POST HBO

Tentamen wringing

11 februari 2020, 16:30 – 18:00 uur

P.C.J. Hoogenboom

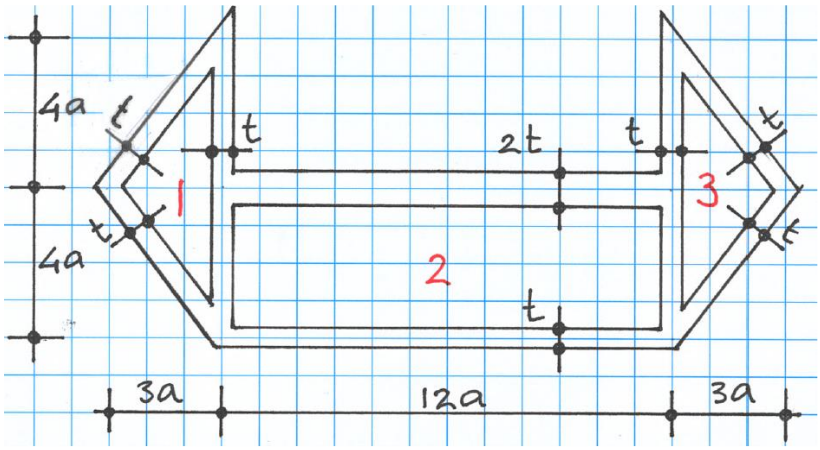
Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden.

Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd. Ook boeken, rekenmachine, oude tentamens, laptopcomputer en een tablet mogen worden gebruikt.

Het is niet toegestaan om een telefoon te gebruiken. Het is niet toegestaan om met anderen te communiceren tijdens het tentamen. Het is ook niet toegestaan om software te gebruiken waarmee met anderen gecommuniceerd kan worden.

Vraagstuk 1 (40 minuten, 5 punten)

Een ligger heeft drie cellen (fig. 1). In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze ligger met de membraananalogie.



Figuur 1. Dwarsdoorsnede van de ligger

a) Stel de vergelijkingen op van de zwevende plaatjes w_1, w_2 en w_3.
(U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.)

De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 1.72\frac{pat}{S}$, $w_2 = 2.38\frac{pat}{S}$, $w_3 = 1.72\frac{pat}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

d) Bereken de schuifspanning ook met de formule van Bredt. Benader daartoe de doorsnede met 1 cel. Hoe groot is de fout (%) die gemaakt wordt door de benadering?

Vraagstuk 2 (25 minuten, 2.5 punten)

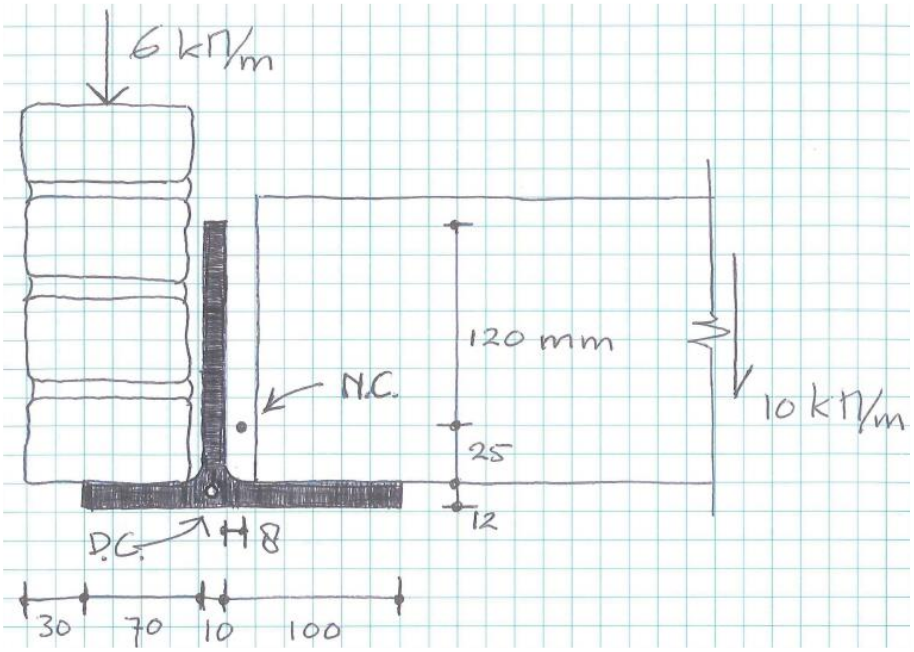
Een stalen T-profiel wordt gebruikt als een latei die een opening van 3 m overspant (fig. 2 en 3). Aan weerszijde ligt het profiel op betonnen kolommen zonder verdere verbinding. De belasting bestaat uit kanaalplaten (dwarskracht 10 kN/m) en een muur (6 kN/m). De kanaalplaten worden eerst aangebracht en daarna wordt de muur gemetseld. Door de belasting buigt de latei door en roteert de middendoorsnede.

a) Bereken het grootste wringend moment in het profiel.

b) Wat is de grootste schuifspanning in het profiel ten gevolge van het wringend moment?

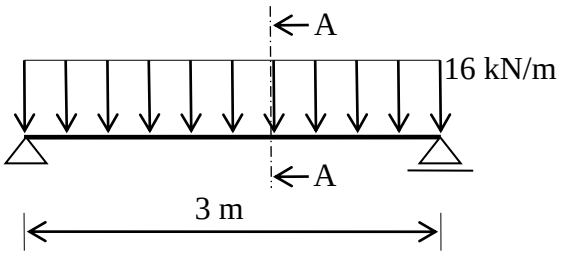
c) Hoe zal het profiel draaien; met de klok mee of tegen de klok in? (zie figuur 3)
Verklaar uw antwoord.

d) Is er sprake van verhinderde welving in het profiel? Verklaar uw antwoord.



Figuur 2. Profieldoorsnede A-A (maten in mm)

Zie ommezijde.



Figuur 3. Ondersteuning van het profiel en belasting op het profiel

Vraagstuk 3 (25 minuten, 2.5 punten)

a) Wat is een welvingsconstante van een ligger of kolom?

b) Wat is het verband tussen vermoeiingsbelasting en verhinderde welving?

c) Hoe groot is de karakteristieke lengte l_c van een rechthoekige ligger?
lengte = 2 m, hoogte = 210 mm, breedte = 80 mm (De dwarscontractiecoëfficiënt kan je schatten.)

d) Soms hoor je de namen “circulatory torsion” en “warping torsion”. Wat betekenen deze namen?

```
> # 1a - Vergelijkingen
> # aangenomen dat w1 < w2 > w3
>
> A1:=3*a*8*a/2: A2:=12*a*4*a: A3:=A1:
> eq1:= p*A1 =  4*a*S*w1/t + 5*a*S*w1/t + 5*a*S*w1/t - 4*a*S*(w2-w1)/t:
> eq2:= p*A2 = 12*a*S*w2/t + 4*a*S*(w2-w3)/t  + 12*a*S*w2/(2*t)  + 4*a*S*(w2-w1)/t:
> eq3:= p*A3 =  4*a*S*w3/t - 4*a*S*(w2-w3)/t  + 5*a*S*w3/t + 5.*a*S*w3/t:
> Opl:=(solve({eq1,eq2,eq3},{w1,w2,w3})); assign(Opl):
```

$$Opl := \left\{ w1 = \frac{1.155963303\, p\, a\, t}{S},\ w2 = \frac{2.201834862\, p\, a\, t}{S},\ w3 = \frac{1.155963303\, p\, a\, t}{S} \right\}$$

```
> # Gegeven oplossing (klopt helaas niet)
> w1:=1.72*p*a*t/S: w2:=2.38*p*a*t/S: w3:=1.72*p*a*t/S:
> # 1b - Wringstijfheid
> S:=1/G: p:=2*theta:
> phi1:=w1: phi2:=w2: phi3:=w3:
> Mw:=2*(phi1*A1 + phi2*A2 + phi3*A3);
```

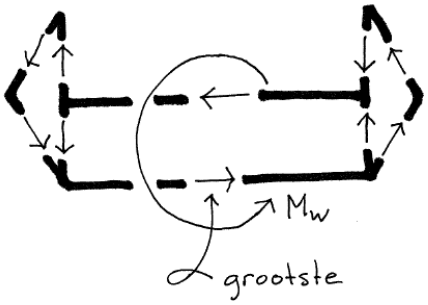
$$Mw := 621.8762207\, a^3\, \theta\, t\, G$$

```
> Iw:=simplify(Mw/theta/G);
```

$$Iw := 621.8762207\, a^3\, t$$

```
> # 1c - Grootste spanning
> Mw:='Mw':
> theta:=solve(Mw=621.8762206*a^3*theta*t*G,theta):
> tau_max:=phi2/t;
```

$$tau_max := \frac{0.007643767215\, Mw}{a^2\, t}$$




```
> # 1d - Bredt
> A:=A1+A2+A3:
> tau_max_B:=Mw/(2*A*t):
> verschil:=(tau_max-tau_max_B)/tau_max*100.; # procent, te klein
```

$$verschil := 9.148928157$$

```
> # 2a Wringend moment
> q1:=6*kN/m: q2:=10*kN/m: l:=3*m: kN:=1000*N: m:=1000*mm:
> e1:=(100/2+5+5)*mm: e2:=(5+10+90/2)*mm:
> mx:=q2*e2: # maatgevend, rechtsom
> Mw:=mx*l/2; # ter plaatse van beide opleggingen
```

$$Mw := 900000\ N\,mm$$

```
> # 2b Wringspanning
> Iw:=1/3*(70+10+100)*mm*(12*mm)^3 + 1/3*(120+25+6)*mm*(10*mm)^3:
> sigma:=Mw*(12.*mm)/Iw;
```

$$\sigma := \frac{70.12379880\ N}{mm^2}$$

```
> # 2c Draairichting
> # met de klok mee
>
> # 2d Verhinderde welving
> # Nee, wanneer de belasting wordt aangebracht,
> # zijn de uiteinden zijn vrij opgelegd op de kolommen.

> # 3a Welvingsconstante
> # De stijfheid die moet worden overwonnen om welving uit het profiel te trekken.
>
> # 3b Verband
> # Verhinderde welving geeft spanningsconcentraties en deze kunnen maatgevend zijn
  bij vermoeiingsbelasting.
>
> # 3c karakterestieke lengte
> b:=210*mm: h:=80.*mm: nu:=0.10: assume(mm>0):
> G:=E/(2*(1+nu)):
> b/h;
```

$$2.625000000$$

```
> Iw:=0.250*b*h^3: # volgens tabel 1
> Cw:=3.64*b^3*h^3/1000: # volgens tabel 1
> lc:=sqrt(E*Cw/(G*Iw));
```

$$lc := 37.58472030\ mm\sim$$

```
> # 3d namen
> # circulatory torsion = Saint Venant wringing (De schuifspanning gaat rond ofwel
  circuleert)
> # warping torsion = Vlasov wringing (Ontstaat door verhinderde welving ofwel
  warping)
```