

POST HBO-OPLEIDINGEN

**Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS**

Professional master of structural engineering

Toegepaste mechanica

**Materiaalmodellen en
niet-lineaire mechanica**

docent : dr. ir. P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 2^e JAAR
duur : 90 minuten

OPMERKINGEN : *Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam.*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad.

: Al het studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd.

*: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op
www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/2TM6.html*

**POST
HBO**

Vraagstuk 1

(30 minuten 3 punten)

Een verbinding van stalen buisprofielen wordt gemodelleerd met een eindige-elementenprogramma. Het model is driedimensionaal en lineair-elastisch. De spanningen in een maatgevend punt zijn

$$\sigma_{xx} = 127,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{yy} = -10,3$$

$$\sigma_{zz} = 65,1$$

$$\sigma_{yz} = 0,0$$

$$\sigma_{zx} = -11,3$$

$$\sigma_{xy} = -298,9$$

- Teken een elementair blokje met de spanningen op de zichtbare vlakjes. Teken tevens het bijbehorende assenstelsel.
- Het elementenmodel van de verbinding wordt vervolgens gedraaid ten opzichte van het x-y-z-assenstelsel en de berekening wordt herhaald. Daarna blijken de bovengenoemde spanningen geheel anders te zijn. Hoe komt het dat de spanningen zijn veranderd? Welke spanningen in het maatgevende punt zouden niet zijn veranderd door de rotatie? Hoe kunnen we controleren of het materiaal plaatselijk zal gaan vloeien?
- Bereken de invarianten I_1 en I_2 . Bereken de invariant J_2 . Bereken de Von Mises spanning.

Vraagstuk 2

(30 minuten 3 punten)

Voor gewapend betonnen platen belast op voornamelijk buiging wordt het volgende criterium gebruikt waar de momenten aan moeten voldoen (fig. 1).

$$m_{xy}^2 \leq \min \left((m_{px} - m_{xx})(m_{py} - m_{yy}), (m'_{px} + m_{xx})(m'_{py} + m_{yy}) \right)$$

Hierin is m_{xx} het buigend moment in de x-richting, m_{yy} het buigend moment in de y-richting en m_{xy} het wringmoment. m_{px} en m_{py} zijn de momentcapaciteiten in de x- en y-richting voor positieve momenten en $-m'_{px}$ en $-m'_{py}$ zijn de momentcapaciteiten in de x- en y-richting voor negatieve momenten.

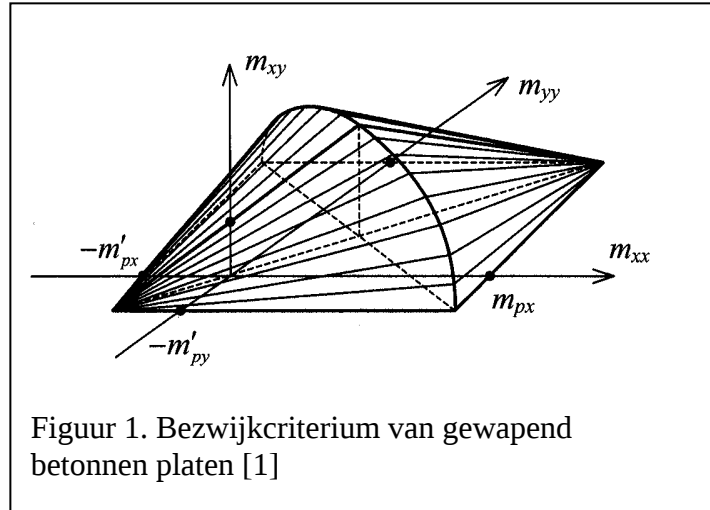
- a Schrijf het criterium als een voorwaarde voor een vloeifunctie f .
- b Laat zien dat de volgende ontwerpkeuze voor de momentcapaciteiten voldoet aan het criterium.

$$m_{px} = m_{xx} + |m_{xy}|$$

$$m_{py} = m_{yy} + |m_{xy}|$$

$$m'_{px} = -m_{xx} + |m_{xy}|$$

$$m'_{py} = -m_{yy} + |m_{xy}|$$



Figuur 1. Bezwijkcriterium van gewapend betonnen platen [1]

- c Als $m_{px} = m_{py} = m_p$ en $m'_{px} = m'_{py} = m'_p$ dan kunnen we het criterium schrijven als

$$-m'_p \leq m_2, m_1 \leq m_p.$$

Hierin zijn m_1 en m_2 de hoofdmomenten. Hoe wordt dit criterium genoemd?

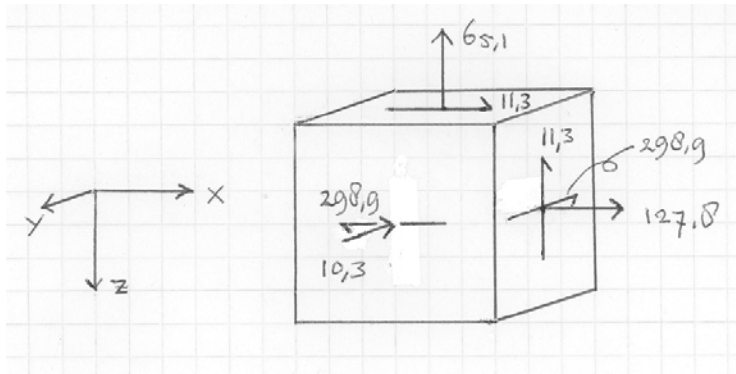
Vraagstuk 3

(30 minuten 4 punten)

- a Vroeger werd het tweede-orde effect van een ongeschoord raamwerk met de hand berekend. Wat zijn de voordelen van berekening door een computer? Moeten veel extra constructiegegevens worden ingevoerd voor een tweede orde berekening ten opzichte van een lineaire berekening? Verklaar uw antwoord. Als in werkelijkheid kip zou optreden wordt dit dan ook vastgesteld met een tweede-orde berekening?
- b Bij een niet-lineaire berekening wordt de belasting vaak in een aantal stappen aangebracht. Waarom wordt de belasting niet in één stap aangebracht?
- c Leg uit wat booglengte-sturing is (methode Riks). Wanneer wordt dit gebruikt?
- d Vaak wordt de krachtswerking in een constructie berekend met een lineair model terwijl de lokale afmetingen worden bepaald (dimensioneren) met een niet-lineair model. Bijvoorbeeld, de momentlijn van een doorgaande betonnen ligger wordt lineair berekend terwijl bij het dimensioneren van de wapening het scheuren in rekening wordt gebracht. Waarom wordt de krachtswerking met een lineair model berekend en niet met een niet-lineair model?

Uitwerking vraagstuk 1

a



- b De normaalspanningen en schuifspanningen in het x-y-z-assenstelsel zijn veranderd omdat deze afhangen van de stand van het assenstelsel ten opzichte van het model. De hoofdspansingen σ_1, σ_2 en σ_3 zouden niet zijn veranderd door de rotatie. De isotrope spanning σ_0 en de Von Mises spanning σ_{VM} ook niet. Het materiaal zal vloeien als de vergelijkingsspanning volgens Von Mises groter is dan de vloeispanning van het staal.

c Invarianten

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = 127,8 - 10,3 + 65,1 = 182,6 \text{ N/mm}^2$$

$$I_2 = \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}\sigma_{zz} - \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{yz}^2$$

$$= 127,8(-10,3) - (-298,9)^2 + 127,8 \times 65,1 - (-11,3)^2 + (-10,3)65,1 - 0^2 = -83136 \text{ N}^2/\text{mm}^4$$

$$J_2 = \frac{1}{3}I_1^2 - I_2 = \frac{1}{3}182,6^2 + 83136 = 94250 \text{ N}^2/\text{mm}^4$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{3 \times 94250} = 532 \text{ N/mm}^2$$

Uitwerking vraagstuk 2

a We introduceren de functie

$$f = m_{xy}^2 - \min\left((m_{px} - m_{xx})(m_{py} - m_{yy}), (m'_{px} + m_{xx})(m'_{py} + m_{yy})\right)$$

Zodat vloeit optreedt als $f = 0$ en geen vloeit optreedt als $f < 0$.

b Het criterium luidt

$$m_{xy}^2 \leq \min\left((m_{px} - m_{xx})(m_{py} - m_{yy}), (m'_{px} + m_{xx})(m'_{py} + m_{yy})\right).$$

Substitutie van de ontwerpkeuze geeft

$$m_{xy}^2 \leq \min \left(\begin{array}{l} (m_{xx} + |m_{xy}| - m_{xx})(m_{yy} + |m_{xy}| - m_{yy}) \\ (-m_{xx} + |m_{xy}| + m_{xx})(-m_{yy} + |m_{xy}| + m_{yy}) \end{array} \right),$$

$$m_{xy}^2 \leq \min \left(\begin{array}{l} |m_{xy}| |m_{xy}| \\ |m_{xy}| |m_{xy}| \end{array} \right),$$

$$m_{xy}^2 \leq |m_{xy}|^2.$$

Dit is correct, hetgeen te bewijzen was.

- c De grensspanningshypothese van Rankine (Johansen's vloeivoorwaarde).

Uitwerking vraagstuk 3

- a Een computerberekening 1) is veel sneller, 2) is nauwkeuriger, 3) geeft minder kans op rekenfouten en 4) geeft meer ontwerpvrijheid door het weglaten van schoren en snel uitproberen van andere afmetingen.
Nee, geen extra constructiegegevens moeten worden ingevoerd.¹
Nee, kip zit niet in een standaard tweede-orde berekening.²
- b Bij één stap kan het zijn dat de evenwichtsiteraties divergeren. Bovendien kan de computer dan geen last-verplaatsingsgrafiek tekenen omdat alleen het begin- en eindpunt van de grafiek berekend zijn.
- c Bij booglengte-sturing wordt het volgende punt van de last-verplaatsingsgrafiek gezocht op een vaste afstand (de booglengte) van het huidige punt.
- d De herverdeling van de krachtwerving bij een niet-lineaire berekening blijkt gering te zijn. (Vaak minder dan 10 %.) (Bij een statisch bepaalde constructie is er zelfs helemaal geen herverdeling.) Daarom is de extra inspanning voor het maken van een niet-lineaire berekening vaak niet zinvol.

¹ In sommige programma's moet het aantal belastingstappen, de afbreeknauwkeurigheid en het maximale aantal iteraties worden opgegeven. Dit zijn rekengegevens waar voor het programma ook een intelligent voorstel kan doen.

Belastingcombinaties moeten worden ingevoerd voor de berekening. Bij een lineaire berekening kan dit ook achteraf.

² Kip moet worden gecontroleerd door toepassing van normregels. Het ligt in de verwachting dat toekomstige rekensoftware wel de extra vervorming door het begin van kip en torsieknik kan berekenen.

Tentamen : Toegepaste mechanica 2^e jaar
Materiaalmodellen en niet-lineaire mechanica

20 juni 2006, 15:30 uur
duur : 90 minuten

Literatuur

- [1] A.C.W.M. Vrouwenvelder and J. Witteveen, "Plastic Analysis of Structures, The plastic behaviour and the calculation of plates subjected to bending", Lecture book Delft University of Technology, March 2003.