

Tentamen **Materiaalmodellen**

10 mei 2022, 18:45 - 20:15 uur

P.C.J. Hoogenboom

Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden.

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, handouts, aantekeningen, boeken, oude tentamens, calculator, laptopcomputer, tablet, software en internet.

Het is niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Daarom is een smartphone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1 (4 punten)

Een lineair elastische berekening van een aluminium constructiedeel geeft in een bepaald materiaal kubusje de onderstaande spanningstoestand.

$$\sigma_{xx} = -70 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = 11, \sigma_{zz} = -28, \sigma_{yz} = -63, \sigma_{xz} = -21, \sigma_{xy} = 10$$

De vloeisterkte van het aluminium is

$$f = 90 \text{ N/mm}^2$$

Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. Zie ook figuur 1.

- a Teken het kubusje met de optredende spanningen.
- b Zal het kubusje vloeien? Verklaar uw antwoord.

```
> restart : with(linalg) :
> sxx := -70. : syy := 11 : szz := -28 : syz := -63 : sxz := -21 : sxy := 10 :
> S := matrix([ [sxx, sxy, sxz], [sxy, syy, syz], [sxz, syz, szz] ]);
S :=
      -70.   10   -21
      10    11   -63
     -21   -63   -28

> eigenvalues(S);
-84.6977842905700, -62.9921752682134, 60.6899595587833

> eigenvectors(S);
[-62.99217527, 1, {[ 0.7169302592 -0.5055823509 -0.4799973862 ]}], [60.68995939, 1,
{[-0.1560701757 -0.7874406892 0.5963046707 ]}], [-84.69778431, 1,
{[-0.6794505901 -0.3525955855 -0.6434463840 ]}]

> s3 := -84.70 : s2 := -63.00 : s1 := 60.69 :
> sVM := sqrt(0.5*((sxx - syy)^2 + (syy - szz)^2 + (szz - sxx)^2) + 3*(sxy^2 + syz^2 + sxz^2));
sVM := 135.8418198

> sT := s1 - s3;
sT := 145.39
```

Figuur 1. Berekeningen in Maple

- c Soms gebruiken we de Tresca-spanning in plaats van de Von-Mises-spanning. Waarom?
- d Wat zijn invarianten van de spanningen? Geef een voorbeeld?
- e Volgens welke regel kunnen we de spanningen omrekenen naar een ander assenstelsel?
- f Bezwijkt het kubusje volgens het criterium van Rankine?
- g Hoe weten we dat Rankine niet het juiste vloeicriterium is voor aluminium?

Vraag 2 (2 punten)

- a Singulariteiten treden alleen op in linear elastische berekeningen. Waardoor is dit?
- b Hoe groot is de spanning in een singulariteit? Verklaar uw antwoord.
- c In wanden kunnen we singulariteiten verwachten (plaat in het vlak belast).
Op welke plaatsen?

Vraag 3 (2 punten)

Wat is de cirkel van Mohr?

zie ommezijde

Vraag 4 (2 punten)

De spanning in een gewapend betonnen constructiedeel is berekend met volume-elementen (solids). De wapening in een kubusje is getoetst. Zie figuur 2.

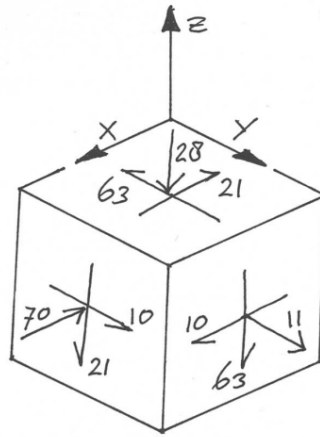
- a Voldoen de wapening en de betondruksterkte? Verklaar uw antwoord.
- b Welk criterium is gebruikt om de druksterkte te toetsen?
- c Waardoor heeft het geen zin om de Von Mises-spanning van gewapend beton te toetsen?

```
> restart : with(linalg) :
> sxx := -25. : syy := 11 : szz := -5 : syz := -3 : sxz := -1 : sxy := 0 :
> rx := 0.020 : ry := 0.030 : rz := 0.010 : fy := 335 : ft := 5 : fd := -30 :
> S := matrix([ [sxx - rx*fy, sxy, sxz], [sxy, syy - ry*fy, syz], [sxz, syz, szz - rz*fy]]);
S := 
$$\begin{bmatrix} -31.700 & 0 & -1 \\ 0 & 0.950 & -3 \\ -1 & -3 & -8.350 \end{bmatrix}$$
 (1)
> eigenvalues(S);
-31.7432563926936, -9.19289061021728, 1.83614700291085 (2)
> s3 := -31.74 : s2 := -9.19 : s1 := 1.84 :
>  $\frac{s1}{ft} + \frac{s3}{fd}$ ;
1.426000000 (3)
```

Figuur 2. Maple controle van 3D-wapening

Antwoord op vraag 1

a (0.6 punt)



b Ja; de Von Mises-spanning is groter dan de vloeispanning. (0.6 punt)

c De tresca-spanning is sneller te berekenen met de hand en aan de veilige kant. (0.6 punt)

d Grootheden die niet veranderen wanneer het assenstelsel verandert,

bijvoorbeeld $I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$ (0.6 punt)

e Volgens welke regel kunnen we de spanningen omrekenen naar een ander assenstelsel?

$$\begin{bmatrix} \sigma_{kk} & \sigma_{kl} & \sigma_{km} \\ \sigma_{kl} & \sigma_{ll} & \sigma_{lm} \\ \sigma_{km} & \sigma_{lm} & \sigma_{mm} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} T^T$$

waarin T de rotatie matrix is. (0.6 punt)

f Nee; de hoofdspansingen (in absolute zin) zijn kleiner dan vloeispanning. (0.5 punt)

g Door experimenten. (0.5 punt)

Antwoord op vraag 2

a Een lineair-elastisch materiaal is lineair naar oneindig. (0.7 punt)

b Oneindig groot. Dit is de exacte oplossing van de linear-elatische vergelijkingen. In werkelijkheid is de spanning niet oneindig groot natuurlijk. (0.7 punt)

c Onder puntlasten, onder puntopleggingen, in inwendige hoeken, waar een verdeelde oplegging stopt. (0.6 punt)

Antwoord op vraag 3

De cirkel van Mohr is een grafiek die alle spanningen weergeeft die optreden op de vlakken van een denkbeeldig klein kubusje in een constructie dat in alle standen wordt gedraaid.

Alternatief

De cirkel van Mohr geeft de spanningen in een punt weer voor elke rotatie van het x - y - z assenstelsel. (2 punt)

Antwoord op vraag 4

a De wapening voldoet niet: Een van de hoofdspansingen in het beton is groter dan nul. Dit wil zeggen dat zelfs wanneer het beton scheurt en uitzet, en alle wapening vloeit op trek, het

beton toch trekspanning moet dragen. Deze trekspanning is kleiner dan de treksterkte maar het beton is inmiddels gescheurd en heeft geen treksterkte meer.

De betondruksterkte voldoet ook niet. De betonspanningen voldoen namelijk niet aan het Mohr-Coulomb criterium. (0.7 punt)

b Mohr-Coulomb (0.7 punt)

c Von Mises is nauwkeurig voor metalen, niet voor beton of gewapend beton. Ook niet voor alleen wapening omdat de spanning in een wapeningsstaaf heel anders is dan de spanning in een lineair elastisch kubusje. (0.6 punt)

