

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, aantekeningen, boeken, calculator, laptopcomputer, tablet, software en het WWW.
Het is niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal.
Daarom is een smart-phone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1

Een stalen constructiedeel heeft in een materiaalkubusje de onderstaande spanningstoestand.

$$\sigma_{xx} = 35, \sigma_{yy} = -631, \sigma_{zz} = 502, \sigma_{yz} = -382, \sigma_{xz} = 0, \sigma_{xy} = -87 \text{ N/mm}^2$$

Deze spanningen zijn berekend met een lineair-elastisch materiaal model.
De hoofdspanningen zijn

$$-757, 43, 620 \text{ N/mm}^2.$$

De vloeisterkte van het staal is 720 N/mm^2 . Veiligheidsfactoren zijn al in rekening gebracht.

- a Teken het kubusje in het x - y - z -assenstelsel met optredende spanningen. (0.5 punt)
- b Geef de spanningstensor. (0.5 punt)
- c Bereken invariant J_3 . (0.5 punt)
- d Beschouw het Tresca-criterium. Vloeit het materiaal? Verklaar uw antwoord. (0.5 punt)
- e Schets de cirkel van Mohr. (0.5 punt)

Vraag 2

Beschouw een klein materiaalkubusje (representative volume element).

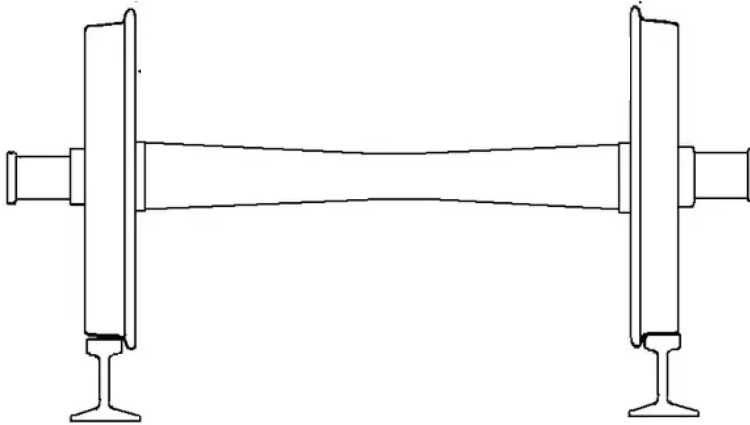
- a Met hoeveel rekgrootheden kan de vervorming worden beschreven? (0.5 punt)
- b Geef de formule waarmee afschuifrek wordt berekend.
Verklaar deze formule in woorden. (0.5 punt)

Vraag 3

- a Wat is de definitie van een tensor? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)
- A Het kan worden geschreven als een symmetrische matrix van drie bij drie.
B De hoofdwwaarden zijn gelijk aan de wiskundige eigenwaarden; en andersom.
C Het verandert volgens bepaalde vergelijkingen als het assenstelsel roteert.
D Het is een fysische grootheid.
- b Van een tensor kan een grafiek worden gemaakt als functie van de richting van het assenstelsel. Hoe heet deze grafiek? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)
- A Cirkel van Mohr
B Hoofdspanningsruimte
C Vloeispanningshypothese
D Octaedervlak
- c Wat is een eigenschap van de invarianten van een tensor? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)
- A Ze zijn de wortels van het karakteristiek polynoom van het eigenwaarde probleem.
B Ze kunnen gebruikt worden om snel en eenvoudig de hoofdwwaarden te berekenen.
C $I_3 < I_2 < I_1$.
D Ze veranderen niet wanneer de plaats of richting van het assenstelsel verandert.
- d Waarom zijn de invarianten belangrijk? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)
- A Om spanningen om te rekenen als het assenstelsel wordt geroteerd of verplaatst.
B Omdat er iteratieve algoritmen nodig zijn om ze te berekenen.
C Omdat vaak het bezwijken van een materiaal niet afhangt van het gekozen assenstelsel.
D Omdat dit wordt gevraagd op het tentamen.
- e Materiaalmodellen voor gewapend beton en voor hout gebruiken geen invarianten. Waardoor niet? Kies A, B, C of D. (0.4 punt)
- A Dit is toeval.
B Het lokale assenstelsel moet de wapening of de houtvezels volgen.
C Deze materiaalmodellen zijn nog in ontwikkeling.
In hun definitieve vorm zullen ze ongetwijfeld op invarianten zijn gebaseerd.
D Deze materiaalmodellen gebruiken de hoofdspanningen in plaats van invarianten.

Vraag 4

Een locomotief weegt 80 ton. Het gewicht is gelijk verdeeld over 8 stalen wielen. Het contactvlak tussen een wiel en een rail is ongeveer 10 mm x 6 mm. Als de locomotief met een hoge snelheid over een wissel gaat is de dynamische spanning in een contactvlak 2,4 keer zo groot als de statische spanning.



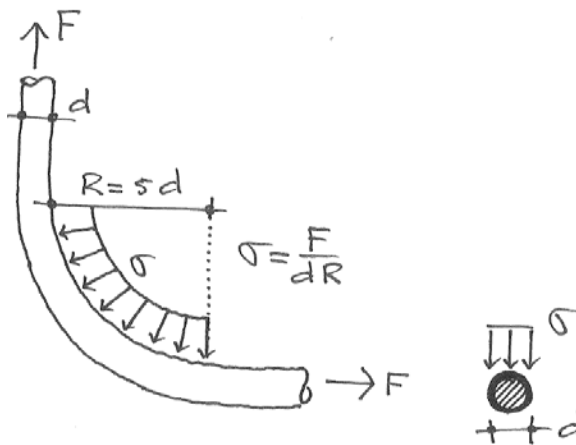
a Hoe groot is de contactspanning tussen wiel and rail? (0.5 punt)

b Treedt bezwijken op? Kies A, B, C, of D. (0.5 punt)

- A Nee want de wielen en rails bestaan uit hoge-sterkte staal en als dit zou vloeien dan zal kinematische versteviging optreden.
- B Nee want de gegeven getallen zijn onrealistisch.
- C Nee want de spanningstoestand rond het contactvlak is 3-assig.
- D Ja want geen enkele staalkwaliteit kan deze spanning verdragen.

Vraag 5

Een wapeningsstaaf is gebogen om een doorn met een straal van 5 keer de staafdiameter. De staaf zit in een betonnen constructiedeel. In de staaf heerst een trekkracht F bijna gelijk aan de vloeikracht. In de bocht drukt het beton tegen de staaf.



a Leidt de volgende formule af voor de drukspanning σ in het beton. (0.5 punt)

$$\sigma = \pi/20 * f_y$$

Hierin is f_y de vloeispanning van het staal.

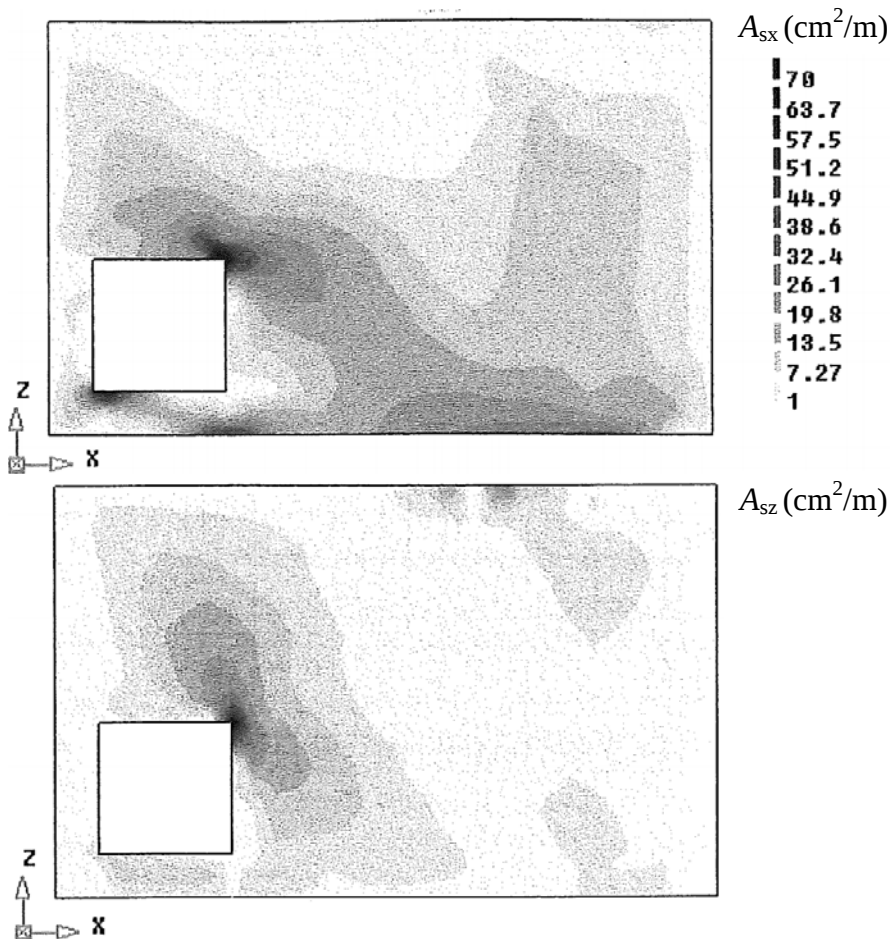
b Bezwijkt het beton voordat het staal bezwijkt? Kies A, B, C, of D. (0.5 punt)

- A Ja want normaal beton kan deze drukspanning niet verdragen.
- B Nee want het beton is altijd opgesloten door beugels in de dwarsrichting.
- C Nee want voor dit detail wordt hoge-sterkte beton toegepast.
- D Nee want het gegeven detail is onrealistisch en de formule klopt niet.

c Stel dat we bouwen met gasbeton in plaats van met gewoon beton. Gasbeton heeft een heel lage druksterkte. Wat kunnen we veranderen aan de gebogen wapeningstaaf zodat het gasbeton niet voortijdig zal bezwijken? (0.5 punt)

Vraag 6

De onderstaande figuren geven de benodigde wapening in een wandligger met opening.



a Wat is de grootste hoeveelheid wapening benodigd in deze wandligger? (0.33 punt)

b Wat is de richting van de benodigde wapening? (0.33 punt)

- c Stel dat we precies de hoeveelheid wapening plaatsen die hier is berekend.
Wat doen we dan fout? (0.34 punt)

Vraag 7

Bij het ontwerpen van gewapend betonnen wanden kan de computer twee zaken voor ons doen.

- 1) de benodigde wapeningspercentages berekenen,
- 2) voorgestelde wapening controleren.

- a Geef de formules die de computer hiervoor gebruikt. (0.5 punt)

- b Waar zijn deze formules op gebaseerd? Kies A, B, C of D. (0.5 punt)

A Evenwicht van de materiaalspanningen met de lineair elastische spanningen.

B Veilige benadering van de berekende vervormingen.

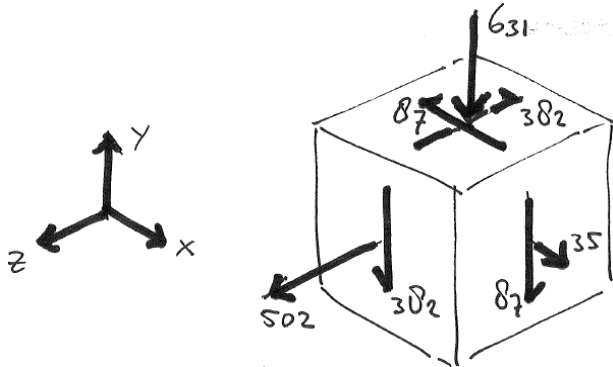
C Optimale benutting van de stijfheid van de wapening en de stijfheid van het beton.

D Behoud van vormveranderingsenergie van de deviatorspanningstensor.

Antwoorden

Vraag 1

a



b

$$\begin{bmatrix} 35 & -87 & 0 \\ -87 & -631 & -382 \\ 0 & -382 & 502 \end{bmatrix}$$

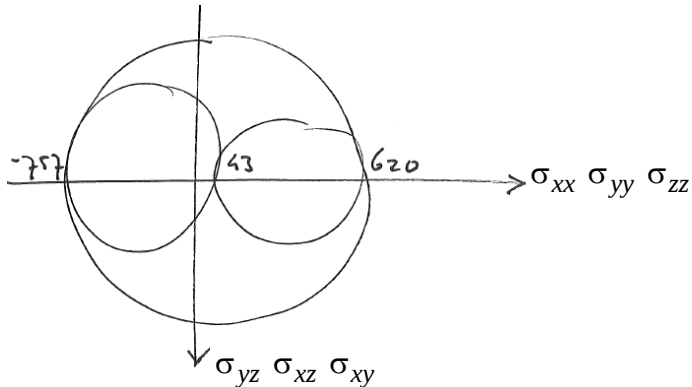
c

```
>s1:=619,88; s2:=42,64; s3:=-756,51;
>I1:=s1+s2+s3;
>I2:=s1*s2+s1*s3+s2*s3;
>I3:=s1*s2*s3;
>J3:=I3-(1/3)*I1*I2+(2/27)*I1^3;
```

$$J3 = -3,49 \cdot 10^7$$

d Ja. $s1-s3=1377 > 720$

e



Vraag 2

a 6 (De betekenis van “grootheid” is niet een woord maar een getal.)

b

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

Afschuifrek is de som van twee hoekjes in radialen.

Vraag 3

a C

b A

- c D
- d C
- e B

Vraag 4

- a 4000 N/mm^2
- b C

Vraag 5

- a $>R := 5 \cdot d$:
 $>F := (1/4) \cdot \pi \cdot d^2 \cdot f_y$:
 $>\sigma := F/(d \cdot R)$:

$$\sigma = \pi/20 \cdot f_y$$

- b B
- c straal R vergroten

Vraag 6

- a $70 \text{ cm}^2/\text{m}$ maar dit is een singulariteit dus de theoretisch correcte waarde is oneindig groot.
- b x-richting en z-richting (Deze methode adviseert geen schuine wapening. Niettemin kan schuine wapening veel efficiënter zijn dan wapening in de x- en z-richting.)
- c verankeringslengte vergeten

Vraag 7

- a 1) benodigde wapening berekenen

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_{xx} + |n_{xy}| \\ n_{sy} &= n_{yy} + |n_{xy}| \end{aligned} \quad \rho_x = \frac{n_{sx}}{t f_y} \quad \rho_y = \frac{n_{sy}}{t f_y}$$

- 2) voorgestelde wapening controleren

$$(n_{sx} - n_{xx})(n_{sy} - n_{yy}) \leq n_{xy}^2$$

- b A