

Dit tentamen bestaat uit 4 bladzijden.

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, aantekeningen, boeken, oude tentamens, calculator, laptopcomputer, tablet, software en internet.

Het niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Daarom is een smartphone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1

Een lineair elastische berekening van een stalen constructiedeel geeft in een bepaald materiaal kubusje de onderstaande spanningstoestand.

$$\sigma_{xx} = 70 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = 120, \sigma_{zz} = -298, \sigma_{yz} = 56, \sigma_{xz} = -62, \sigma_{xy} = 0$$

De sterkte van het staal is

$$\sigma_{xx} = 440 \text{ N/mm}^2$$

Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. Zie ook figuur 1.

- Teken het kubusje met de optredende spanningen.
- Zal het kubusje vloeien? Verklaar uw antwoord.
- Hoe kunnen we de hoofdspanningen in het kubusje berekenen? (Leg uit in woorden.)
- Hoe kunnen we hoofdspanningen gebruiken in het spanningscriterium van Von Mises?

```
> restart : with(linalg) :
> sxx := 70 : syx := 120 : szz := -298 : syz := 56 : sxz := -62. : sxy := 0 :
> S := matrix([ [sxx, syx, sxz], [syx, syx, syz], [sxz, syz, szz] ]);
S := 
$$\begin{bmatrix} 70 & 0 & -62. \\ 0 & 120 & 56 \\ -62. & 56 & -298 \end{bmatrix}$$

> eigenvalues(S);
-315.185720318511, 78.5030180378755, 128.682702280635
> s1 := 128.68 : s2 := 78.50 : s3 := -315.19 :
> sVM := sqrt(0.5 * ((sxx - syx)^2 + (syx - szz)^2 + (szz - sxx)^2 + 3 * (sxy^2 + syz^2 + sxz^2)));
sVM = 408.4042115
> sT := s1 - s3;
sT := 443.87
```

Figuur 1. Berekeningen in Maple

- e Vloeit het kubusje volgens het Tresca-criterium? Verklaar uw antwoord.
- f Stel dat we alle berekeningen met een rekenmachine uitvoeren. Wat is minder werk; toetsen volgens Tresca of toetsen volgens Von-Mises? Verklaar uw antwoord.
- g Wat is nauwkeuriger; toetsen volgens Tresca of toetsen volgens Von-Mises? Verklaar uw antwoord.

Vraag 2

- a Software kan hoofdspansingen en hoofdrekken snel uitrekenen. Welk algoritme wordt hiervoor gebruikt? Kies A, B, C of D.
 - A methode van Jacobi
 - B tensor transformatie
 - C cirkel van Mohr
 - D goniometrie
- b Welke grootte verandert als spanningen worden omgerekend naar een ander assenstelsel? Kies uit A, B, C of D.
 - A de kleinste hoofdspanning σ_3
 - B de Von Mises spanning σ_{VM}
 - C de derde invariant J_3 van de deviator spanningstensor
 - D de normaalspanning σ_{xx}
- c Ongewapend beton heeft in alle richtingen dezelfde stijfheid. Hoe noemen we dit? Kies A, B, C of D.
 - A Beton is een orthotroop materiaal.
 - B Beton is een homogeen materiaal.
 - C Beton is een isotroop materiaal.
 - D Beton is een consistent materiaal.
- d Een kubusje aan het oppervlak van een constructie heeft vaak een vlakje zonder spanningen. Hoe noemen we dit? Kies A, B, C of D.
 - A vlakke spanningstoestand
 - B vlakke rektoestand
 - C oppervlaktoestand
 - D 3D spanningstoestand

e Welke zijn symmetrisch? Kies A, B, C of D.

A Zowel de rotatiematrix als de spanningstensor

B Niet de rotatiematrix maar wel de spanningstensor

C Niet de rotatiematrix en ook niet de spanningstensor

D Wel de rotatiematrix maar niet de spanningstensor

Vraag 3

a Wat is een singulariteit in een eindige-elementenberekening?

b Hoe klein moeten de elementen zijn om de spanningen in een singulariteit nauwkeurig te berekenen?

c Treden singulariteiten ook op in niet-lineaire berekeningen waarbij de materialen kunnen vloeien, scheuren of verbrijzelen? Verklaar uw antwoord.

Vraag 4

De cirkel van Mohr beeldt spanning af.

a Is dit de spanning in één materiaalpunt of in de hele constructie?

b Is dit de spanning in één richting of in alle richtingen tegelijkertijd?

c Is dit de spanning op één tijdstip of over een zekere periode?

d Is dit de spanning voor één belastinggeval of voor alle belastingcombinaties?

e Cirkels liggen vast door middelpunt en straal. Liggen spanningen ook vast door middelpunt en straal? Zo ja, geef een formule voor het middelpunt van spanning en voor de straal van spanning.

f In welke situatie is de cirkel van Mohr een punt?

g Kunnen rekken ook met de cirkel van Mohr worden afgebeeld?

Zie ommezijde.

Vraag 5

De spanning in een gewapend betonnen constructiedeel is berekend met volume-elementen (solids). Zie figuur 2.

- Voldoen de wapening en de betondruksterkte? Verklaar uw antwoord.
- Soms is het veilig is om de betontreksterkte te onderschatten en soms is het veilig om de betontreksterkte te overschatten. Laat dit zien in deze berekening.

```
> restart : with(linalg) :
> sxx := -30 : syx := -23 : szx := 5 : syz := 5 : sxz := -6 : sxy := 12 :
> rx := 0.001 : ry := 0.040 : rz := 0.020 : fy := 400 : ft := 5 : fd := -39 :
> S := matrix( [ [ sxx - rx*fy, sxy, sxz ], [ sxy, syx - ry*fy, syz ], [ sxz, syz, szx - rz*fy ] ] );
S := 
$$\begin{bmatrix} -30.400 & 12 & -6 \\ 12 & -39.000 & 5 \\ -6 & 5 & -3.000 \end{bmatrix}$$

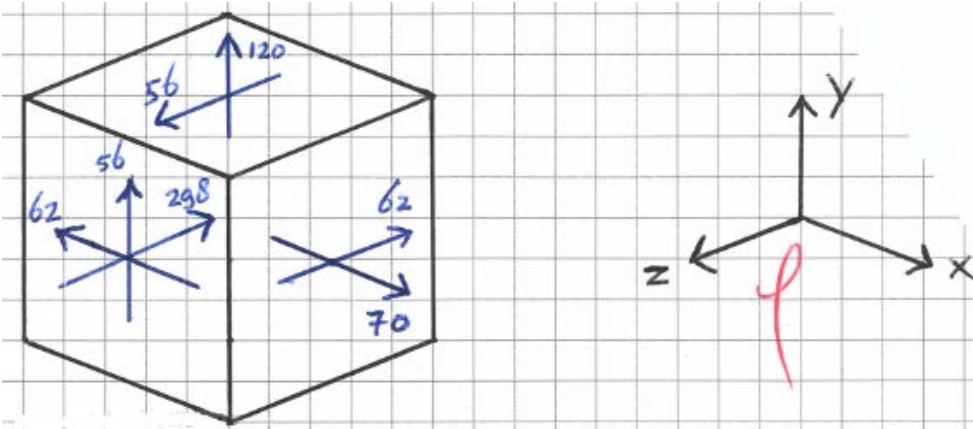
> eigenvalues(S);
-48.6962399134771, -22.1451326188408, -1.55862746768190
> s1 := -1.56 : s2 := -22.15 : s3 := -48.70 :
> sVM = sqrt(0.5 * ((s1 - s2)^2 + (s2 - s3)^2 + (s3 - s1)^2));
sVM = 40.93305632
> sT := s1 - s3;
sT := 47.14
>  $\frac{s1}{ft} + \frac{s3}{fd}$ ;
0.9367179490
```

Figuur 2. Maple controle van 3D-wapening

Antwoorden

1a

0.4 punt



1b nee, $408 < 440$

0.4 punt

1c eigenwaarden van de spanningstensor

0.4 punt

1d $s_{vm} = \sqrt{1/2((s_1-s_2)^2+(s_2-s_3)^2+(s_1-s_3)^2)}$

0.4 punt

1e ja, $443 > 440$

0.4 punt

1f Von Mises, Voor Von Mises is het niet nodig om hoofdspanningen uit te rekenen. (Tresca is het snelste als de hoofdspanningen al bekend zouden zijn.)

0.4 punt

1g Von Mises, dit volgt uit experimenten

0.4 punt

2a A

0.4 punt

2b D

0.4 punt

2c C

0.4 punt

2d A

0.4 punt

2e B

0.4 punt

3a oneindig grote spanning

0.4 punt

3b oneindig klein
of

We kunnen de spanning in een singulariteit niet nauwkeurig berekenen met de elementenmethode.

0.5 punt

3c Nee, singulariteiten treden alleen op in lineair elastische berekeningen. In niet-lineaire berekeningen verdeelt de piek zich over een oppervlak.

0.5 punt

- 4a** één punt 0.4 punt
- 4b** alle richtingen 0.4 punt
- 4c** één tijdstip 0.4 punt
- 4d** één belastinggeval 0.4 punt
- 4e** ja, $(s_{xx}+s_{yy})/2$, $\sqrt{((s_{xx}-s_{yy})/2)^2 + s_{xy}^2}$ of $(s_1+s_2)/2$, $(s_1-s_2)/2$ 0.4 punt
- 4f** $s_1 = s_2$ 0.4 punt
- 4g** ja 0.4 punt

5a Ja:

- De wapening is voldoende om de betonspanningen kleiner dan nul te maken. (of kleiner dan de treksterkte f_t te maken.)
 - De betondruksterkte is voldoende omdat aan het criterium van Mohr-Coulomb is voldaan.
- 0.5 punt

5b Een kleine f_t is veilig in deze controle:
Getallenvoorbeeld:

$$s_1 \leq f_t$$

$$-1.55 \leq 0$$

In deze controle:

Een grote f_t is veilig in dit getallenvoorbeeld:

$$s_1/f_t + s_3/f_d \leq 1$$

$$-1,56 / 5 + (-48,70)/(-39) = 0,94 \leq 1$$

$$-1,56 / 6 + (-48,70)/(-39) = 0,99 \leq 1$$

Een kleine f_t is veilig in dit getallenvoorbeeld:

$$1 / 5 + (-28)/(-39) = 0,92 \leq 1$$

$$1 / 4 + (-28)/(-39) = 0,97 \leq 1$$

0.5 punt