POST HBO

Tentamen wringing

19 april 2022, 16:00 – 17:30 uur

P.C.J. Hoogenboom

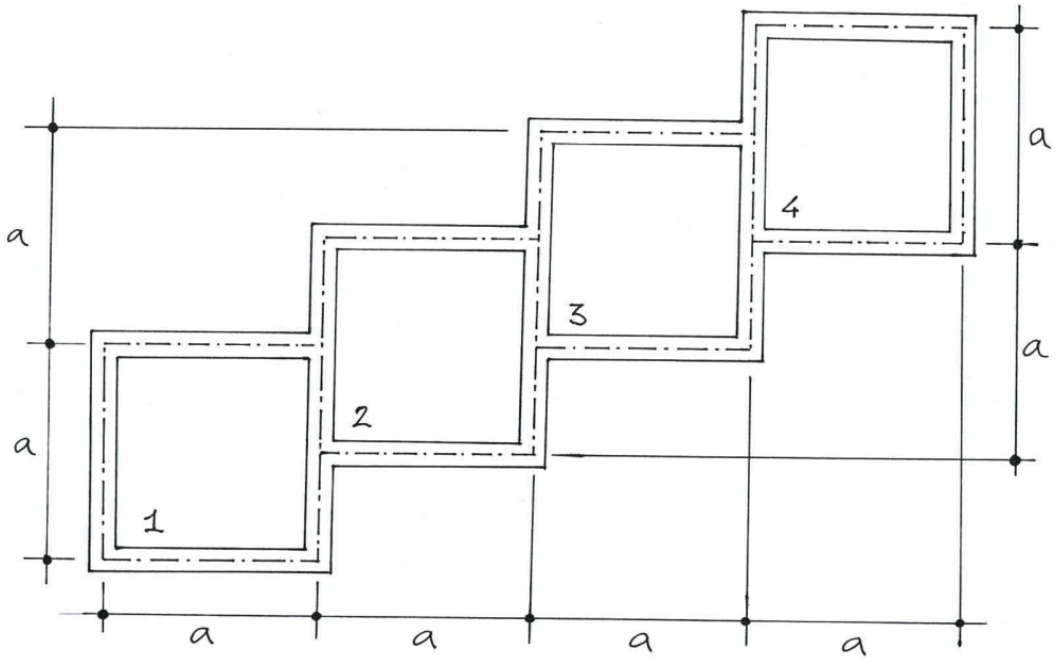
Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden.

Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd. Ook boeken, rekenmachine, oude tentamens, laptopcomputer, een tablet en internet mogen worden gebruikt.

Het is niet toegestaan om een telefoon te gebruiken. Het is niet toegestaan om met anderen te communiceren tijdens het tentamen. Het is ook niet toegestaan om software te gebruiken waarmee met anderen gecommuniceerd kan worden.

Vraagstuk 1 (40 minuten, 5 punten)

Een ligger heeft vier cellen (fig. 1). In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze ligger met de membraananalogie. De dikte van alle wanddelen is h.



Figuur 1. Dwarsdoorsnede van de ligger

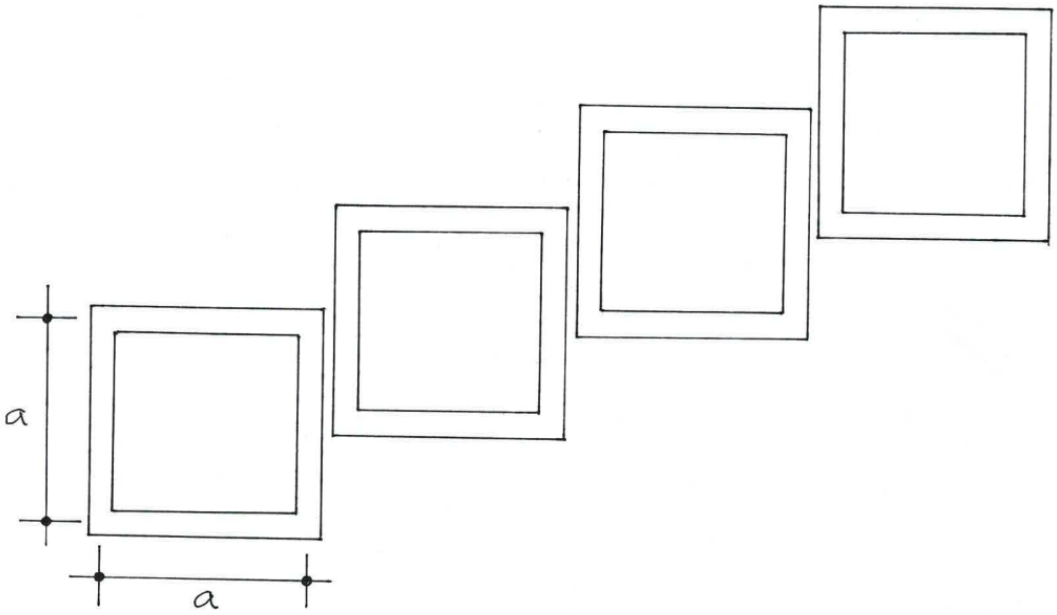
a) Stel de vergelijkingen op van de zwevende plaatjes w_1, w_2, w_3 en w_4.
(U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.)

De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = \frac{16}{55}\frac{pah}{S}$, $w_2 = \frac{18}{55}\frac{pah}{S}$, $w_3 = \frac{18}{55}\frac{pah}{S}$, $w_4 = \frac{16}{55}\frac{pah}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

d) Stel dat we een andere doorsnede ontwerpen (Fig. 2):
4 ééncellige kokers, niet aan elkaar bevestigd.
Hoeveel kleiner of groter (%) is de wringstijfheid?
Hoeveel kleiner of groter (%) is de schuifspanning?
Hoeveel kleiner of groter (%) is de hoeveelheid materiaal?



Figuur 2. Alternatieve doorsnede, de wanddikte is h

Vraagstuk 2 (25 minuten, 2.5 punten)

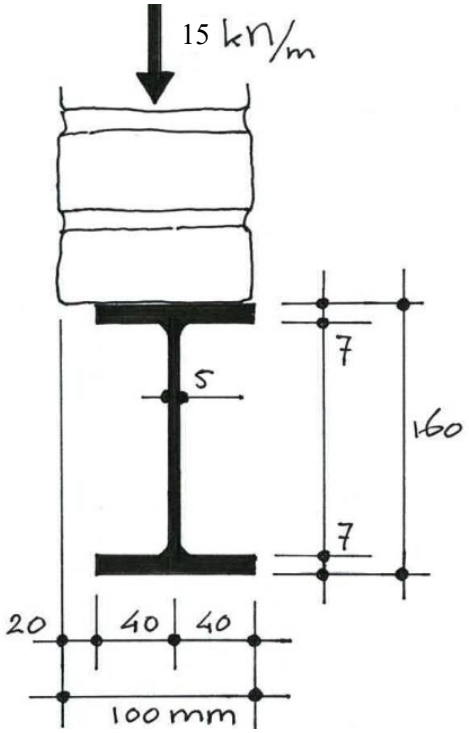
Een stalen I-profiel wordt gebruikt als ligger op twee scharnierendde ondersteuningen. De overspanning is 5 m. De uiteinden van de ligger zijn ingemetseld. De belasting bestaat uit een muur met een eigengewicht van 15 kN/m (fig. 3). Door de belasting buigt het profiel door en roteert de doorsnede.

a) Bereken het grootste wringend moment in het profiel.

b) Wat is de grootste schuifspanning in het profiel ten gevolge van het wringend moment?

c) Hoe zal het profiel draaien; met de klok mee of tegen de klok in? (zie figuur 3)
Verklaar uw antwoord.

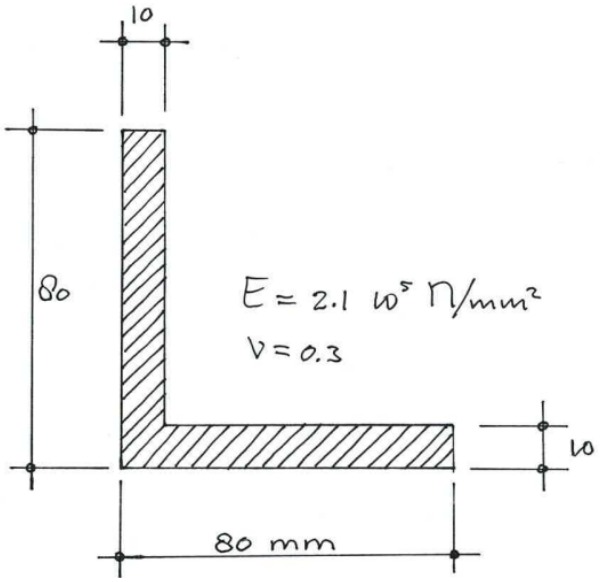
d) Is er sprake van verhinderde welving in het profiel? Verklaar uw antwoord.



Figuur 3. Dwarsdoorsnede van het profiel en verdeelde belasting

Vraagstuk 3 (25 minuten, 2.5 punten)

Hoe groot is de karakteristieke lengte l_c van het hoekstaal in figuur 4?



Figuur 4. Hoekstaal dwarsdoorsnede

Antwoorden op vraag 1

```
> # 1a - Vergelijkingen
> # aangenomen dat w1 < w2 < w3 < w4
>
> eq1:= p*a*a = (3+1/2)*a*S*w1/h - 1/2*a*S*(w2-w1)/h:
> eq2:= p*a*a = 3*a*S*w2/h + 1/2*a*S*(w2-w1)/h - 1/2*a*S*(w3-w2)/h:
> eq3:= p*a*a = 3*a*S*w3/h + 1/2*a*S*(w3-w2)/h - 1/2*a*S*(w4-w3)/h:
> eq4:= p*a*a = 1/2*a*S*(w4-w3)/h + (3+1/2)*a*S*w4/h:
> Opl:=(solve({eq1,eq2,eq3,eq4},{w1,w2,w3,w4})); assign(Opl):
```

$$Opl := \left\{ w1 = \frac{16}{55}\,\frac{p\,a\,h}{S},\ w2 = \frac{18}{55}\,\frac{p\,a\,h}{S},\ w3 = \frac{18}{55}\,\frac{p\,a\,h}{S},\ w4 = \frac{16}{55}\,\frac{p\,a\,h}{S} \right\}$$

```
> # 1b - Wringstijfheid
> S:=1/G: p:=2*theta:
> phi1:=w1: phi2:=w2: phi3:=w3: phi4:=w4:
> Mw:=2*(phi1*a*a + phi2*a*a + phi3*a*a + phi4*a*a);
```

$$Mw := \frac{272}{55}\,G\,a^3\,h\,\theta$$

```
> Iw:=simplify(Mw/theta/G);
```

$$Iw := \frac{272}{55}\,a^3\,h$$

```
> # 1c - Grootste spanning
> Mw:='Mw':
> theta:=solve(Mw=272/55*G*a^3*h*theta,theta):
> tau_max:=phi2/h;
```

$$tau_max := \frac{9}{68}\,\frac{Mw}{a^2\,h}$$

```
> # 1d - Vier eencellige kokers
> A:=10*a*h + 3*(1+1/2)*a*h:
> A_1_cel:=4*a*h:
> Iw_1_cel:=4*(a*a)^2/(a/h+a/h+a/h+a/h);
```

$$Iw_1_cel := a^3\,h$$

```
> tau_max_1_cel:=(Mw/4)/(2*a*a*h);
```

$$tau_max_1_cel := \frac{1}{8}\,\frac{Mw}{a^2\,h}$$

```
> verschil:=(4*Iw_1_cel - Iw)/Iw*100.; # 19% kleiner
```

$$verschil := -19.11764706$$

```
> verschil:=(tau_max_1_cel - tau_max)/tau_max*100.; # 6% kleiner
```

$$verschil := -5.555555556$$

```
> verschil:=(4*A_1_cel - A)/A*100.; # 10% groter
```

$$verschil := 10.34482759$$

Antwoorden op vraag 2

```
> # 2a Wringend moment
> q:=15*kN/m: l:=5*m: kN:=1000*N: m:=1000*mm:
> e:=100*mm/2-40*mm:
> mx:=q*e:    # linksom
> Mw:=mx*l/2; # ter plaatse van beide opleggingen
```

$$Mw := 375000\ N\,mm$$

```
> # 2b Wringspanning
> Iw:=2*1/3*(80*mm)*(7*mm)^3 + 1/3*(160*mm)*(5*mm)^3;
```

$$Iw := 24960\ mm^4$$

```
> sigma:=Mw*(7.*mm)/Iw;
```

$$\sigma := \frac{105.1682692\ N}{mm^2}$$

```
> # 2c Draairichting
> # tegen de klok in
>
> # 2d Verhinderde welving
> # Nee, Het profiel zal losscheuren van het metselwerk.
> # Daarna werkt het als een gaffeloplegging.
> # (Beter pas stucen als alle belasting is aangebracht.)
```

Antwoord op vraag 3

```
> h:=80*mm: b:=80*mm: tf:=10*mm: tw:=10*mm: E:=2.1e5*N/mm^2: nu:=0.3: assume(mm>0):
> Iw:=1/3*(b*tf^3+h*tw^3):
> Cw:=1/36*(b^3*tf^3+h^3*tw^3):
> G:=E/(2*(1+nu)):
> nu:=0.3:
> lc:=sqrt(E*Cw/(G*Iw));
```

$$lc := 37.23797345\ mm\sim$$

