

POST HBO-OPLEIDINGEN

**Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS**

Professional master of structural engineering

Toegepaste mechanica

**Materiaalmodellen en
niet-lineaire mechanica**

docent : dr. ir. P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 2^e JAAR
duur : 90 minuten

OPMERKINGEN : *Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam.*

: Het tentamen bestaat uit 4 bladzijden inclusief dit voorblad.

: Al het studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd.

*: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op
www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/2TM6.html*

**POST
HBO**

Vraagstuk 1 (30 minuten 3 punten)

Een balustrade van gehard glas wordt gemodelleerd met een eindige-elementenprogramma. Het model bestaat uit volume-elementen (solids). Een veranderlijke belasting wordt aangebracht. De berekening is lineair elastisch. De spanning in een maatgevend punt is

$$\begin{bmatrix} -25,3 & 4,90 & -3,10 \\ 4,90 & 10,7 & 18,4 \\ -3,10 & 18,4 & 3,20 \end{bmatrix} \text{ N/mm}^2.$$

De eigenwaarden zijn -27,3, -9,88, 25,8.

- a Teken een elementair blokje met de spanningen op de zichtbare vlakjes. Teken ook het bijbehorende assenstelsel.
- b We modelleren het glas als ongewapend beton. De één-assige druksterkte is 63 N/mm². De één-assige treksterkte is 27 N/mm² (inclusief veiligheidsfactoren). Leidt de spanning in het maatgevende punt tot bezwijken? Neem aan dat de veranderlijke belasting de enige belasting is.
- c Stel dat uit de bovenstaande berekening volgt dat de spanning te hoog is. Is dit een probleem of zal de spanning hervreiden naar naastgelegen elementen? Verklaar uw antwoord.
- d De spanning in het glas ontstaat niet alleen door de veranderlijke belasting maar ook door het hardingsproces. Is het correct om de hardingsspanning afzonderlijk te berekenen en vervolgens op te tellen bij de spanning door de veranderlijke belasting? Verklaar uw antwoord.

Vraagstuk 2 (30 minuten 3 punten)

- a Stel dat x-as overeenkomt met de grootste hoofdspanningsrichting en de y-as overeenkomt met de kleinste hoofdspanningsrichting. Waar ligt in dit geval het rotatiecentrum op de cirkel van Mohr? Kies A, B, C of D.
 - A In het punt (σ_1 , 0).
 - B In het punt (σ_2 , 0).
 - C In het punt (σ_1 , 0) of het punt (σ_2 , 0).
 - D In het punt ($\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$, $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$).

- b** Prof. Barré de Saint-Venant had het idee dat bezwijken van materialen ontstaat doordat de hoofdrekken te groot worden. Waarom is dit geen goed idee? Kies A, B, C of D.
- A Dan zou bezwijken afhangen van de dwarscontractiecoëfficiënt wat niet realistisch is.
 - B Hierdoor wordt de toelaatbare vormveranderingsenergie overschreden.
 - C Dit is niet praktisch want het is onmogelijk om de hoofdrekken uit te rekenen.
 - D De resultaten blijken niet overeen te komen met experimentele resultaten.
- c** Een bepaald materiaal gedraagt zich volgens Mohr-Coulomb. In hoeveel richtingen kan het materiaal scheuren bij overschrijden van het criterium? Kies A, B, C of D. (Beschouw een algemene 3D spanningssituatie, geen bijzondere spanningssituaties.)
- A Het materiaal scheurt niet want het is gedrukt.
 - B In 1 richting. De richting waarin de kritische combinatie van druk- en schuifspanning optreedt.
 - C In 2 richtingen omdat de cirkel van Mohr op twee plaatsen aan het criterium van Mohr-Coulomb raakt.
 - D In 3 richtingen omdat er drie cirkels van Mohr zijn voor een drie-assige spanningstoestand.
- d** Welke grootheden veranderen als de richting van het assenstelsel verandert? Kies uit A tot G. U kunt meer dan 1 antwoord kiezen.
- A De hoofdspanningen
 - B De octaëderschuifspanning en de octaëdernormalspanning
 - C De invarianten I_1 , I_2 en I_3 van de spanning
 - D De invarianten J_1 , J_2 en J_3 van de deviatorspanning.
 - E De getallen van de spanningstensor
 - F De isotrope spanning
 - G De Von Mises-spanning
- e** Eindige-elementenprogramma's kunnen de benodigde wapening berekenen in elk deel van een betonnen wand. Stel dat in een inwendige hoek een heel groot wapeningspercentage wordt berekend. Hoe gaan we hier mee om? Kies A, B, C of D.
- A Negeer de piek en baseer de wapening op het locale gemiddelde.
 - B Maak een FNL berekening omdat dan de piek wordt herverdeeld.
 - C Maak ontwerpaanpassingen om de piek te verkleinen.
 - D Gebruik heel kleine elementen om deze piek nauwkeurig te berekenen.
- f** De theoretische kniklast van een dunne schaalconstructie kan eenvoudig worden bepaald door een eindige-elementenprogramma met een lineaire knikberekening. Echter, deze kniklast is vaak veel groter dan de werkelijke kniklast. Waardoor ontstaat dit verschil? Kies A, B, C of D.

- A Tweede orde effecten in verplaatsingen, momenten, membraankrachten en spanningen
- B Imperfecties in vorm en ondersteuning plus vloeien of scheuren
- C Divergentie van de vormveranderingsenergie
- D Het elementenmodel moet uit heel veel kleine elementen bestaan om de kniklast nauwkeurig te kunnen berekenen.

Vraagstuk 3 (30 minuten 4 punten)

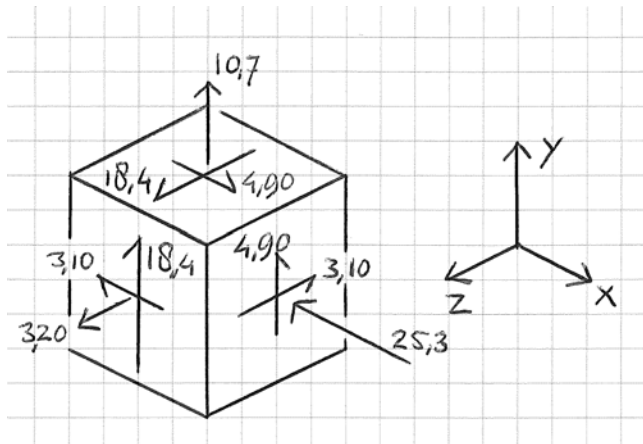
- a Welke soort berekening moet worden uitgevoerd als we grote verplaatsingen verwachten die het evenwicht beïnvloeden? Welke soort berekening moet worden uitgevoerd als we de invloed van scheurvorming in beton of plastische vloeï in staal in rekening willen brengen?
- b Niet-lineaire berekeningen van het constructiegedrag onder gebruiksbelasting zijn vaak eenvoudig uit te voeren. Niet-lineaire berekeningen van het bezwijkgedrag zijn veel moeilijker. Hoe komt dit?
- c In 1986 publiceerde de Canadese prof. Michael Collins en zijn student Frank Vecchio een artikel over een niet-lineair model voor gewapend beton. Ze hadden hiervoor een groot testapparaat gebouwd waarmee 40 panelen van gewapend beton op verschillende manieren zijn belast tot bezwijken. Op basis van de experimentele resultaten werd het niet-lineaire model ontwikkeld. Het testapparaat, met de naam big blue, werd gefinancierd door de oliemaatschappij Chevron in voorbereiding op de bouw van het Hibernia offshore platform die een aanvaring door een ijsberg moet kunnen weerstaan. Het Hibernia platform produceert olie sinds 1995. Tot nu toe is er geen aanvaring door een grote ijsberg geweest. Wat is de naam van dit niet-lineaire model voor gewapend beton?
- d De gebruikelijke manier om een constructieontwerp te controleren is een lineair-elastische berekening aangevuld met unity checks. Een andere manier om het ontwerp te controleren is met een probabilistische berekening van de faalkans. Voor deze berekening zijn ongeveer 1000 lineair-elastische berekeningen nodig. De wet van Moore zegt dat computers elke 2 jaar 2 keer zo snel worden. Wanneer zal een probabilistische berekening net zo snel gaan als één lineair-elastische berekening nu?

Sommige computerprogramma's kunnen de kosten van een constructieontwerp minimaliseren door bepaalde parameters te variëren. Voor deze optimalisatieberekening zijn ongeveer 50 lineair-elastische berekeningen nodig. Wanneer zal deze berekening net zo snel gaan als één lineair-elastische berekening nu?

In de toekomst zullen we probabilistische optimalisaties kunnen uitvoeren. Wanneer zal deze berekening net zo snel gaan als één lineair-elastische berekening nu?

Uitwerking vraagstuk 1

a



- b Rankine voor trek: Alle betonhoofdspanningen zijn kleiner dan 27 N/mm². Voldoet
Mohr-Coulomb voor druk: $\frac{-27,3}{-63,0} + \frac{25,8}{27,0} = 1,39$ moet kleiner dan 1 zijn. Voldoet niet.
- c Ja, dit is een probleem want het glas zal scheuren. Er is geen herverdeling.
- d Ja. Immers, een lineair elastisch model is gebruikt bij de berekening van de spanningen door de veranderlijke belasting. De hardingsspanningen kunnen hierop worden gesuperponeerd.

Uitwerking vraagstuk 2

- a B
- b D
- c C
- d E
- e A
- f B

Uitwerking vraagstuk 3

- a** GNL en FNL respectievelijk
- b** Een goed ontworpen constructie zal weinig verplaatsen, weinig vloeien en licht scheuren onder gebruiksbelasting. Daarom zijn slechts een paar iteraties nodig om evenwicht te vinden. Convergeren is geen probleem.
 Bij bezwijken, daarentegen, treden grote verplaatsingen, aanzienlijke vloe of uitgebreide scheurvorming op. Dan zijn veel iteraties nodig om evenwicht te vinden. Er kan divergentie optreden en de berekening zal een wellicht vele keren moeten worden herhaald met andere software instellingen om het gewenste antwoord te vinden.
- c** Modified Compression-Field Theory (MCFT)¹.
- d** Probabilistisch
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$ maal zo snel
 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20$ jaar

Optimalisatie

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 50 \\ 2x = y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = {}^2\log 50 = 5.6 \\ y = 2 \times 5.6 = 11 \text{ jaar} \end{array}$$

Probabilistische optimalisatie

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 50 \times 1000 \\ 2x = y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = {}^2\log 50 = 15.6 \\ y = 2 \times 15.6 = 31 \text{ jaar} \end{array}$$

¹ Vecchio F.J., M.P. Collins, "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", ACI Journal, V. 83, No. 2, March-April 1986, pp. 219-231.