

POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste mechanica

**Materiaalmodellen en
niet-lineaire mechanica**

docent : dr. ir. P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 2^e JAAR
duur : 90 minuten

OPMERKINGEN : <i>Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam.</i> : <i>Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad.</i> : <i>Al het studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd.</i> : <i>Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/2TM6.html</i>
--

POST
HBO

Vraagstuk 1 (30 minuten 3 punten)

Een gelaste stalen verbinding wordt gemodelleerd met een eindige-elementenprogramma. Het model is driedimensionaal, het materiaal vloeit bij een één-assige trekspanning van 600 N/mm² en verstevigd niet. De spanningen in een punt zijn

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 1,2 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{yy} &= -3,4 \\ \sigma_{zz} &= 2,9 \\ \sigma_{yz} &= -198,1 \\ \sigma_{zx} &= 204,0 \\ \sigma_{xy} &= 197,9\end{aligned}$$

- Teken een elementair blokje met de spanningen op de zichtbare vlakjes. Teken tevens het bijbehorende assenstelsel.
- Soms wordt gezegd dat spanning kan worden afgebeeld als een cirkel. Wat wordt hiermee bedoeld?
- Bereken de Von Mises spanning in het punt. Kan de rek in het punt nog toenemen als de belasting wordt verhoogd?

Vraagstuk 2 (30 minuten 3 punten)

Een houten ligger met een ronde doorsnede heeft een straal r van 200 mm. De ligger heeft in een maatgevende doorsnede een buigend moment van 75,0 kNm, een dwarskracht van 100 kN en een wringmoment van 23,0 kNm. We kiezen de x -as in de lengterichting van de ligger. Uit een tabellenboek volgen de formules voor de spanningen:

De grootste spanning ten gevolge van het buigend moment M is $\sigma_{xx} = \frac{M}{\frac{1}{4}\pi r^3}$

De grootste spanning ten gevolge van de dwarskracht V is $\sigma_{xy} = \frac{V}{\frac{3}{4}\pi r^2}$

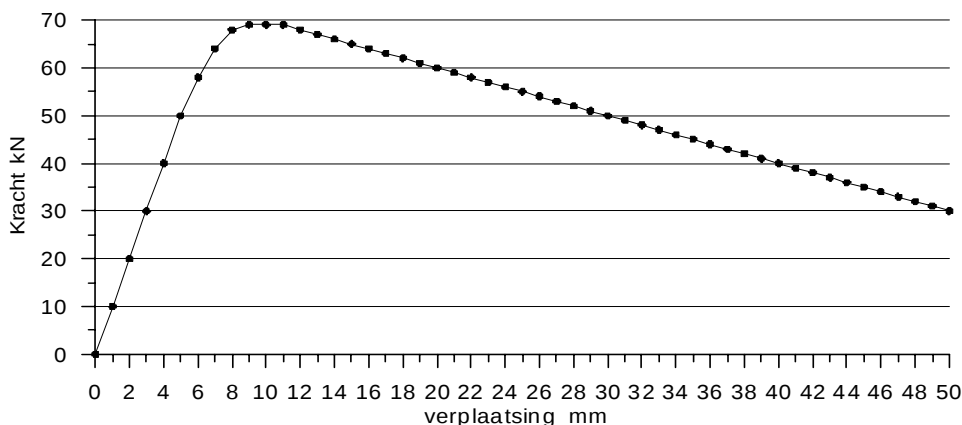
De grootste spanning ten gevolge van het wringmoment M_w is $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \frac{M_w}{\frac{1}{2}\pi r^3}$

De treksterkte van het hout is 18,0 N/mm² in de vezelrichting en 0,400 N/mm² loodrecht op de vezelrichting. De druksterkte van het hout is 24,0 N/mm² in de vezelrichting en 6,30 N/mm² loodrecht op de vezelrichting. De schuifsterkte is 3,00 N/mm² in de vezelrichting.

- Schets de spanningsverdelingen in de doorsnede van de ligger en vermeld de grootste waarden.
- Gebruik het Tsai-Hill criterium op verschillende punten om te beoordelen of het materiaal zal bezwijken. Geef in de tekening de plaats van deze punten aan.
- Waarom heeft het in dit geval geen zin om de hoofdspanningen te berekenen?
- Bereken de schuifsterkte loodrecht op de vezel uit de treksterkte loodrecht op de vezel.

Vraagstuk 3 (30 minuten 4 punten)

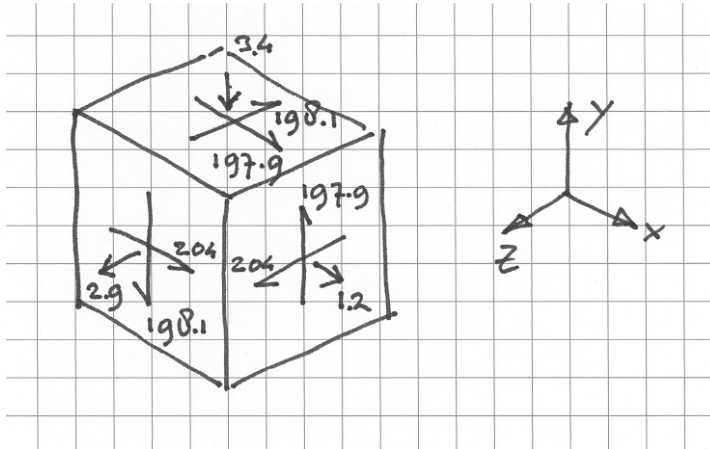
- Bij ontwerpberekeningen voor seismische belasting wordt de benodigde ductiliteit berekend voor elke ligger-kolomverbinding. Hoe wordt dit de ductiliteitsfactor μ gedefinieerd.
- Figuur 1 laat het last-verplaatsingsdiagram zien van een lasverbinding zoals berekend met de eindige-elementenmethode. De stippen in de grafiek geven de belastingstappen aan. Is in de berekening gebruik gemaakt van krachtsturing, verplaatsingsturing of booglengtesturing? Verklaar uw antwoord.
- De invloedslijn van de zakking is de zakkingslijn. Deze regel is gebaseerd op de wederkerigheidswet van Maxwell die alleen geldig is voor lineair elastische constructies. Gaat deze regel op voor gewapend betonnen liggers? (verklaar uw antwoord) Gaat deze regel op voor ongeschoorde raamwerken? (verklaar uw antwoord)
- Bij veel eindige-elementenberekeningen wordt gebruik gemaakt van integratiepunten. De wiskundige betekenis hiervan is dat het oppervlak (of volume) onder eenvoudige functies kan worden berekend door de functiewaarde in een aantal integratiepunten te vermenigvuldigen met vastgestelde weegfactoren en vervolgens op te tellen. Deze procedure wordt gebruikt om de stijfheidsmatrices van de elementen te berekenen. Wat is de ingenieursbetekenis (interpretatie) van de integratiepunten?



Figuur 1. Last-verplaatsingsdiagram

Uitwerking vraagstuk 1

a



b Men bedoelt dan de Cirkel van Mohr. Deze laat de spanningen zien die we in een punt kunnen meten of berekenen voor alle mogelijke meetrichtingen.

c Von Mises spanning

$$\begin{aligned}\sigma_{VM} &= \sqrt{\frac{1}{2} \left((\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 \right) + 3(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left((1,2 + 3,4)^2 + (-3,4 - 2,9)^2 + (2,9 - 1,2)^2 \right) + 3(198,1^2 + 204,0^2 + 197,9^2)} \\ &= 600,1 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

De Von Mises spanning kan niet groter worden dan 600 (Blijkbaar is er een afrondingsverschil). De rek kan wel groter worden. Dit wordt dan wel plastische rek.

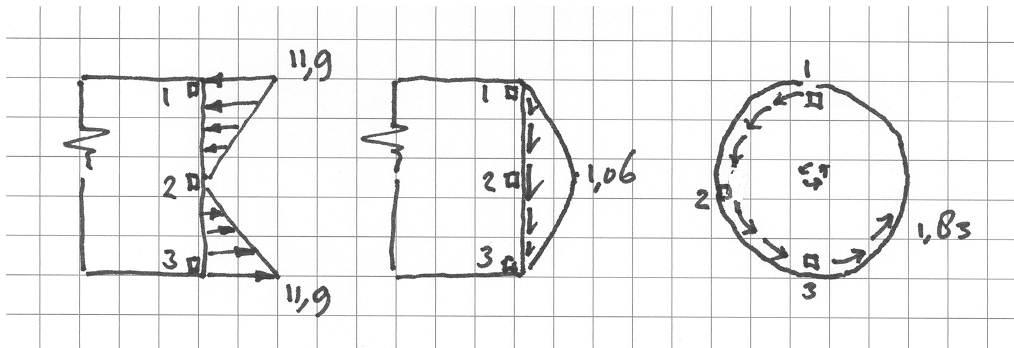
Uitwerking vraagstuk 2

a De spanningen zijn

buiging $\sigma_{xx \max} = \frac{70,0 \times 10^6}{\frac{1}{4} \pi 200^3} = 11,9 \text{ N/mm}^2$

afschuiving $\sigma_{xy \max} = \frac{100 \times 10^3}{\frac{3}{4} \pi 200^2} = 1,06 \text{ N/mm}^2$

wringing $\sigma_{xy \max} = \sigma_{xz \max} = \frac{23,0 \times 10^6}{\frac{1}{2} \pi 200^3} = 1,83 \text{ N/mm}^2$



b Het criterium luidt

$$\frac{\sigma_{xx}^2}{f_{xx}^2} - \frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{f_{xx}^2} + \frac{\sigma_{yy}^2}{f_{yy}^2} + \frac{\sigma_{xy}^2}{f_{xy}^2} \leq 1$$

Waarin x de vezel richting is en y staat daar loodrecht op. f Is de sterkte.

Voor elementair volume 1 (zie fig.) geeft dit

$$\frac{11,9^2}{24,0^2} - \frac{11,9 \times 0}{24,0^2} + \frac{0}{0,4} + \frac{1,83^2}{3,00^2} = 0,62 \leq 1.$$

Elementair volume 2

$$\frac{0}{18,0^2} - \frac{0 \times 0}{18,0^2} + \frac{0}{0,4} + \frac{(1,83 + 1,06)^2}{3,00^2} = 0,93 \leq 1$$

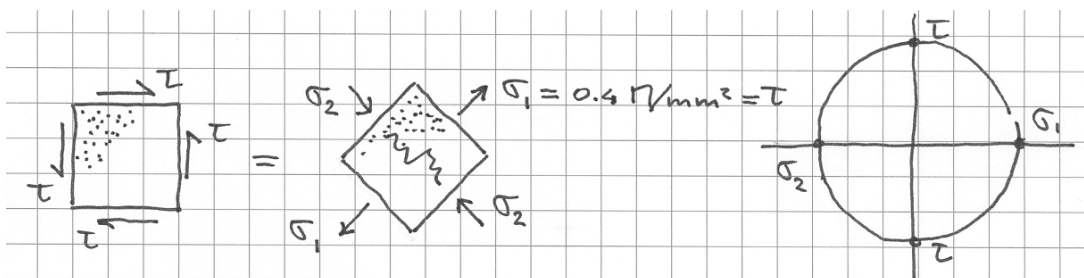
Elementair volume 3

$$\frac{11,9^2}{18,0^2} - \frac{11,9 \times 0}{18,0^2} + \frac{0}{0,4} + \frac{1,83^2}{3,00^2} = 0,81 \leq 1$$

De doorsnede blijkt te voldoen.

c Hout heeft verschillende sterkten in verschillende richtingen. De richtingen van de hoofdspansingen komen, in het algemeen, niet overeen met de richtingen van het materiaal. Het spanningscriterium voor hout wordt dan ook niet in de hoofdspansingen uitgedrukt.

d Uit de Circel van Mohr volgt dat de schuifsterkte loodrecht op de vezel is 0,400 N/mm².



Uitwerking vraagstuk 3

- a ductiliteitsfactor μ = plastische hoekverdraaiing / elastische hoekverdraaiing
- b Gebruik is gemaakt van verplaatsingsturing. Immers, de kracht wordt kleiner na de maximale waarde wat niet mogelijk is bij belastingsturing. Ook zijn de verplaatsingsincrementen even groot in elke stap wat niet het geval is bij booglengtesturing.
- c De regel gaat niet op voor gewapend betonnen liggers omdat door scheurvorming en kruip het gedrag fysisch niet-lineair is. De regel gaat ook niet op voor ongeschoorde raamwerken omdat door de verplaatsingen het gedrag geometrisch niet lineair is.

Alternatief antwoord

De regel gaat bij benadering wel op voor zowel gewapend betonnen liggers als ongeschoorde raamwerken omdat de niet-lineaire invloed gering is.

- d In de integratiepunten wordt het materiaalgedrag geëvalueerd om de spanningen (of momenten en normaalkrachten) aldaar te bereken. De spanningen (of momenten en normaalkrachten) naast deze punten wordt door interpolatie en extrapolatie gevonden.