

Tentamen **Materiaalmodellen**

9 mei 2023, 19:00 - 20:30 uur

P.C.J. Hoogenboom

Dit tentamen bestaat uit 4 bladzijden.

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, handouts, aantekeningen, boeken, oude tentamens, calculator, laptopcomputer, tablet, software en het internet.

Het is niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Daarom is een smartphone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1 (4 punten)

Een lineair elastische berekening van een houten constructiedeel geeft in een bepaald materiaal kubusje de onderstaande spanningstoestand.

$$\sigma_{xx} = 10 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = -3, \sigma_{zz} = 0, \sigma_{yz} = 0, \sigma_{xz} = 0, \sigma_{xy} = 4$$

De x -as is in de vezelrichting. De y -as en de z -as staan loodrecht op de vezelrichting. De houtsoort is vuren. De sterkte van het hout is [1]

in de vezelrichting treksterkte 24,0 N/mm²

druksterkte 36,0

loodrecht op de vezelrichting treksterkte 0,7

druksterkte 4,3

schuifsterkte 6,9

schuifsterkte loodrecht op de vezelrichting (rolrichting) 0,5

Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. Zie ook figuur 1.

- a** Teken het kubusje met de optredende spanningen.
- b** Op een van de vlakken van het kubusje werken geen spanningen. Hoe noemen we dit?
- c** Hoeveel spanningen kunnen er maximaal werken op een klein kubusje?

d Soms wordt de spanning in hout getoetst op de volgende manier.

$$-36 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{xx} < 24 \text{ N/mm}^2 \text{ en}$$

$$-4,3 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{yy} \text{ en } \sigma_{zz} < 0,7 \text{ N/mm}^2.$$

Waardoor is dit onvolledig?

e Spanning in hout wordt niet getoetst met hoofdspanningen. Hoe komt dit?

f Zal het kubusje bezwijken? Verklaar uw antwoord.

g Hoe weten we dat het criterium, dat u bij de vorige vraag gebruikt hebt, juist is?

```
> restart : with(linalg) :
> sxx := 10. : syy := -3 : szz := 0 : syz := 0 : sxz := 0 : sxy := 4 :
> fxt := 24 : fxd := -36 : fyt := 0.7 : fyd := -4.3 : fs := 6.9 : fi := 0.5 :
> S := matrix( [ [sxx, sxy, sxz], [sxy, syy, syz], [sxz, syz, szz] ] );
```

$$S := \begin{bmatrix} 10. & 4 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> opl := eigenvalues(S);
                                opl := -4.13216876123687, 0., 11.1321687612369
> s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
> s1 - s3;
                                15.2643375224738
> sqrt( (1/2) * (syy - szz)^2 + 1/2 * (sxx - szz)^2 + 1/2 * (sxx - syy)^2 + 3 * syz^2 + 3 * sxz^2 + 3 * sxy^2 );
                                13.67479433
> s3 / fxd + s1 / fxt;
                                0.578622830641452
> sxx^2 / fxt^2 - sxx * syy / fxt^2 + syy^2 / fyd^2 + sxy^2 / fs^2;
                                1.048507891
> sxx^2 / fxt^2 - sxx * syy / fxt^2 + syy^2 / fyd^2 + sxy^2 / fi^2;
                                64.71244404
```

Figuur 1. Berekeningen in Maple

Vraag 2 (3 punten)

a In lineair elastische wandliggers treden vaak singulariteiten op. Waar kunnen deze optreden?
Antwoord met een schets.

b Wat is het verschil tussen een spanningsconcentratie en een singulariteit.

c Hoe berekenen we de spanning in een wandligger nabij een oplegging? Kies A, B, C of D.

A Met een eindige-elementenmodel van de wandligger en heel kleine elementen rond het oplegpunt.

B Met een afzonderlijk eindige-elementenmodel van het oplegdetail.

C Met een niet-lineaire eindige-elementenberekening en contactelementen tussen de oplegplaat en de wandligger.

D Met de hand: Spanning is oplegreactie gedeeld door oppervlak van de oplegplaat.

d De straal van de cirkel van Mohr is een maat voor ... Kies A, B, C of D.

A ... de grootste schuifspanning in een materiaalpunt

B ... de kleinste hoofdspanning in een materiaalpunt

C ... de invariant I_1 van een constructiedeel

D ... de grootste Von Mises spanning in een constructiedeel

e Welk van de volgende grootheden is afhankelijk van de keuze van het assenstelsel.

Kies A, B, C of D.

A ... Von Mises-spanning

B ... grootste hoofdspanning

C ... I_3

D ... σ_{xz}

Vraag 3 (3 punten)

- a** De spanning in een gewapend betonnen wand is berekend met de eindige-elementenmethode.

De membraankrachten zijn $n_{xx} = 545 \text{ kN/m}$, $n_{yy} = -274 \text{ kN/m}$, $n_{xy} = 110 \text{ kN/m}$.

Welke kracht moet door de wapening gedragen worden?

- b** De spanning in een gewapend betonnen vloer is berekend met de eindige-elementenmethode.

De momenten zijn $m_{xx} = 130 \text{ kNm/m}$, $m_{yy} = 25$, $m_{xy} = -70$.

Welk moment moet door de wapening gedragen worden?

- c** De spanning in een massief betonnen constructiedeel is berekend met de eindige-elementenmethode.

De spanningen zijn $\sigma_{xx} = 4 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{yy} = -3$, $\sigma_{zz} = 2$, $\sigma_{yz} = -1$, $\sigma_{xz} = 2$, $\sigma_{xy} = -2$.

Welke spanning moet door de wapening gedragen worden?

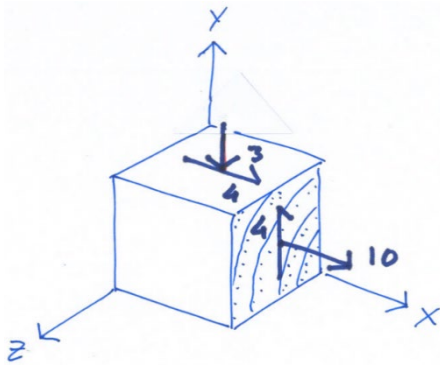
Literatuur

C. Sandhaas, J.W.G. van de Kuilen, Material model for wood, *Heron*, Vol. 58 (2013) No. 2/3, pp. 171-191.

Antwoorden bij vraag 1

a

(0.6 punt)



b vlakke-spanningstoestand (0.6 punt)

c 6 (0.6 punt)

d De schuifspanning draagt ook bij aan het bezwijken ... bovendien verlaagt drukspanning in twee richtingen de draagkracht. (0.6 punt)

e De sterke van hout is gemeten in de richtingen x, y en z ... niet in de hoofdspansingsrichtingen. (0.6 punt)

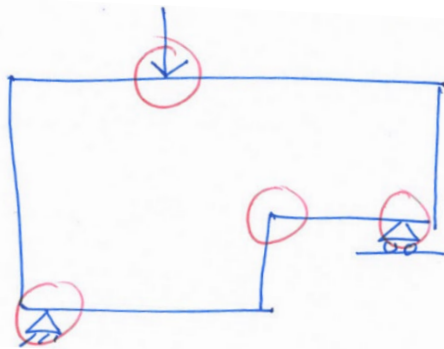
f Ja, Tsai-Hill-waarde $1,05 > 1$ (De schuifspanning werkt *niet* in de rolrichting met sterkte f_r) (0.5 punt)

g Experimenten (0.5 punt)

Antwoorden bij vraag 2

a

(0.4 punt)



b Een spanningsconcentratie is groot maar eindig. Een singulariteit is in theorie oneindig groot. (0.4 punt)

c D (0.4 punt)

d A (0.4 punt)

e D (0.4 punt)

Antwoorden bij vraag 3

a $nsx = nxx + |nxy| = 545 + 110 = 655 \text{ kN/m}$

$$nsy = nyy + |nxy| = -274 + 110 = -164 \rightarrow 0$$

alternatief

$$nsx = nxx - (nxy^2)/nyy = 545 + (110^2)/274 = 589 \text{ kN/m}$$

$$nsy = 0$$

(1 punt)

b bovenwapening

$$mxt = -mxx + |mxy| = -130 + 70 = -60 \rightarrow 0$$

$$myt = -myy + |mxy| = -25 + 70 = 45 \text{ kNm/m}$$

alternatief bovenwapening

$$mxt = 0$$

$$myt = -myy + (mxy^2)/mxx = -25 + (70^2)/130 = 13 \text{ kNm/m}$$

onderwapening

$$mxb = mxx + |mxy| = 130 + 70 = 200 \text{ kNm/m}$$

$$myb = myy + |mxy| = 25 + 70 = 95 \text{ kNm/m}$$

(1 punt)

c $\sigma_{sx} = \sigma_{xx} + |\sigma_{xy}| + |\sigma_{xz}| = 4 + 2 + 2 = 8 \text{ N/mm}^2$

$$\sigma_{sy} = \sigma_{yy} + |\sigma_{xy}| + |\sigma_{yz}| = -3 + 2 + 1 = 0$$

$$\sigma_{sz} = \sigma_{zz} + |\sigma_{xz}| + |\sigma_{yz}| = 2 + 2 + 1 = 5 \text{ N/mm}^2$$

alternatief

$$\begin{aligned} \sigma_{sx} &= \sigma_{xx} - (\sigma_{xy}^2)/\sigma_{yy} + |\sigma_{xz} - \sigma_{yz} \sigma_{xy}/\sigma_{yy}| = 4 - (-2^2)/(-3) + |2 - (-1)(-2)/(-3)| = \\ &= 4 + 4/3 + 2 + 2/3 = 8 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_{sy} = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_{sz} &= \sigma_{zz} - (\sigma_{yz}^2)/\sigma_{yy} + |\sigma_{xz} - \sigma_{yz} \sigma_{xy}/\sigma_{yy}| = 2 - (-1)^2/(-3) + |2 - (-1)(-2)/(-3)| = \\ &= 2 + 1/3 + 2 + 2/3 = 5 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (1 \text{ punt})$$

