

Tentamen **Materiaalmodellen**

4 juli 2017, 18:00 – 19:30 uur

P.C.J. Hoogenboom

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, aantekeningen, boeken, calculator, laptopcomputer, tablet, software en het WWW.

Vanzelfsprekend is het niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Daarom is een smart-phone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1

Een stalen constructiedeel heeft in een materiaalkubusje de onderstaande spanningstoestand.

$$\sigma_{xx} = -25 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = 381, \sigma_{zz} = 0, \sigma_{yz} = -83, \sigma_{xz} = 93, \sigma_{xy} = 0$$

De vloeisterkte van het staal is 429 N/mm^2 . Veiligheidsfactoren zijn al in rekening gebracht.

- a Teken het kubusje met de optredende spanningen (0.7 punt)
- b Hoe groot is dit kubusje ongeveer? Verklaar uw antwoord. (0.5 punt)
- c Bereken invariant I_1 . (0.4 punt)
- d Controleer of het materiaal vloeit volgens het Von Mises-criterium. (0.4 punt)
- e Controleer of het materiaal vloeit volgens het Rankine-criterium. Is er iets dat u wilt opmerken over deze berekening? (0.5 punt)

```
> restart : with(linalg) :
> sxx := -25 : syy := 381 : szz := 0 : syz := -83 : sxz := 93 : sxy := 0. :
> T := matrix([ [sxx, sxy, sxz], [sxy, syy, syz], [sxz, syz, szz] ]);
                                T := 
$$\begin{bmatrix} -25 & 0. & 93 \\ 0. & 381 & -83 \\ 93 & -83 & 0 \end{bmatrix}$$

> opl := eigenvalues(T);
                                opl := -112.641544774865, 69.4550184446463, 399.186526330218
> s1 := opl[3] : s2 := opl[2] : s3 := opl[1] :
> sVM := sqrt( $\frac{1}{2} \cdot ((sxx-syy)^2 + (sxx-szz)^2 + (szz-syy)^2) + 3 \cdot (syz^2 + sxz^2 + sxy^2)$ );
                                sVM := 449.3606569
> sVM := sqrt( $\frac{1}{2} \cdot ((s1-s2)^2 + (s2-s3)^2 + (s3-s1)^2)$ );
                                sVM := 449.360656933827
> sT := (s1-s3);
                                sT := 511.828071105083
```

Figuur 1. Berekeningen in Maple

Vraag 2

Rek wordt berekend met de vergelijking $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right)$ $i, j = x, y, z$.

- a Laat in kleine stapjes zien hoe uit deze vergelijking volgt dat

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \text{ en } \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}. \text{ (0.5 punt)}$$

- b Wat is de eenheid van γ_{yz} ? (0.4 punt)

Vraag 3

Software kan rekken en spanningen snel omrekenen naar een ander assenstelsel.

- a Welk algoritme wordt hiervoor gebruikt? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)

- A methode van Jacobi
- B tensor transformatie
- C cirkel van Mohr
- D goniometrie

- b Welke grootte verandert als spanningen worden omgerekend naar een ander assenstelsel? Kies uit A, B, C of D. (0.4 punt)

- A de grootste hoofdspanning σ_1
- B de Von Mises spanning σ_{VM}
- C de tweede invariant I_2
- D de schuifspanning σ_{xy}

- c Hout heeft in de vezelrichting een hogere stijfheid dan loodrecht op de vezelrichting. Hoe noemen we dit? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)

- A Hout is een orthotroop materiaal.
- B Hout is een homogeen materiaal.
- C Hout is een isotroop materiaal.
- D Hout is een inconsistent materiaal.

- d Stel dat we een houten onderdeel willen berekenen met de eindige-elementenmethode en vervolgens de spanningen willen toetsen. Hiervoor moeten we het lokale assenstelsel draaien in de vezelrichting en loodrecht op de jaarringen. Waarom moet dit? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)

- A Omdat hout in verschillende richtingen andere stijfheden heeft.
- B Omdat hout in verschillende richtingen andere stijfheden en sterktes heeft.
- C Omdat het Mohr-Coulomb criterium een richtingsafhankelijke breukenergie heeft.
- D Omdat anders de spanningstrajectoriën de jaarringen volgen.

Vraag 4

In 1870 stelde Henri Tresca de volgende grensspanningshypothese voor

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \leq \frac{1}{2} f_y .$$

- a Geef een korte uitleg van deze grensspanningshypothese. (0.5 punt)
- b In welke situatie is de Trescaspanning negatief? (0.4 punt)
- c Is de Trescaspanning hetzelfde als de octaederschuifspanning? Verklaar uw antwoord. (0.4 punt)

Vraag 5 (0.8 punt)

De ongelijkheid

$$(n_{sx} - n_{xx})(n_{sy} - n_{yy}) \geq n_{xy}^2$$

kan worden omgeschreven tot

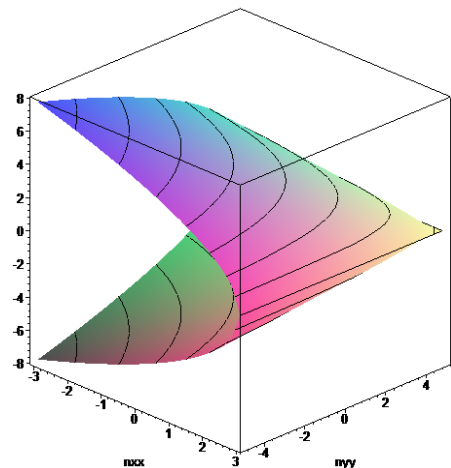
$$\frac{1}{2} \left(\frac{n_{xx}}{n_{sx}} + \frac{n_{yy}}{n_{sy}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{n_{xx}}{n_{sx}} - \frac{n_{yy}}{n_{sy}} \right)^2 + \frac{n_{xy}^2}{n_{sx} n_{sy}}} \leq 1 .$$

- a Wat is een voordeel van de tweede ongelijkheid ten opzichte van de eerste? (0.4 punt)
- b Wat is een nadeel van de tweede ongelijkheid ten opzichte van de eerste? (0.4 punt)
- c Hoe kunnen we met Maple laten zien dat deze ongelijkheden altijd hetzelfde resultaat geven? (0.5 punt)

Vraag 6

```
nsx:= 3:  
nsy:= 5:  
nxy:= sqrt( (nsx - nxx) * (nsy - nyy) ) :  
plot3d({+nxy, -nxy}, nxx = -nsx .. nsx, nyy = -nsy .. nsy);
```

- a Wat is in de figuur rechts geplote? (0.4 punt)
- b Wat precies bezwijkt er in deze figuur? (0.4 punt)
- c Het heeft geen zin om de afgebeelde vergelijking ook af te beelden in de hoofdspanningsruimte. Waarom niet? (0.5 punt)



Zie ommezijde.

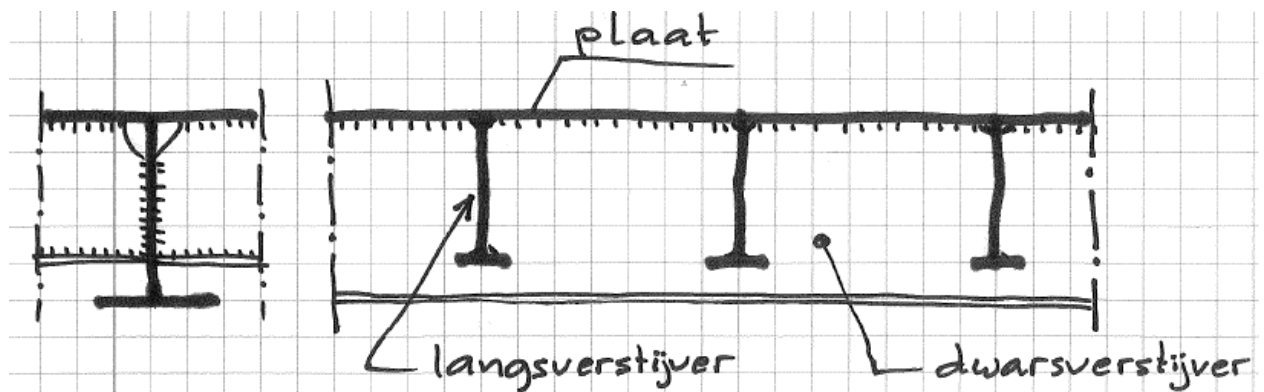
Vraag 7

Onderwapening in een betonnen plaat kan worden berekend met

$$m_{xb} = m_{xx} + |m_{xy}|$$

$$m_{yb} = m_{yy} + |m_{xy}|$$

Deze wapening kan worden vergeleken met gelaste verstijvers aan een stalen plaat.* (zie fig. 2)



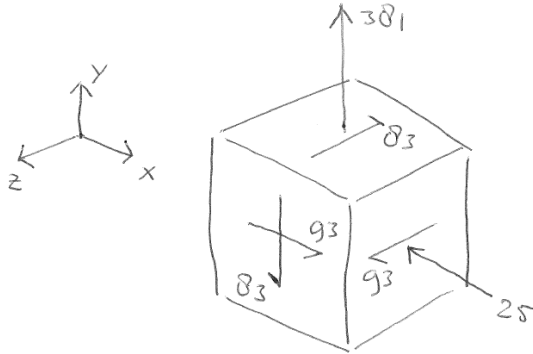
Figuur 2. Gelaste verstijvers aan een stalen plaat

- a Geef kort aan hoe de verstijvers kunnen worden gedimensioneerd op basis van m_{xb} en m_{yb} . (0.4 punt)
- b Op welke grenstoestand zijn de verstijvers aldus gedimensioneerd; sterkte, stijfheid of stabiliteit? (0.4 punt)
- c Nemen de verstijvers ook wringende momenten op? Verklaar uw antwoord. (0.4 punt)

* Idee van dhr. Albert-Jan Boere tijdens het college van 20 juni 2017.

Antwoorden

Vraag 1



a

b 2 mm. Dit is niet te klein ten opzichte van de materiaalstructuur want anders zou het kubusje niet de eigenschappen van staal hebben. Dit is ook niet te groot ten opzichte van een constructiedeel want anders zouden de spanningen over een oppervlakje van het kubusje niet vrijwel constant zijn.

Alternatief antwoord: Infinitesimaal (oneindig klein) omdat dan de spanningen over een oppervlakje van het kubusje constant zijn.

c $I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = -25 + 381 + 0 = 356 \text{ N/mm}^2$

d $\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2) + 3(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2)} = 449 \leq 429$

niet waar dus vloeit wel. (gebruik is gemaakt van figuur 1.)

e $-f_y \leq \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq f_y \Rightarrow -429 \leq \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq 429 \Rightarrow$ waar dus vloeit niet.

Deze berekening is onzin want staal bezwijkt niet volgens het Rankine criterium.

Vraag 2

a $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}) \quad i, j = x, y, z$

$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}) \quad i, j = x, y, z$

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial x})$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y})$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2}(2\frac{\partial u_x}{\partial x})$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{\gamma_{yz}}{2}$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = 2\frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}$$

b dimensieloos of radialen

Vraag 3

a B

b D

- c A
- d B

Vraag 4

- a De grootste schuifspanning die in een materiaalkubusje optreedt moet kleiner zijn dan een grenswaarde.
- b Nooit
- c Nee; De Trescaspanning is $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$

De octaederschuifspanning is $\sqrt{\frac{1}{9}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2)}$
(handout 1, blz 34)

Vraag 5

- a Voordeel: De unity-check-waarde laat duidelijk zien hoeveel minder of meer wapening nodig is. Voordeel: Een unity-check is eenvoudig te begrijpen omdat veel normregels op deze manier geschreven zijn.
- b Nadeel: Als per ongelijk geen wapening wordt gekozen zou door nul worden gedeeld waardoor de software vast loopt. De programmeur moet daarom waarschuwingen inprogrammeren en de software gebruiker moet deze waarschuwingen lezen en opvolgen.
- c

```
> opl:=solve((u*nsx-nxx)*(u*nsy-nyy)=nxy^2,u);
> u1:=opl[1];
> u2:=1/2*(nxx/nsx+nyy/nsy) + sqrt(1/4*(nxx/nsx-nyy/nsy)^2 + nxy^2/(nsx*nsy));
> assume(nsx>0): assume(nsy>0): simplify(u1-u2);
```

Vraag 6

- a De vloeicontour van een kubus in een gewapend betonnen wand.
- b De wapening vloeit. (Bezwijken van het beton op druk wordt hier niet beschreven.)
- c Bij dit criterium wordt in de hoofdspanningsruimte geen grens afgebeeld. Deze grens hangt namelijk niet alleen af van de grootte van de hoofdspanningen maar ook af van de richtingen van de hoofdspanningen ten opzichte van de richtingen van de wapening.

Vraag 7

- a $\text{spanning in x-verstijvers} = \frac{m_{xb} \times \text{hard-op-hard-afstand verstijvers}}{\text{weerstandsmoment verstijvers inclusief meewerkende breedte plaat}}$
- b sterkte
- c Ja; ze nemen het wringende moment m_{xy} op wat is berekend met het eindige-elementenprogramma, echter, dit doen ze niet met verwringing maar met buiging.

Nee; de wringstijfheid van plaat en verstijvers is verwaarloosbaar ten opzichte van de buigstijfheid. (Zodra de verstijvers zijn toegevoegd aan het elementenmodel van de plaat is de m_{xy} heel klein.)