

Hoofdspanningen

Als we een kubusje op een speciale manier draaien dan werken alleen normaalspanningen op de vlakken. Dit zijn de hoofdspanningen. De hoofdspanningen zijn gelijk aan de eigenwaarden van de spanningstensor. Ze worden berekend met Maple of met het algoritme van Jacobi.

We spreken van een vlakke spanningstoestand als op twee overstaande vlakken van een kubusje geen spanningen werken; bijvoorbeeld $\sigma_{zz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$. In dit geval kunnen de hoofdspanningen berekend worden met.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$

De derde hoofdspanning is dan gelijk nul.

Vaak worden de hoofdspanningen gesorteerd: $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$

Invarianten van de spanningstensor

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

$$I_2 = \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yz}^2 - \sigma_{xz}^2 - \sigma_{xy}^2$$

$$I_3 = \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\sigma_{yz}\sigma_{xz}\sigma_{xy} - \sigma_{yz}^2\sigma_{xx} - \sigma_{xz}^2\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2\sigma_{zz}$$

Invarianten van de deviator-spanningstensor

$$J_1 = 0$$

$$J_2 = \frac{1}{3}I_1^2 - I_2$$

$$J_3 = I_3 - \frac{1}{3}I_1I_2 + \frac{2}{27}I_1^3$$

Handige relaties

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]$$