***Tentamen wringing***

***16 april 2024, 16:00 - 17:30***

*P.C.J. Hoogenboom*

---

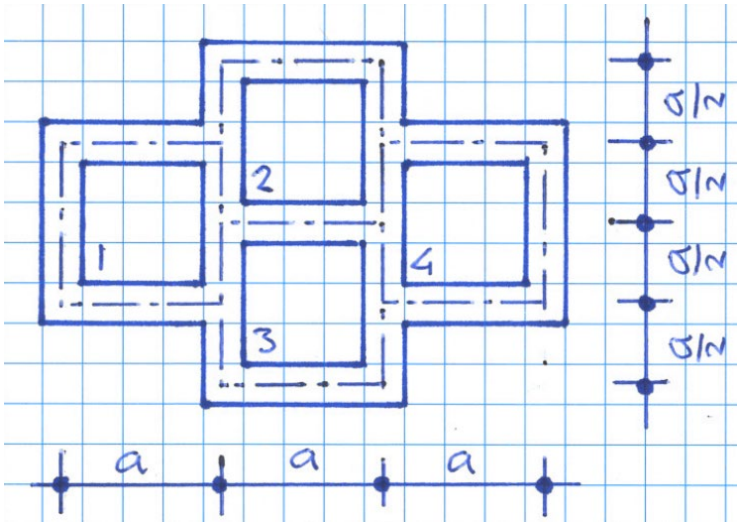
*Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden.*

*Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd. Ook dictaat, boeken, rekenmachine, oude tentamens, laptopcomputer, tablet, software, internet en ChatGPT mogen worden gebruikt.*

*Het is niet toegestaan om een telefoon te gebruiken. Het is niet toegestaan om met anderen te communiceren tijdens het tentamen. Het is ook niet toegestaan om software te gebruiken waarmee met anderen gecommuniceerd kan worden.*

## Vraagstuk 1 (40 minuten, 5 punten)

Een ligger heeft vier cellen (fig. 1). In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze ligger met de membraananalogie. De dikte van alle wanddelen is $h$.




*Figuur 1. Dwarsdoorsnede van de ligger*

a) Stel de vergelijkingen op van de zwevende plaatjes $w_1$, $w_2$, $w_3$ en $w_4$.
(U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.)

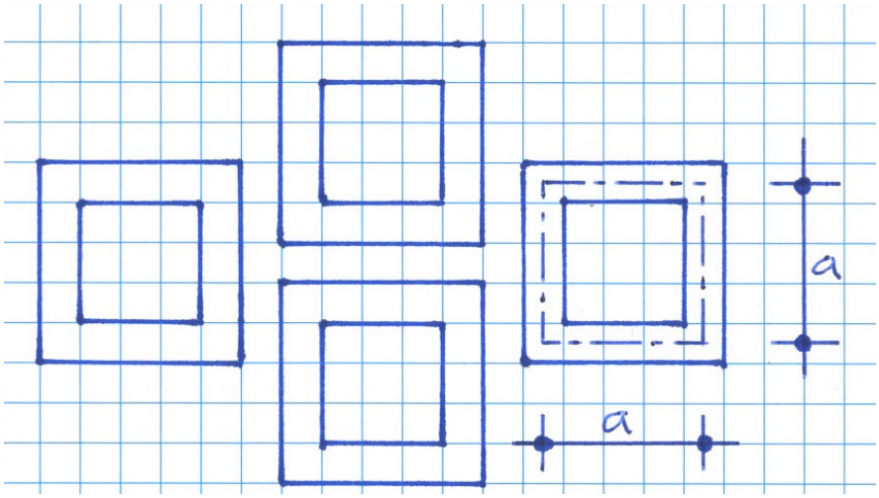
De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = \frac{4}{11}\frac{pah}{S}$, $w_2 = \frac{5}{11}\frac{pah}{S}$, $w_3 = \frac{5}{11}\frac{pah}{S}$, $w_4 = \frac{4}{11}\frac{pah}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid $GI_w$ van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

d) Stel dat we een andere doorsnede ontwerpen (fig. 2):

Vier ééncellige kokers, niet aan elkaar bevestigd.
Hoeveel kleiner of groter (%) is de wringstijfheid?
Hoeveel kleiner of groter (%) is de schuifspanning?
Hoeveel kleiner of groter (%) is de hoeveelheid materiaal?




*Figuur 2. Alternatieve doorsnede, de wanddikte is h*

## Vraagstuk 2 (25 minuten, 2.5 punten)

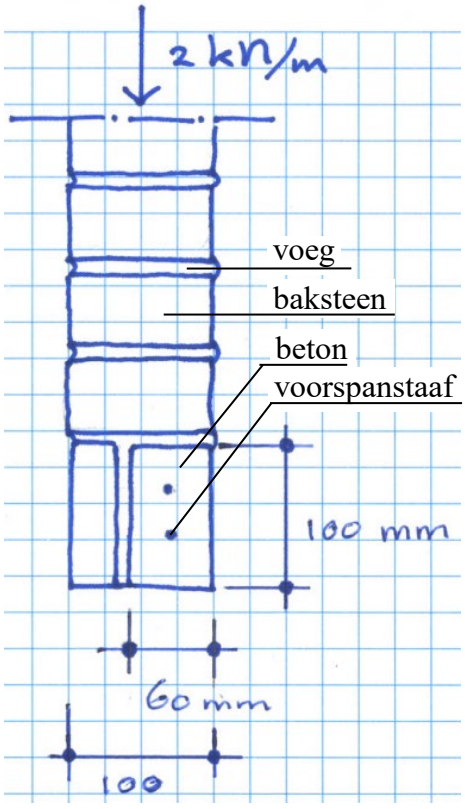
Een voorgespannen betonnen latei (60 x 100 mm) wordt gebruikt als ligger op twee gaffel steunpunten. De overspanning is 2 m. De uiteinden van de latei zijn ingemetseld. De belasting bestaat uit een muur (voegen nog niet hard) met een eigengewicht van 2 kN/m (fig. 3). Door de belasting buigt de latei en roteert de middendoorsnede.

a) Bereken het grootste wringend moment in de latei.

b) Wat is de grootste schuifspanning in de latei ten gevolge van het wringend moment?

c) Hoe zal de dwarsdoorsnede van latei draaien; met de klok mee of tegen de klok in? (zie figuur 3) Verklaar uw antwoord.

d) Is er sprake van verhinderde welving in de latei? Verklaar uw antwoord.




*Figuur 3. Dwarsdoorsnede van latei met verdeelde belasting*

## Vraagstuk 3 (25 minuten, 2.5 punten)

a) Hoe groot is het wringtraagheidsmoment van het T-profiel in figuur 4?

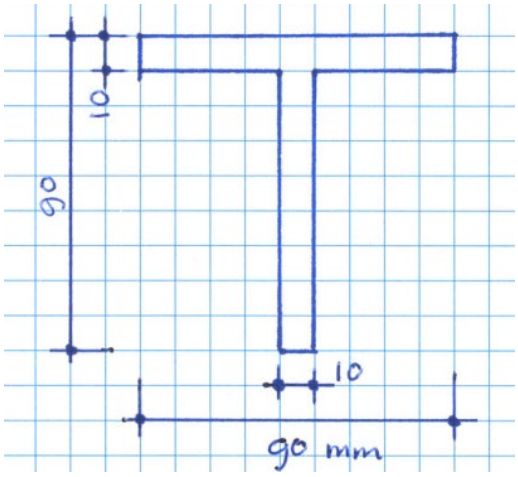
b) Hoe groot is de welvingsconstante van dit profiel?

c) Hoe groot is de karakteristieke lengte $l_c$ van dit profiel?
$E = 2.1\ 10^5$ N/mm$^2$ $\quad \nu = 0.3$

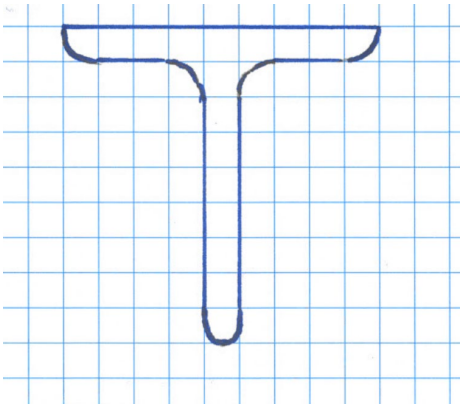
d) Is verhinderde welving belangrijk voor dit profiel? Verklaar uw antwoord.

e) Een nieuw T-profiel wordt geproduceerd (fig. 5).
Hoe kunnen we de wringeigenschappen van dit nieuwe profiel berekenen?

f) Is dit nieuwe profiel beter voor wringing dan het oude?
Maak geen berekening. Verklaar uw antwoord.




*Figuur 4. Dwarsdoorsnede van een T-profiel*



*Figuur 5. Nieuw T-profiel*

```
> restart:
> # 1a - Vergelijkingen
> # aangenomen dat w1 < w2 < w3 < w4
>
> eq1:= p*a*a = 3*a*S*w1/h - a/2*S*(w2-w1)/h - a/2*S*(w3-w1)/h:
> eq2:= p*a*a = 2*a*S*w2/h + a/2*S*(w2-w1)/h - a/2*S*(w4-w2)/h - a*S*(w3-w2)/h :
> eq3:= p*a*a = 2*a*S*w3/h + a/2*S*(w3-w1)/h - a/2*S*(w4-w3)/h + a*S*(w3-w2)/h :
> eq4:= p*a*a = 3*a*S*w4/h + a/2*S*(w4-w2)/h + a/2*S*(w4-w3)/h:
> Opl:=(solve({eq1,eq2,eq3,eq4},{w1,w2,w3,w4})); assign(Opl):
```

$$Opl := \left\{ w1 = \frac{4}{11}\frac{p\,a\,h}{S}, w2 = \frac{5}{11}\frac{p\,a\,h}{S}, w3 = \frac{5}{11}\frac{p\,a\,h}{S}, w4 = \frac{4}{11}\frac{p\,a\,h}{S} \right\}$$

```
> # 1b - Wringstijfheid
> S:=1/G: p:=2*theta:
> phi1:=w1: phi2:=w2: phi3:=w3: phi4:=w4:
> Mw:=2*(phi1*a*a + phi2*a*a + phi3*a*a + phi4*a*a);
```

$$Mw := \frac{72}{11} G a^3 h \theta$$

```
> Iw:=simplify(Mw/theta/G);
```

$$Iw := \frac{72}{11} a^3 h$$

```
> # 1c - Grootste spanning
> Mw:='Mw':
> theta:=solve(Mw=72/11*G*a^3*h*theta,theta):
> tau_max:=phi2/h;
```

$$tau_max := \frac{5}{36}\frac{Mw}{a^2 h}$$

```
> # 1d - Vier eencellige kokers
> A:=13*a*h:
> A_1_cel:=4*a*h:
> Iw_1_cel:=4*(a*a)^2/(a/h+a/h+a/h+a/h);
```

$$Iw_1_cel := a^3 h$$

```
> tau_max_1_cel:=(Mw/4)/(2*a*a*h);
```

$$tau_max_1_cel := \frac{1}{8}\frac{Mw}{a^2 h}$$

```
> verschil:=(4*Iw_1_cel - Iw)/Iw*100.; # 38% kleiner
```

$$verschil := -38.88888889$$

```
> verschil:=(tau_max_1_cel - tau_max)/tau_max*100.; # 10% kleiner
```

$$verschil := -10.00000000$$

```
> verschil:=(4*A_1_cel - A)/A*100.; # 23% groter
```

$$verschil := 23.07692308$$

```
> restart:
> # 2a Wringend moment
> b:=100.*mm: h:=60*mm: q:=2*kN/m: l:=2*m: kN:=1000*N: m:=1000*mm:
> e:=b/2-h/2:
> mx:=q*e:    # linksom
> Mw:=mx*l/2; # ter plaatse van beide opleggingen
```

$$Mw := 40000.00000\,N\,mm$$

```
> # 2b Wringspanning
> 100/60.;
```

$$1.666666667$$

```
> tau_max:=Mw/(0.239*b*h^2); # dictaat, tabel 1, geinterpoleerd
```

$$tau_max := \frac{0.4649000464\,N}{mm^2}$$

```
> # extra ... Schuifspanning door dwarskracht
> V:=q*l/2:
> tau_dwarskracht:=3/2*V/(b*h);
```

$$tau_dwarskracht := \frac{0.5000000000\,N}{mm^2}$$

```
> # extra ... Buigspanning in het midden ... gecompenseerd door voorspanning
> Mb:=1/8*q*l^2:
> sigma_buiging:=Mb/(1/6*h*b^2);
```

$$sigma_buiging := \frac{10.00000000\,N}{mm^2}$$

```
> # 2c Draairichting
> # tegen de klok in
>
> # 2d Verhinderde welving
> # Nee, de specie bij de oplegging is nog niet verhard. Deze zal de welving
  niet verhinderen. Bovendien welven rechthoekige doorsneden heel weinig.
```

```
> restart:
> h:=85*mm: b:=90*mm: tf:=10*mm: tw:=10*mm: E:=2.1e5*N/mm^2: nu:=0.3: assume(mm>0):
> # 3a Wringtraagheidsmoment (zie dictaat blz. 53)
> Iw:=1/3.*(b*tf^3+h*tw^3);
```

$$Iw := 58333.33333\ mm\sim^4$$

```
> # 3b Welvingsconstante
> Cw:=1/36.*(1/4*b^3*tf^3+h^3*tw^3);
```

$$Cw := 2.212152778 \times 10^7\ mm\sim^6$$

```
> # 3c Karakteristieke lengte
> G:=E/(2*(1+nu)):
> lc:=sqrt(E*Cw/(G*Iw));
```

$$lc := 31.40044738\ mm\sim$$

```
> # 3d Verhinderde welving
> # Niet belangrijk want lc is veel kleiner dan de praktische lengte van de ligger.
>
> # 3e Nieuwe eigenschappen
> # De eigenschappen kunnen berekend worden met een computerprogramma.
>
> # 3f Beter?
> # Ja. De inwendige hoeken zijn afgerond.
> # Hierdoor wordt de spanningsconcentratie verwijderd.(Kleinere helling van de phi-heuvel.)
> # Hierdoor wordt ook de wringstijfheid groter. (Grotere inhoud van de phi-heuvel.)
```

