

Tentamen **Materiaalmodellen**

14 mei 2024, 19:00 - 20:30 uur

P.C.J. Hoogenboom

Dit tentamen bestaat uit 4 bladzijden.

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, handouts, aantekeningen, boeken, oude tentamens, calculator, laptopcomputer, tablet, software, het internet en chatGPT.

Het is niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Daarom is een smartphone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1 (4 punten)

Een spoorrail belast door een locomotief wordt lineair-elastisch berekend. Onder een wiel is de spanningstoestand,

$$\sigma_{xx} = -1703 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = -2061, \sigma_{zz} = -1901, \sigma_{yz} = 30, \sigma_{xz} = -5, \sigma_{xy} = -107$$

De vloeispanning van het staal is 370 N/mm^2 . Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. Zie ook figuur 1.

- a** Teken het kubusje met de optredende spanningen.
- b** Hoe weten we dat op de achterkant van het kubusje dezelfde spanning werkt als op de voorkant?
- c** De x -richting is in de walsrichting van de rail. Is dit de hoofdrichting van de spanning? Verklaar uw antwoord.
- d** Uit de berekening (fig. 1) volgt dat $\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$. Is dit toevallig? Verklaar uw antwoord.
- e** Welke formule gebruikt Maple om de hoofdspanningen te berekenen van een driedimensionale spanningstoestand?
- f** Zal het kubusje bezwijken? Verklaar uw antwoord.
- g** Waarom wordt het criterium van Saint Venant nooit gebruikt?

```

File Edit View Insert Format Evaluate Tools Window Help
[Icons] Search Alt+S
Text Math C 2D Input Times New Roman 12 B I U [Icons]
> restart : with(linalg) :
> sxx := -1703. : syy := -2061 : szz := -1901 : syz := 30 : sxz := -5 : sxy := -107 : f := 370 :
> S := matrix( [ [sxx, sxy, sxz], [sxy, syy, syz], [sxz, syz, szz] ] );
                                     S := 
$$\begin{bmatrix} -1703. & -107 & -5 \\ -107 & -2061 & 30 \\ -5 & 30 & -1901 \end{bmatrix}$$
 (1)
> opl := eigenvalues(S);
                                     opl := -2094.48394728316, -1897.78258638605, -1672.73346633078 (2)
> s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
>
> s1 - s3;
                                     421.750480952386 (3)
> sqrt(  $\frac{1}{2} \cdot (s1 - s2)^2 + \frac{1}{2} \cdot (s2 - s3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (s3 - s1)^2$  );
                                     365.521545192618 (4)
> sqrt(  $\frac{1}{2} \cdot (syy - szz)^2 + \frac{1}{2} \cdot (sxx - szz)^2 + \frac{1}{2} \cdot (sxx - syy)^2 + 3 \cdot syz^2 + 3 \cdot sxz^2 + 3 \cdot sxy^2$  );
                                     365.5215452 (5)
> sqrt(  $s1^2 + s2^2 + s3^2 - 2 \cdot 0.35 \cdot (s1 \cdot s2 + s2 \cdot s3 + s3 \cdot s1)$  );
                                     1824.68295876297 (6)
> sxx + syy + szz;
                                     -5665. (7)
> s1 + s2 + s3;
                                     -5665.000000000000 (8)

```

• Ready Editable Maple Default Profile C:\Pierre's data\courses\MSEno materiaalmodellen\tentamens\2023.aud Memorv: 54.18M Time: 7.64s Zoom: 150% Math Mode

Figuur 1. Maple-berekeningen bij vraag 1

Vraag 2 (3 punten) Kies A, B, C of D.

a Wat is een tensor?

- A Een driedimensionale spanningstoestand
- B Een vector of een matrix
- C De cirkel van Mohr
- D Een aantal getallen die iets fysisch voorstellen, bijvoorbeeld spanning. Deze getallen veranderen op een voorgeschreven manier als het x-y-z-assenstelsel anders wordt gekozen.

b Wat is een singulariteit in een lineair elastische oplossing?

- A Een piekspanning
- B Een klein materiaalkubusje onder een puntlast of boven een oplegpunt
- C Een punt waar de theoretische spanning oneindig is
- D Kleinere eindige elementen geven een steeds grotere spanning

- c Wat is infinitesimaal?
- A Zo klein dat we het nog net kunnen zien met het blote oog
 - B Een heel kleine lengte
 - C Eindig
 - D Oneindig in de negatieve richting
- d Een invariant is een grootte die niet verandert als ...
- A ... een ander assenstelsel wordt gekozen.
 - B ... de belasting verandert van druk naar trek (zuiging).
 - C ... een andere belastingcombinatie wordt beschouwd.
 - D ... zetting van een steunpunt optreedt.
- e Hoofdspanningen zijn nodig bij het toetsen van spanningen in ...
- A ... grond.
 - B ... hout.
 - C ... gewapend beton.
 - D ... staal.

Vraag 3 (3 punten)

Een massief gewapend betonnen constructiedeel is berekend met de eindige-elementenmethode. De lineair elastische spanningen zijn

$$\sigma_{xx} = -25 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = 11, \sigma_{zz} = -5, \sigma_{yz} = -3, \sigma_{xz} = -1, \sigma_{xy} = 0.$$

druksterkte beton 24

treksterkte beton 2

treksterkte wapening 500

Berekeningen staan in figuur 2.

- a Welke uitgesmeerde spanningen moeten door de wapening in de x-, y- en z-richting gedragen worden?
- b Wat zijn de benodigde wapeningspercentages?
- c Is de betondruksterkte voldoende? Verklaar uw antwoord.
- d Schets de cirkel van Mohr voor de betonspanningen in de uiterste grenstoestand.
- e Schets het Mohr-Coulomb criterium in de cirkel van Mohr. Let op de juiste verhoudingen.

```

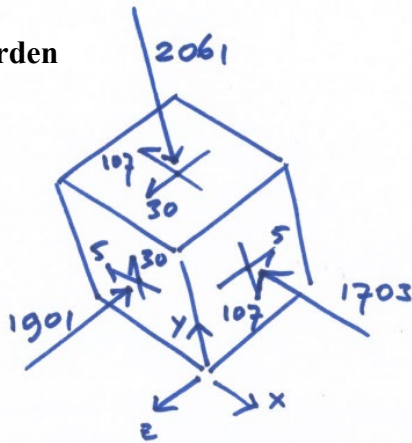
File Edit View Insert Format Evaluate Tools Window Help
[Icons] Search Alt+S
Text Math 2D Input Times New Roman 12 B I U [Icons]
> restart : with(linalg) :
> sxx := -25. : syx := 11 : szz := -5 : syz := -3 : sxz := -1 : sxy := 0 : ft := 2 : fc := -24 :
> sxx := sxx + abs(sxy) + abs(sxz);
sxx := -24. (1)
> ssy := syx + abs(sxy) + abs(syz);
ssy := 14 (2)
> ssz := szz + abs(sxz) + abs(syz);
ssz := -1 (3)
> # .....
> sxx := 0;
sxx := 0 (4)
> I3 := sxx·syx·szz + 2·sxy·syz·sxz - sxy2·szz - syz2·sxx - sxz2·syx :
> ssy :=  $\frac{I3}{sxx·szz - sxz^2}$ ;
ssy := 12.81451613 (5)
> ssz := 0;
ssz := 0 (6)
> # .....
> S := matrix([ [sxx, sxy, sxz], [sxy, syx - 13, syz], [sxz, syz, szz]]);
S :=  $\begin{bmatrix} -25. & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -3 \\ -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$  (7)
> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
opl := -25.0508636062962, -6.81440234464997, -0.134734049053849 (8)
>  $\frac{s1}{ft} + \frac{s3}{fc}$ ;
0.976418959068750 (9)

```

Figuur 2. Maple-berekeningen bij vraag 3

Antwoorden

1a



1b Het kubusje is klein ten opzichte van ruimtelijke veranderingen in de spanningen.

1c Er werken kleine schuifspanningen in de x -richting. (Blijkbaar versnelt of remt de locomotief.) In hoofdrichtingen werken geen schuifspanningen. De x -richting is dus geen hoofdrichting. Overigens, heeft de walsrichting niets te maken met hoofdrichtingen.

1d Nee; $I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$. I_1 is invariant. Dus voor elk assenstelsel komt er hetzelfde getal uit. In de hoofdrichtingen komt er dus ook hetzelfde getal uit.

1e Maple gebruikt geen formule. Er is namelijk geen formule die altijd werkt. Waarschijnlijk gebruikt Maple het algoritme van Jacobi.

1f Nee; voor staal geldt het Von-Mises-criterium. $366 < 370 \text{ N/mm}^2$

1g Er is geen materiaal waarvan experimenten overeenkomen met Saint-Venant.

2a D

2b C

2c B

2d A

2e A (Het Mohr-Coulomb criterium is geformuleerd in hoofdspansingen)

3a $\sigma_{sx} = 0$, $\sigma_{sy} = 12,8$, $\sigma_{sz} = 0$

3b $\rho_x = 0$, $\rho_y = 12,8/500 = 2,6\%$, $\rho_z = 0$

3c Ja, $0,98 < 1$

3d

3e

