Tentamen wringing

15 april 2025, 16:00 - 17:30

P.C.J. Hoogenboom

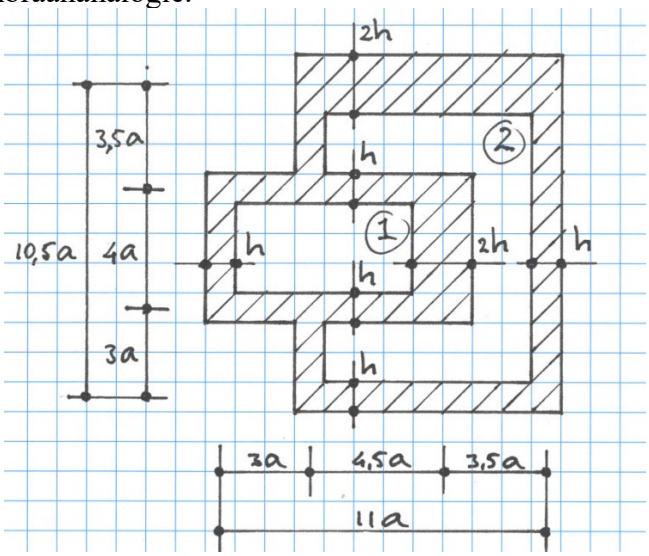
Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden.

Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd. Ook dictaat, boeken, rekenmachine, oude tentamens, laptopcomputer, tablet, software, internet en ChatGPT mogen worden gebruikt.

Het is niet toegestaan om een telefoon te gebruiken. Het is niet toegestaan om met anderen te communiceren tijdens het tentamen. Het is ook niet toegestaan om software te gebruiken waarmee met anderen gecommuniceerd kan worden.

Vraagstuk 1 (40 minuten, 5 punten)

Een ligger heeft twee cellen (fig. 1). In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze ligger met de membraananalogie.



Figuur 1. Dwarsdoorsnede van de ligger

a) Stel de vergelijkingen op van de zwevende plaatjes w_1 en w_2.
(U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.)

De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 2{,}68\frac{pah}{S}$, $w_2 = 2{,}39\frac{pah}{S}$

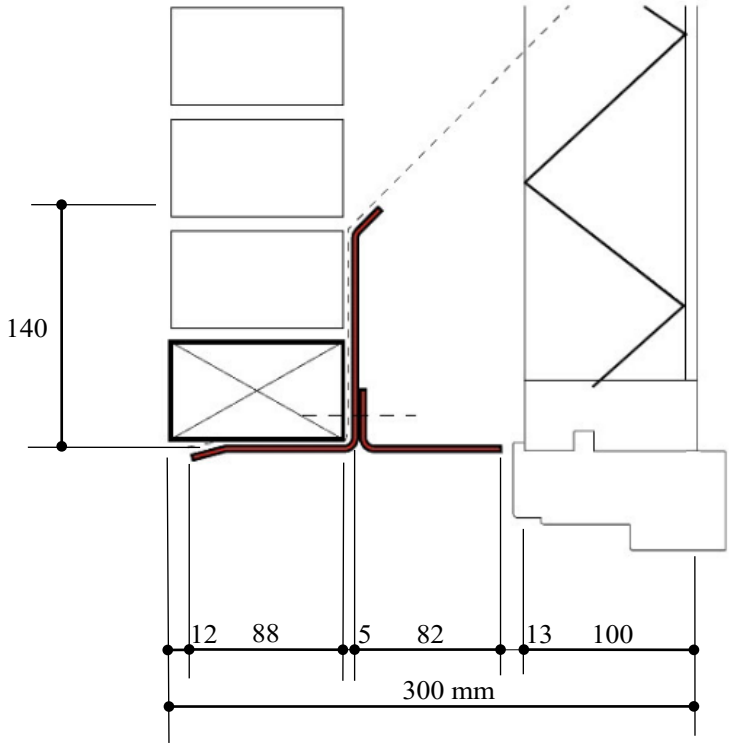
b) Bereken het wringtraagheidsmoment I_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

d) Controleer de berekening met de formules van Bredt.
Wordt het wringtraagheidsmoment onderschat of overschat met Bredt?
Wordt de grootste schuifspanning onderschat of overschat met Bredt?

Vraagstuk 2 (25 minuten, 2.5 punten)

Een gegalvaniseerd stalen latei draagt een metselwerk buitenspouwblad. De latei bestaat uit 3 mm dik plaatstaal. De overspanning is 1,5 m. De uiteinden van de latei zijn ingemetseld. De belasting bestaat uit waalformaat metselwerk (voegen nog niet hard) met een eigengewicht van 1,2 kN/m (fig. 2). Door de belasting buigt de latei en roteert de middendoorsnede.



Figuur 2. Dwarsdoorsnede van een stalen latei met belasting door metselwerk

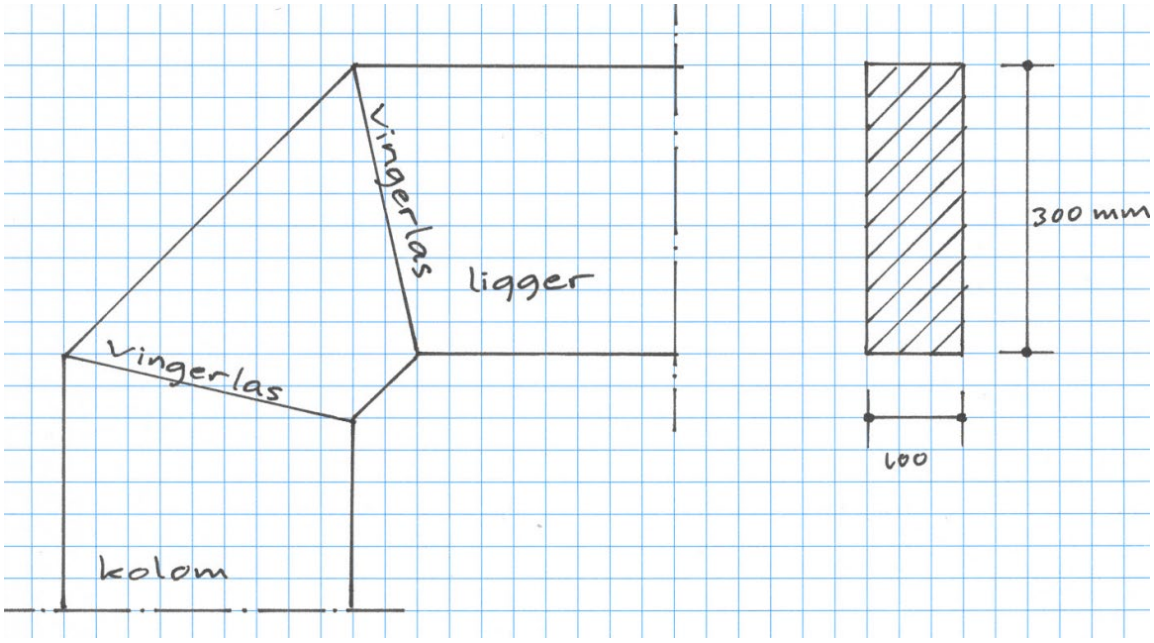
a) Bereken het grootste wringend moment in de latei.

b) Wat is de grootste schuifspanning in de latei ten gevolge van het wringend moment?

c) Hoe zal de dwarsdoorsnede van latei draaien; met de klok mee of tegen de klok in? (fig. 2) Verklaar uw antwoord.

d) Is er sprake van verhinderde welving in de latei? Verklaar uw antwoord.

Vraagstuk 3 (25 minuten, 2.5 punten)



Figuur 3. Ligger-kolom-verbinding

Figuur 4. Dwarsdoorsnede van de houten ligger

a) Hoe groot is het wringtraagheidsmoment I_w van de ligger in figuur 4?

b) Hoe groot is de welvingsconstante C_w van deze ligger?

$E = 1\ 10^5$ N/mm^2 $\quad \nu = 0.2$

c) Hoe groot is de karakteristieke lengte l_c ?

De ligger-uiteinden zijn verbonden aan kolommen met vingerlasverbindingen (fig. 3).
Het wringend moment in de ligger-uiteinden is $M_w = 4$ kNm.

d) Hoe groot is de schuifspanning in het ligger-uiteinde?

e) Hoe groot is de normaalspanning in het ligger-uiteinde?

```
# 1a - Vergelijkingen
# aangenomen dat w1 > w2

A1:= 4*a*7.5*a:
A2:= 10.5*a*8*a - 4*a*4.5*a:
eq1:= p*A1 = (3+4+3)*a*S*w1/h + (4.5+4.5)*a*S*(w1-w2)/h + 4*a*S*(w1-w2)/(2*h):
eq2:= p*A2 = (3.5+3+8+10.5)*a*S*w2/h + 8*a*S*w2/(2*h) - (4.5+4.5)*a*S*(w1-w2)/h - 4*a*S*(w1-w2)/(2*h) :
Opl:=(solve({eq1,eq2},{w1,w2})); assign(Opl):
```

$$Opl := \left\{ w1 = \frac{2.678720445\, p\, a\, h}{S},\ w2 = \frac{2.386648122\, p\, a\, h}{S} \right\}$$

```
# 1b - Wringstijfheid
S:=1/G: p:=2*theta:
phi1:=w1: phi2:=w2:
Mw:=2*(phi1*A1 + phi2*A2);
```

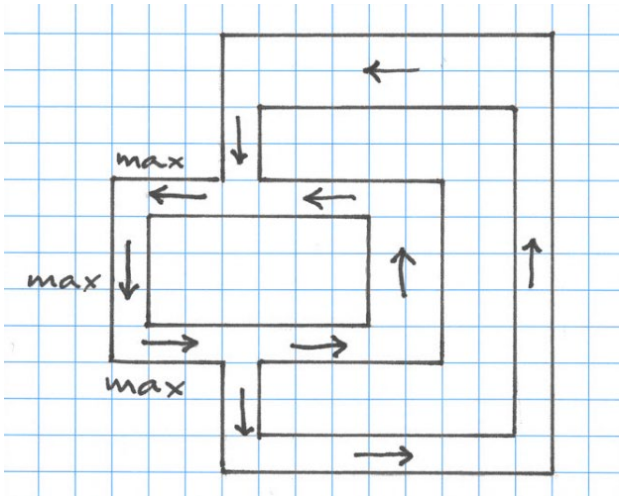
$$Mw := 951.5215576\, G\, a^3\, h\, \theta$$

```
Iw:=simplify(Mw/theta/G);
```

$$Iw := 951.5215576\, a^3\, h$$

```
# 1c - Grootste spanning
Mw:='Mw':
theta:=solve(Mw = 951.5215576*G*a^3*h*theta,theta):
tau_max:=phi1/h;
```

$$tau_max := \frac{0.005630393599\, Mw}{a^2\, h}$$




```
# 1d - Bredt: De inwendige wanden worden weggelaten.
A:=A1+A2:
Iw_Bredt:= 4*A^2/( (3.5+3+4+3+3+8+10.5)*a/h + 8*a/(2*h) );
```

$$Iw_Bredt := 945.2307696\, a^3\, h$$

```
tau_max_Bredt:=Mw/(2*A*h);
```

$$tau_max_Bredt := \frac{0.005208333335\, Mw}{a^2\, h}$$

```
verschil:=(Iw_Bredt - Iw)/Iw*100.; # 1% onderschat
```

$$verschil := -0.6611293196$$

```
verschil:=(tau_max_Bredt - tau_max)/tau_max*100.; # 7% onderschat
```

$$verschil := -7.496105851$$

```
# 2a Wringend moment
h:=3*mm: q:=1.2*kN/m: l:=1.5*m:
kN:=1000*N: m:=1000*mm:
e:=100*mm/2 + 5*mm: # het dwarskrachtencentrum ligt op het snijpunt van lijf en flens
mx:=q*e:
Mw:=mx*1/2; # ter plaatse van beide opleggingen
```

$$Mw := 49500.00000\,N\,mm$$

```
# 2b Wringspanning
Iw:= 1/3*(140+88+5+82)*mm *h^3;
```

$$Iw := 2835\,mm^4$$

```
tau:= Mw*h/Iw;
```

$$\tau := \frac{52.38095238\,N}{mm^2}$$

```
sigma_VM:=sqrt(3.)*tau; # extra
```

$$sigma_VM := \frac{90.72647089\,N}{mm^2}$$

```
# 2c Draairichting
# tegen de klok in

# 2d Verhinderde welving
# Nee, de specie bij de oplegging is nog niet verhard. Deze zal de welving niet
verhinderen. Bovendien welven T-profielen heel weinig.

h:=100*mm: b:=300*mm: E:=1e5*N/mm^2: nu:=0.2: Mw:=4*kN*m:
m:=1000*mm: kN:=1000*N: assume(mm>0):

# 3a Wringtraagheidsmoment (dictaat blz. 4)
Iw:=0.264*(b*h^3);
```

$$Iw := 7.920000000\,10^7\,mm\sim^4$$

```
# 3b Welvingsconstante
Cw:=4.416/1000*b^3*h^3;
```

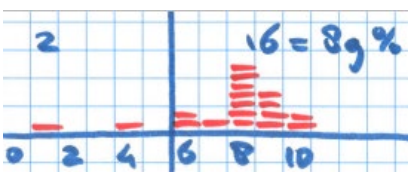
$$Cw := 1.192320000\,10^{11}\,mm\sim^6$$

```
# 3c Karakteristieke lengte
G:=E/(2*(1+nu)):
lc:=sqrt(E*Cw/(G*Iw));
```

$$lc := 60.10899191\,mm\sim$$

```
# 3d Schuifspanning # Op enige afstand van de verhinderde welving
tau_max:= Mw/(0.271*b*h^2);
```

$$tau_max := \frac{4.920049200\,N}{mm\sim^2}$$




```
# 3e Normaalspanning # De vingerlas verhindert welven
B:= Mw*lc:
sigma_max:= 100*B/(2.59*b^2*h^2);
```

$$sigma_max := \frac{10.31471332\,N}{mm\sim^2}$$

```
# Geen tentamenvraag: De schuifspanning is een probleem want hout heeft weinig schuifsterke.
De normaalspanning kan vast wel opgenomen worden.
```