/W3; tau3:=3/2*q3*l/A3;
```

$$\sigma 3 := \frac{3.130827600\ N}{mm^2}$$

$$\tau 3 := \frac{0.09584166123\ N}{mm^2}$$

```
> M4:=q4*l*l/2: sigma4:=M4/W4; tau4:=3/2*q4*l/A4;
```

$$\sigma 4 := \frac{13.03262194\ N}{mm^2}$$

$$\tau 4 := \frac{0.3989578146\ N}{mm^2}$$

```
> M5:=q5*l*l/2: sigma5:=M5/W5; tau5:=3/2*q5*l/A5;
```

$$\sigma 5 := \frac{6.916804280\ N}{mm^2}$$

$$\tau 5 := \frac{0.2117389065\ N}{mm^2}$$

```
>
>
```