

Tentamen **Materiaalmodellen**

10 juni 2014, 16:00 tot 17:30 uur

docent: P.C.J. Hoogenboom

Toegestaan is gebruik van dictaat, aantekeningen, boeken, calculator, laptop-computer en een iPad. Niet toegestaan is communiceren met anderen binnen of buiten de tentamenzaal.

Vraagstuk 1 (30 minuten)

Een gewapend betonnen constructiedeel heeft in een maatgevend punt de onderstaande spanningstoestand.

$$\sigma_{xx} = -9 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{yy} = 3$$

$$\sigma_{zz} = -9$$

$$\sigma_{yz} = 10$$

$$\sigma_{xz} = -17$$

$$\sigma_{xy} = 6$$

De druksterkte van het beton is 40 N/mm².

De treksterkte van het beton is 2 N/mm².

De treksterkte van de wapening is 430 N/mm².

De soortelijke massa van staal is 7800 kg/m³.

Veiligheidsfactoren zijn al in rekening gebracht.

a Teken een elementair kubusje met de optredende spanningen (0.6 punt)

b Wat zijn hoofdspanningen in het algemeen? (0.2 punt)

Hoe worden de hoofdspanningen berekend voor een twee-assige spanningstoestand? (0.2 punt)

Hoe worden de hoofdspanningen berekend voor een drie-assige spanningstoestand? (0.2 punt)

c Waarom moeten de hoofdspanningen in beton kleiner dan nul zijn? (0.6 punt)

d We beschouwen 4 hoeveelheden wapening in het kubusje.

1 $\rho_x = 0\%$, $\rho_y = 2,5\%$, $\rho_z = 6\%$.

2 $\rho_x = 6\%$, $\rho_y = 2,5\%$, $\rho_z = 0\%$.

3 $\rho_x = 2,5\%$, $\rho_y = 2,5\%$, $\rho_z = 2,5\%$.

4 $\rho_x = 2,5\%$, $\rho_y = 6\%$, $\rho_z = 2,5\%$.

Welk van deze hoeveelheden voldoet? (zie figuur) Verklaar uw antwoord. (0.3 punt)

Welk van deze hoeveelheden is de beste? (zie figuur) Verklaar uw antwoord. (0.3 punt)

```

Maple 13 - [Untitled (1) - [Server 1]]
File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help
[Icons]
[Status Bar: x, y, z, w, v, u, t, s, r, q, p, o, n, m, l, k, j, i, h, g, f, e, d, c, b, a]

[> restart: with(linalg):
[> fc:=-40: ft:=2: fy:=430: rho:=7800:
[> sxx:=-9.: syy:=3: szz:=-9: syz:=10: sxz:=-17: sxy:=6:
[> T:=Matrix([ [sxx,sxy,sxz], [sxy,syy,syz], [sxz,syz,szz] ]):
[> eigenvalues(T);
-29.91401291, 4.724064731, 10.18994818
[> rx:=0.000: ry:=0.025: rz:=0.060:
[> T:=Matrix([ [sxx-rx*fy,sxy,sxz], [sxy,syy-ry*fy,syz], [sxz,syz,szz-rz*fy] ]):
[> eigenvalues(T);
-46.71063715, -4.482344825, -0.3570180241
[> -46.71/fc-0.3570/ft;
0.9892500000
[> rho*(rx+ry+rz);
663.000
[> rx:=0.060: ry:=0.025: rz:=0.000:
[> T:=Matrix([ [sxx-rx*fy,sxy,sxz], [sxy,syy-ry*fy,syz], [sxz,syz,szz-rz*fy] ]):
[> eigenvalues(T);
-45.83253609, -9.383164453, 3.665700542
[> -45.83/fc+3.665/ft;
2.978250000
[> rho*(rx+ry+rz);
663.000
[> rx:=0.025: ry:=0.025: rz:=0.025:
[> T:=Matrix([ [sxx-rx*fy,sxy,sxz], [sxy,syy-ry*fy,syz], [sxz,syz,szz-rz*fy] ]):
[> eigenvalues(T);
-40.66401291, -6.025935269, -0.5600518189
[> -40.66/fc-0.5601/ft;
0.7364500000
[> rho*(rx+ry+rz);
585.000
[> rx:=0.025: ry:=0.060: rz:=0.025:
[> T:=Matrix([ [sxx-rx*fy,sxy,sxz], [sxy,syy-ry*fy,syz], [sxz,syz,szz-rz*fy] ]):
[> eigenvalues(T);
-43.11335972, -16.91246049, -2.274179790
[> -43.11/fc-2.274/ft;
-0.059250000
[> rho*(rx+ry+rz);
858.000

Time: 0.6s Bytes: 832K Available: 1.78G

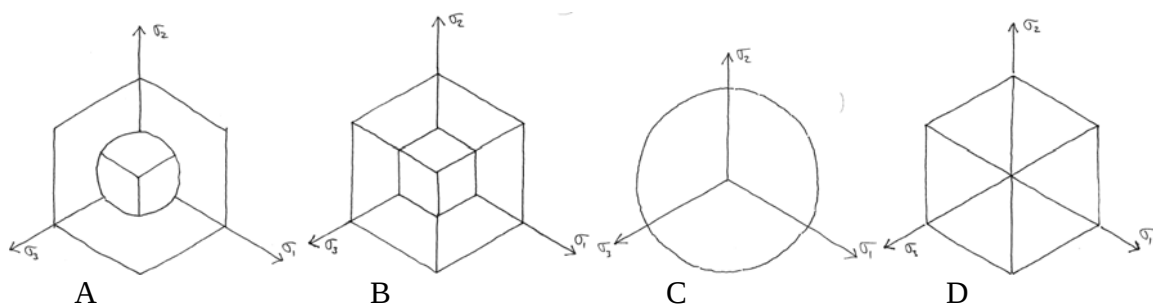
```

e Hoe heet het criterium dat gebruikt wordt om de combinatie van druk- en schuifspanning in beton te controleren? (0.3 punt)

Waarom wordt in dit criterium een treksterkte ongelijk aan nul gebruikt? (0.3 punt)

Vraagstuk 2 (30 minuten)

- a Als we de hoofdspansingen weten, kunnen we snel de invarianten berekenen. Andersom is dit veel moeilijker. Leg uit waarom. (0.7 punt)
- b Bij welke soort belasting moeten we met kinematische versteviging rekenen in plaats van met isotrope versteviging? (0.7 punt)
- c Waarom wordt de grensspanningshypothese van Saint Venant nooit toegepast? (0.7 punt)
- d Hoe ziet de grensspanningshypothese voor ongewapend beton eruit geprojecteerd op het π -vlak. Kies A, B, C of D. (0.7 punt)



- e Veel materialen bezwijken als de schuifspanning te groot wordt. Leg uit dat dit ook geldt voor de grensspanningshypothese van Von Mises. (0.7 punt)
- f Koffiebonen worden vaak verpakt in plastic en vacuüm gezogen. Los gepakte bonen hebben geen trek of druksterkte. Niettemin, vacuüm verpakt heeft het weldegelijk een aanzienlijke sterkte. Ontstaat de treksterkte van ongewapend beton op soortgelijke wijze? Verklaar uw antwoord. Aanwijzing: De luchtdruk nabij het aardoppervlak is ongeveer 0,1013 N/mm² (0.7 punt).

Vraagstuk 3 (30 minuten)

Vaak kan een unity check geïnterpreteerd worden als een benuttingsgraad. Bijvoorbeeld een waarde van 0.87 betekend dat 87% van de capaciteit is benut. Voor de Mohr-Coulomb-waarde gaat dit niet op want deze kan ook negatief worden.

- a** Geeft een rekenvoorbeeld van een negatieve Mohr-Coulomb-waarde (0.7 punt).

Iemand stelt voor om de grensspanningshypothese van Mohr-Coulomb te vervangen door de volgende unity check.

$$\exp\left(\frac{\sigma_3}{f_c} + \frac{\sigma_1}{f_t} - 1\right) \leq 1$$

- b** Kan deze unity check een negatieve waarde geven? Verklaar uw antwoord. (0.7 punt)
- c** Laat zien dat wanneer deze unity check een waarde van ongeveer 1 heeft, deze waarde hetzelfde is als de Mohr-Coulomb-waarde. (0.7 punt)
- d** Mohr-Coulomb wordt geschreven met een streepje (-) en Von Mises wordt geschreven zonder streepje. Vanwaar dit verschil? (0.7 punt)

Antwoorden vraagstuk 1

- b** De spanningen in de richtingen waarin geen schuifspanningen werken.
De grootste hoofdspanning is ook de grootste normaal spanning die in het materiaal werkt.
De kleinste hoofdspanning is ook de kleinste (inclusief teken) normaalspanning in het materiaal.

$$2\text{assig: } \sigma_{1,2} = (\sigma_{\max x} + \sigma_{\max y})/2 (+,-)\sqrt{((\sigma_{\max x} - \sigma_{\max y})/2)^2 + \sigma_{\max xy}^2}$$

3assig: Met Maple of met het algoritme van Jacobi

- c** Hoofdspanningen kleiner dan nul betekent geen trekspanningen. De treksterkte van ongewapend beton is heel klein en in veel situaties is het beter om van de treksterkte geen gebruik te maken.

- d** 1 voldoet omdat geen trek en $MC < 1$
2 voldoet niet omdat wel trek en $MC > 1$
3 voldoet omdat geen trek en $MC < 1$
4 voldoet omdat geen trek en $MC < 1$

wapening 3 is de beste omdat het de minste hoeveelheid wapening nodig is (585 kg/m^3).

- e** Mohr-Coulomb-spanningscriterium

Het beton tussen de scheuren wordt getoetst en dit beton heeft weldegelijk een treksterkte. (Bij het Rankine criterium wordt het beton ter plaatse van een scheur getoetst en een scheur heeft geen treksterkte.)

Antwoorden vraagstuk 2

- a** De hoofdspanningen zijn de wortels van een derde-graadspolynoom. Deze wortels kunnen in het algemeen niet eenvoudig bepaald worden. Vaak is een iteratieve numerieke procedure nodig.
- b** Bij een omkeerbelaasting bijvoorbeeld een aardbeving.
- c** Omdat uit experimenten blijkt dat er geen materiaal is dat zich volgens dit criterium gedraagt.
- d** B
- e** Het criterium van Von Mises geeft bijna dezelfde figuur in de hoofdspanningsruimte als Tresca. De laatste genoemde is gebaseerd op bezijken door schuifspanning.
- f** Nee; de treksterkte van beton is veel groter dan de treksterkte die ontstaat door vacuum. Niettemin draagt het een beetje bij.

Antwoorden vraagstuk 3

- a** $\sigma_1 = -5 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_2 = -10$
 $f_t = 2$
 $f_c = 20$

$$(-5)/2 + (-10)/(-20) = -2$$

- b** Nee; e^x is positief voor alle x .
- c** Als $UCMC=1.000$ dan $UCexp=1.000$,
als $UCMC=1.100$ dan $UCexp=1.105$,
als $UCMC=0.900$ dan $UCexp=0.904$.
- d** Von Mises was een onderzoeker. Mohr en Coulomb waren twee onderzoekers.