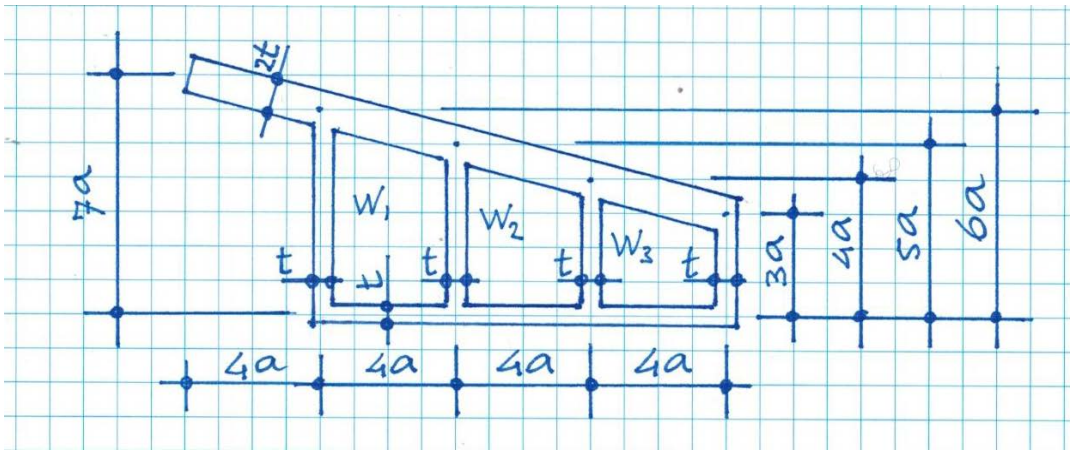
Vraagstuk 1

In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van een liggerdoorsnede (fig. 1).



Figuur 1. Liggerdoorsnede 1

1a Stel de vergelijkingen op van de zwevende plaatjes met hoogten w1, w2, en w3.

De oplossing van de vergelijkingen is

w1 = 1.97 apt/S w2 = 2.32 apt/S w3 = 1.78 apt/S

1b Bereken de wringstijfheid van de doorsnede. Schrijf de gebruikte vergelijkingen op; dus niet alleen het eindantwoord. (De tussenstappen mogen wel weggelaten worden.)

1c Schets de doorsnede met de richtingen van de spanningen. Geef aan waar de grootste spanning optreedt. Bereken de grootste spanning.

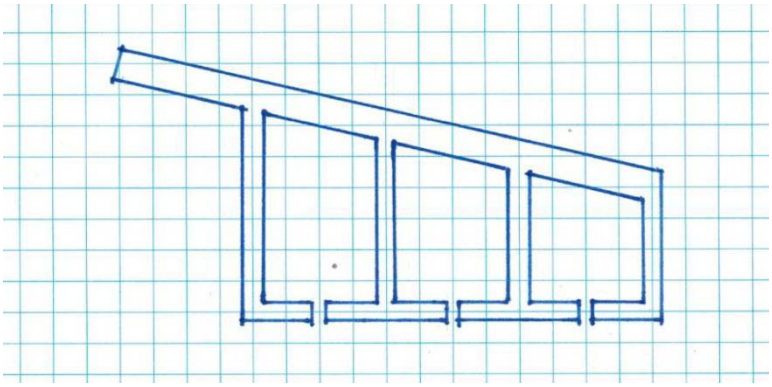
1d Benader de wringstijfheid van de doorsnede met de formule van Bredt.
Hoe groot is de fout (%) gemaakt met deze benadering?

Vraagstuk 2

2a Beschouw figuur 1. De afmetingen zijn a = 10 mm en t = 2 mm. Wat is de wringstijfheid van het uitstekende deel?

2b Beschouw figuur 1. (a = 10 mm, t = 2 mm) Wat is de bijdrage (%) van het uitstekende deel aan de totale wringstijfheid?

2c Hoe noemen we doorsnede 2 (fig. 2) ten opzichte van doorsnede 1 (fig. 1)



Figuur 2. Liggerdoorsnede 2

Beantwoord de volgende drie vragen zonder berekening.

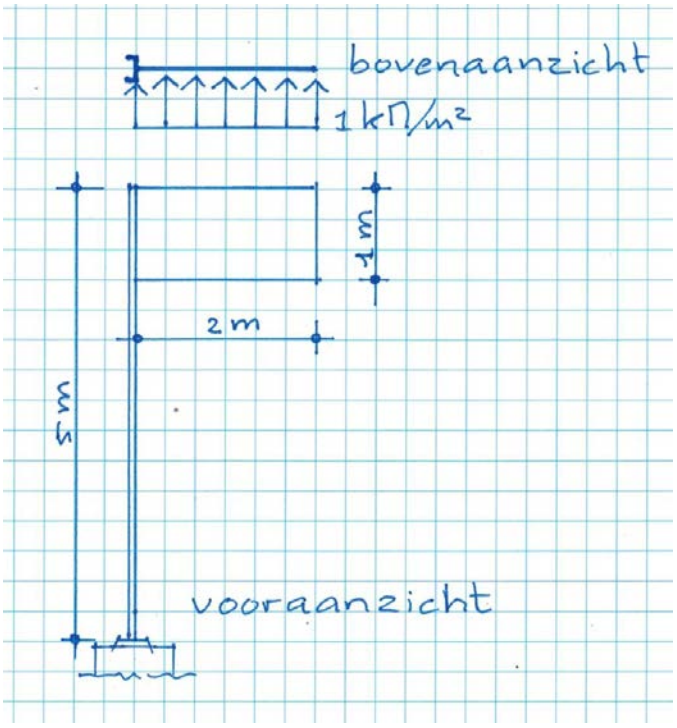
2d Is doorsnede 2 wringstijver of wringslapper dan doorsnede 1?

2e Stel dat een wringend moment is opgelegd. Zijn de spanningen in doorsnede 2 groter of kleiner dan die in doorsnede 1.

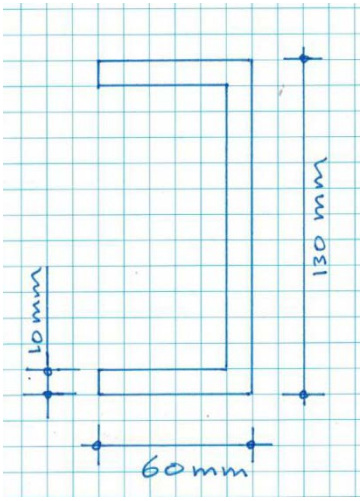
2f Stel dat een wringverdraaiing is opgelegd. Zijn de spanningen in doorsnede 2 groter of kleiner dan die in doorsnede 1.

Vraagstuk 3

Een reclamebord is bevestigd aan een kolom (fig. 3). Het bord heeft een lengte van 2 m en een hoogte van 1 m. Het bord is belast door een winddruk van 1 kN/m2. De kolom heeft een lengte van 5 m.



Figuur 3. Kolom met reclamebord



Figuur 4. Kolomdoorsnede

3a Bereken de positie van het dwarskrachtencentrum van de kolomdoorsnede.

3b Bereken het grootste wringend moment in de kolom. Waar treedt deze op?

3c Bereken de wringspanning in de kolom.

3d Is er sprake van verhinderde welving in deze constructie? Verklaar uw antwoord.

```
> # 1a - Vergelijkingen
> # aangenomen dat w1>w2>w3
> l:=sqrt((4.*a)^2+a^2):
> A1:=4*a*5.5*a: A2:=4*a*4.5*a: A3:=4*a*3.5*a:
> eq1:= p*A1 = 4*a*S*w1/t + 6*a*S*w1/t      + l*S*w1/(2*t) + 5*a*S*(w1-w2)/t:
> eq2:= p*A2 = 4*a*S*w2/t - 5*a*S*(w1-w2)/t + l*S*w2/(2*t) + 4*a*S*(w2-w3)/t:
> eq3:= p*A3 = 4*a*S*w3/t - 4*a*S*(w2-w3)/t + l*S*w3/(2*t) + 3*a*S*w3/t:
> assume(a>0):
> Opl:=(solve({eq1,eq2,eq3},{w1,w2,w3})); assign(Opl):
```

$$Opl := \left\{ w1 = \frac{1.970126992\, a\sim p\, t}{S},\ w2 = \frac{2.322685144\, a\sim p\, t}{S},\ w3 = \frac{1.783152502\, a\sim p\, t}{S} \right\}$$

```
> # 1b - Wringstijfheid
> S:=1/G: p:=2*theta:
> phi1:=w1: phi2:=w2: phi3:=w3:
> Mw:=2*(phi1*A1 + phi2*A2 + phi3*A3);
```

$$432.7573149\, a\sim^3 G\theta\, t$$

```
> Iw1:=simplify(Mw/theta/G);
```

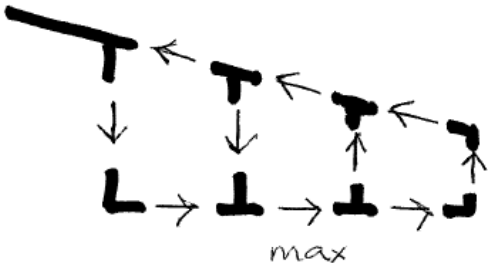
$$432.7573149\, a\sim^3 t$$

```
> # 1c - Grootste spanning
> Mw:='Mw':
> theta:=solve(Mw=432.7573149*a^3*G*theta*t,theta);
```

$$\frac{0.002310763945\, Mw}{a\sim^3 G\, t}$$

```
> tau:=phi2/t; # is max
```

$$\frac{0.01061079130\, Mw}{a\sim^2 t}$$




```
> # 1d - Bredt
> A:=A1+A2+A3:
> Iw2:=simplify( (4*A^2)/(12*a/t + 6*a/t + 3*l/(2*t) + 3*a/t) );
```

$$429.0655344\, a\sim^3 t$$

```
> verschil:=(Iw1-Iw2)/Iw1*100.; # procent, te klein
```

$$0.8530833270$$

```
>
```

Dit tentamen is een verbeterde versie ter oefening. In de originele versie van 19 februari 2019 ontbrak de oplossing bij opgave 1a. Deze was weggevallen bij het opmaken. Bij de beoordeling van opgave 1a is alleen gelet op de opgestelde vergelijkingen. Mijn complimenten voor de cursisten die niettemin de juiste oplossing produceerde. Elke oplossing, berekend of aangenomen, waarmee verder is gerekend, is als correct beschouwd.

```
> restart:
> a:=10*mm:
> t:=2*mm:
> assume(mm>0):
> l:=sqrt((4.*a)^2+a^2):
> # 2a Uitstekende deel
> Iw3:=1/3*l*(2*t)^3;
```

$$Iw3 := 879.5958669\ mm^4$$

```
> # 2b Bijdrage
> Iw1:=432.7573149*a^3*t
```

$$Iw1 := 8.655146298\ 10^5\ mm^4$$

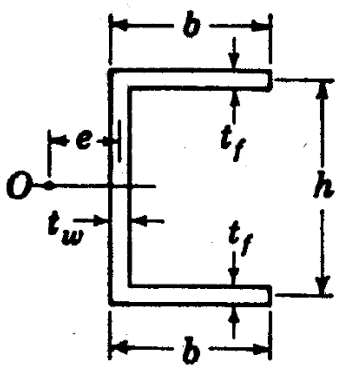
```
> Iw3/(Iw1+Iw3)*100; # in procenten (bijdrage is verwaarloosbaar)
```

$$0.1015237453$$

```
> # 2c open doorsnede
>
> # 2d slapper
>
> # 2e groter
>
> # 2f kleiner
```

```
> restart:
> # 3a Dwarskrachtencentrum
> b:=60*mm: h:=120*mm: tf:=10*mm: tw:=10.*mm:
> e:=(3*b^2*tf)/(6*b*tf+h*tw); # (dictaat blz. 53)
```

$$e := 22.50000000\ mm$$




```
> # 3b Wringend moment
> p:=1*kN/m^2: kN:=1000*N: m:=1000*mm:
> A:=2*m * 1*m:
> a:=1*m + tw/2 - e:
> Mw:=p*A*a;
```

$$Mw := 1.965000000\ 10^6\ N\,mm$$

```
> # 3c Wringspanning
> Iw:=1/3*b*tf^3 + 1/3*h*tw^3 + 1/3*b*tf^3:
> sigma:=Mw*tw/Iw;
```

$$\sigma := \frac{245.6250000\ N}{mm^2}$$

```
> # 3d Verhinderde welving
> # Ja. De voetplaat zal met 4 bouten aan de fundering zijn verbonden.
  Deze voetplaat zal weinig kunnen welven. Het U-profiel zal wel willen
  welven. Dus lasverbinding tussen het U-profiel en de voetplaat zal
  worden belast op verhinderde welving.
```