

Tentamen **Materiaalmodellen**

29 augustus 2024, 18:30 – 20:00 uur

P.C.J. Hoogenboom

Dit tentamen bestaat uit 5 bladzijden.

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, handouts, aantekeningen, boeken, oude tentamens, calculator, laptopcomputer, tablet, software, het internet en chatGPT.

Het is niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Gebruik van een smartphone is niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1 (4 punten)

Een gewapend betonnen tunnel wordt lineair-elastisch berekend. In het midden van het tunneldak is de spanning

$$\sigma_{xx} = -17 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = -14, \sigma_{zz} = 0, \sigma_{yz} = 0, \sigma_{xz} = 0, \sigma_{xy} = -20$$

De druksterkte van het beton is 37 N/mm^2 . De treksterkte is 5 N/mm^2 . Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. Zie ook figuur 1.

- a** Teken een kubusje met de optredende spanningen.
- b** Hoe noemen we deze spanningstoestand?
- c** Is er wapening nodig in dit kubusje? Verklaar uw antwoord.
- d** Kunnen we de assen van het kubusje in een andere richting kiezen, zodanig dat er geen schuifspanningen op de vlakjes werken? Verklaar uw antwoord.
- e** Beton bestaat uit grind, zand, verhard cement en poriën. Zitten die allemaal in het kubusje of bestaat het kubusje uit bijvoorbeeld alleen het graniet van het grind? Verklaar uw antwoord.
- f** Zal het kubusje bezwijken? Verklaar uw antwoord.
- g** Waarom wordt het criterium van Von Mises niet gebruikt voor beton?

```

> restart: with(linalg):
> sxx := -17.: syy := -14.: szz := 0.: syz := 0.: sxz := 0.: sxy := -20.: fc := -37.: ft := 5.:
> S := matrix([ [ sxx, sxy, sxz ], [ sxy, syy, syz ], [ sxz, syz, szz ] ]);
                                     (1)
                                     S := 
                                     [ -17.  -20  0 ]
                                     [ -20  -14  0 ]
                                     [  0   0   0 ]

> opl := eigenvalues(S);
                                     opl := -35.5561711201316, 0., 4.55617112013158
                                     (2)

> s1 := opl[3]: s2 := opl[2]: s3 := opl[1]
                                     s3 := -35.5561711201316
                                     (3)

> s1 - s3;
                                     40.1123422402632
                                     (4)

> sqrt( 1/2 (syy - szz)^2 + 1/2 (sxx - szz)^2 + 1/2 (sxx - syy)^2 + 3*syz^2 + 3*sxz^2 + 3*sxy^2 );
                                     38.03945320
                                     (5)

> s3/fc + s1/ft;
                                     1.87221182186771
                                     (6)

> s3/fc;
                                     0.960977597841394
                                     (7)

```

Figuur 1. Maple-berekeningen bij vraag 1

Vraag 2 (3 punten) Kies A, B, C of D.

- a** Bij het controleren van wapening heeft het beton *geen* treksterkte.
 Bij het controleren van de drukspanning heeft het beton *wel* een treksterkte.
 Verklaar deze paradox.
- A Er is veel onzekerheid en we maken veilige keuzes.
- B De kubusjes die de drukspanning dragen zijn niet gescheurd.
- C Het maakt niet uit wat we kiezen want treksterkte heeft weinig invloed.
- D Bij bezwijken op druk is minder veiligheid vereist dan bij bezwijken op trek.

- b** Wat is de oplossing van het volgende anagram? *ceiiinosssttuu*
- A Een heel kleine lengte
 - B Invariant voor veranderingen in het assenstelsel
 - C Singulariteit
 - D Wet van Hooke
- c** Welk criterium begrenst de gedaante-veranderingsenergie van de deviator tensor?
- A Von Mises
 - B Mohr-Coulomb
 - C Tresca
 - D Rankine
- d** Wat is een tension cut-off?
- A Uitbreiding van Saint Venant
 - B Implementatie van Tsai-Hill
 - C Begrenzing van Beltrani
 - D Verbetering van Mohr-Coulomb
- e** ... bestaat uit een elastisch deel en een plastisch deel.
- A Spanning ...
 - B Stijfheid ...
 - C Rek ...
 - D Dwarscontractie ...

Vraag 3 (3 punten)

Hetzelfde als vraag 1. Een gewapend betonnen tunnel wordt lineair-elastisch berekend. In het midden van het tunneldak is de spanning

$$\sigma_{xx} = -17 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = -14, \sigma_{zz} = 0, \sigma_{yz} = 0, \sigma_{xz} = 0, \sigma_{xy} = -20$$

De druksterkte van het beton is 37 N/mm^2 . De treksterkte is 5 N/mm^2 . De treksterkte van de wapening is 500 N/mm^2 . Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. Zie figuur 2.

- a Welke uitgesmeerde spanningen moeten door de wapening in de x-, y- en z-richting gedragen worden?
- b Wat zijn de benodigde wapeningspercentages?
- c Is de betondruksterkte voldoende? Verklaar uw antwoord.
- d Hoe kan het ontwerp verbeterd worden?
- e Schets de cirkel van Mohr van het lineair elastische materiaal en die van het beton in één grafiek. Let op de juiste verhoudingen.

```

> restart: with(linalg):
> sxx := -17: syx := -14: szz := 0: syz := 0: sxz := 0: sxy := -20: fc := -37: ft := 5: fy :=
  500:
> ssx := sxx + abs(sxy) + abs(sxz);
                                     ssx := 3
(1)
> ssy := syx + abs(sxy) + abs(syz);
                                     ssy := 6
(2)
> ssz := szz + abs(sxz) + abs(syz);
                                     ssz := 0
(3)
> # .....
> szz := -0.00001: # anders delen we door nul
> ssx := sxx -  $\frac{sxz^2}{szz}$  + abs( $sxy - \frac{syx \cdot sxz}{szz}$ );
                                     ssx := 3.
(4)
> ssy := syx -  $\frac{syx^2}{szz}$  + abs( $sxy - \frac{sxz \cdot syx}{szz}$ );
                                     ssy := 6.
(5)
> ssz := 0;
                                     ssz := 0
(6)
> # .....
> S := matrix([ [ sxx - 3, sxy, sxz ], [ sxy, syx - 6, syz ], [ sxz, syz, szz - 0 ] ]);
                                     S :=  $\begin{bmatrix} -20 & -20 & 0 \\ -20 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & -0.00001 \end{bmatrix}$ 
(7)
> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1]: s2 := opl[2]: s1 := opl[3]:
                                     opl := -39.9999999999999, -0.00001000000000031741, 0.
(8)
>  $\frac{s1}{ft} + \frac{s3}{fc}$ ;
                                     1.08108108108108
(9)

```

```

> S := matrix([ [sxx - 4, sxy, sxz], [sxy, syy - 6, syz], [sxz, syz, szz - 2]]);

```

$$S := \begin{bmatrix} -21 & -20 & 0 \\ -20 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & -2.00001 \end{bmatrix} \quad (10)$$

```

> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1]:s2 := opl[2]:s1 := opl[3]:
    opl := -40.5062490237426, -2.00001000000000, -0.493750976257445

```

$$\frac{s1}{ft} + \frac{s3}{fc}; \quad 0.996013291876688 \quad (12)$$

```

> /

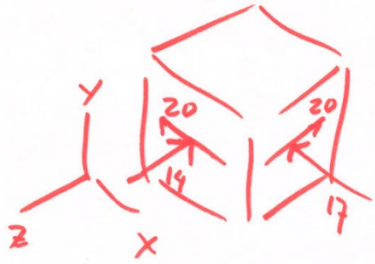
```

• Ready ☒ Editable Maple Default Profile C:\Pierre's data\courses\MSEng materiaalmodellen\tentamens\2024 aug Memory: 54.18M Time: 21.73s Zoom: 150% Math Mode

Figuur 2. Maple-berekeningen bij vraag 3

Antwoorden

1a



1b Vlakke spanningstoestand

1c Ja; er is trekspanning in een hoofdrichting. Gewapend beton heeft krimp-scheuren en het beton kan geen trekspanning opnemen.

1d Ja. Geen schuifspanning definieert de hoofdrichtingen.

1e Het kubusje bestaat uit grind, zand, verhard cement en poriën. De spanning is een gemiddelde. Een kleiner kubusje is niet zinvol.

1f Ja, Mohr-Coulomb $s_3/f_c + s_1/f_t = 1.87 > 1$. Als er geen wapening aanwezig is, zal het bezwijken op druk.

(Als er wel wapening aanwezig is, zal het beton ook bezwijken op druk: Vlakke spanningstoestand $n_c = -2|n_{xy}| \Rightarrow s_c = -2|-20| = -40 \text{ N/mm}^2 < f_c$)

1g Experimenten laten zien dat metalen goed worden beschreven door Von-Mises. Voor beton gebruiken we Mohr-Coulomb.

2a B

2b D

2c A

2d D

2e C

3a $\sigma_{sx} = 3 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{sy} = 6 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{sz} = 0 \text{ N/mm}^2$

3b $\rho_x = 3/500 \times 100 = 0.6 \%$, $\rho_y = 6/500 \times 100 = 1.2 \%$, $\rho_z = 0 \%$

3c Nee, $s_3/f_c + s_1/f_t = 1.08 > 1$

3d opsluitwapening

3e

