

Tentamen **Materiaalmodellen**

13 mei 2025, 18:35 - 20:05 uur

P.C.J. Hoogenboom

Dit tentamen bestaat uit 7 bladzijden.

Er mag gebruik gemaakt worden van dictaten, handouts, aantekeningen, boeken, oude tentamens, calculator, laptopcomputer, tablet, software, het internet en chatGPT.

Het is niet toegestaan om te communiceren met personen binnen of buiten de tentamenzaal. Daarom is een smartphone niet toegestaan. Software waarmee berichten kunnen worden verzonden of ontvangen moeten uit staan.

Vraag 1 (4 punten)

Een racefiets is lineair-elastisch berekend. In een kubusje is de spanningstoestand

$$\sigma_{xx} = -204 \text{ N/mm}^2, \sigma_{yy} = 92, \sigma_{zz} = -139, \sigma_{yz} = 104, \sigma_{xz} = -75, \sigma_{xy} = -17$$

Het materiaal is een titaniumlegering. De vloeispanning is 390 N/mm^2 . Belastingfactoren en materiaalfactoren zijn al in rekening gebracht. (Zie figuur 1.)

- a** Teken het kubusje met de optredende spanningen.
- b** Wat zijn de waarden van de invarianten I_1, I_2, I_3 ? Vermeld ook de eenheden.
- c** Waarvoor kunnen invarianten gebruikt worden?
- d** Hoe kunnen de hoofdspanningen berekend worden uit de invarianten?
- e** Welke spanning is belangrijk voor het bezwijken van metalen?
- f** Zal het kubusje bezwijken? Verklaar uw antwoord.
- g** In welke richting van het kubusje zit de Von Mises-spanning?

```

C:\Pierre's data\courses\MSEng materiaalmodellen\tentamens\2025 mei\1.mw - [Server 3] - Maple 2024
File Edit View Insert Format Evaluate Tools Window Help
[Icons] Search Alt+S
[Icons] Text Nonexecutable Math Math C 2D Input Times New Roman 12 B I U [Icons]
> restart : with(linalg) :
> sxx := -204. : syy := 92 : szz := -139 : syz := 104 : sxz := -75 : sxy := -17 :
> f := 390 : E := 2.1e5 : nu := 0.35 :
> S := matrix( [[sxx, sxy, sxz], [sxy, syy, syz], [sxz, syz, szz]] );
S := 
$$\begin{bmatrix} -204. & -17 & -75 \\ -17 & 92 & 104 \\ -75 & 104 & -139 \end{bmatrix} \quad (1)$$

> opl := eigenvalues(S);
opl := -259.429629222170, -129.055096016248, 137.484725238420 (2)
> s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
> s1 - s3;
396.914354460590 (3)
> s1 + s2 + s3;
-250.999999999999 (4)
> s1·s2 + s2·s3 + s3·s1;
-19930.0000000002 (5)
> s12 + s22 + s32;
102861.000000000 (6)
> s1·s2·s3;
4.60308699999995 × 106 (7)
>  $\frac{1}{6} \cdot ((s1 - s2)^2 + (s2 - s3)^2 + (s3 - s1)^2)$ ;
40930.3333333333 (8)
> sqrt(s12 + s22 + s32 - s1·s2 - s2·s3 - s3·s1);
350.415467695134 (9)

```

Figuur 1. Maple-berekeningen bij vraag 1

Vraag 2 (3 punten) Kies A, B, C of D.

a Welke grensspanningshypothese gebruiken we voor gewapend betonnen wanden?

A Rankine

B Tresca

C $(n_{sx} - n_{xx})(n_{sy} - n_{yy}) > n_{xy}^2$

D Drucker-Prager

b Materialen bezwijken door ...

- A ... te veel rek.
- B ... te veel vormveranderingsenergie.
- C ... te grote schuifspanning.
- D ... te grote isotrope druk.

c De hoofdspanningsruimte is een ...

- A ... vertrek met omvormers van hoge naar lage spanning.
- B ... ruimte in de piramide van Cheops ontdekt door Haigh en Westergaard in 1935.
- C ... grensspanningshypothese voor staal en ongewapend beton.
- D ... grafiek met de assen σ_1 , σ_2 en σ_3 .

d Eigenvectoren zijn ...

- A ... de hoofdrichtingen van een matrix.
- B ... vectoren die alleen in lengte veranderen wanneer vermenigvuldigd met een matrix.
- C ... richtingen in vaste stoffen die ontdekt zijn door prof. W. Eigen.
- D ... materialen waarvan de matrix besmettelijke ziektes kan verspreiden.

e Het Bauschinger effect wordt beschreven door ...

- A ... isotrope versterking.
- B ... orthotrope versterking.
- C ... kinematische versterking.
- D ... homogene versterking.

f Het Hoek-Brown criterium is gebaseerd op de ...

- A ... spanningstensor.
- B ... hoofdspanningen.
- C ... I -invarianten.
- D ... J -invarianten.

Vraag 3 (3 punten)

Een massief gewapend betonnen constructiedeel is berekend met de eindig-elementenmethode. Er zijn twee belastingcombinaties. De lineair elastische spanningen zijn

Combinatie 1: $\sigma_{xx} = -17 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{yy} = -13$, $\sigma_{zz} = 5$, $\sigma_{yz} = -2$, $\sigma_{xz} = -11$, $\sigma_{xy} = 0$.

Combinatie 2: $\sigma_{xx} = -6 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{yy} = 3$, $\sigma_{zz} = 0$, $\sigma_{yz} = 6$, $\sigma_{xz} = -3$, $\sigma_{xy} = 12$.

druksterkte beton 26

treksterkte beton 2

treksterkte wapening 510

Berekeningen staan in figuur 2.

- Er zijn 3 wapeningsvoorstellen berekend. Welke is de beste? Verklaar uw antwoord.
- Schets de cirkel van Mohr voor lineair elastische spanningen.
- Schets de cirkel van Mohr voor de betonspanningen in de uiterste grenstoestand.
- Schets het Mohr-Coulomb criterium in de cirkel van Mohr. Let op de juiste verhoudingen.

```
C:\Pierre's data\courses\MSEng materiaalmodellen\tentamens\2025 mei\3.mw* - [Server 1] - Maple 2024
File Edit View Insert Format Evaluate Tools Window Help
[Icons] Search Alt+S
Text [Nonexecutable Math] Math C 2D Input Times New Roman 12 B I U [Icons]
> restart : with( linalg ) :
> sxx1 := -17. : syy1 := -13 : szz1 := 5 : syz1 := -2 : sxz1 := -11 : sxy1 := 0 :
> sxx2 := -6. : syy2 := 3 : szz2 := 0 : syz2 := 6 : sxz2 := -3 : sxy2 := 12 :
> ft := 2 : fc := -26 : fy := 510 :
> S := matrix( [ [ sxx1, sxy1, sxz1 ], [ sxy1, syy1, syz1 ], [ sxz1, syz1, szz1 ] ] );

S := 
$$\begin{bmatrix} -17. & 0 & -11 \\ 0 & -13 & -2 \\ -11 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad (1)$$


> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
opl := -21.6251386346944, -13.0816953454717, 9.70683398016616 \quad (2)

> S := matrix( [ [ sxx2, sxy2, sxz2 ], [ sxy2, syy2, syz2 ], [ sxz2, syz2, szz2 ] ] );

S := 
$$\begin{bmatrix} -6. & 12 & -3 \\ 12 & 3 & 6 \\ -3 & 6 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$


> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
opl := -16.4668604379309, 1.20331528840781, 12.2635451495231 \quad (4)
```

```

> # .....
> ssx := sxx1 + abs(sxy1) + abs(sxz1);
                                     ssx := -6.
(5)

> ssy := syy1 + abs(sxy1) + abs(syz1);
                                     ssy := -11
(6)

> ssz := szz1 + abs(sxz1) + abs(syz1);
                                     ssz := 18
(7)

> ssx := sxx2 + abs(sxy2) + abs(sxz2);
                                     ssx := 9.
(8)

> ssy := syy2 + abs(sxy2) + abs(syz2);
                                     ssy := 21
(9)

> ssz := szz2 + abs(sxz2) + abs(syz2);
                                     ssz := 9
(10)

> # .....
> ssx := 9 :
> ssy := 21 :
> ssz := 18 :
>  $\frac{ssx + ssy + ssz}{f\dot{y}} \cdot 100;$ 
                                     9.411764706
(11)

```

```

> S := matrix([ [sxx1 - ssx, sxy1, sxz1], [sxy1, syy1 - ssy, syz1], [sxz1, syz1, szz1 - ssz]]);
                                     S :=  $\begin{bmatrix} -26. & 0 & -11 \\ 0 & -34 & -2 \\ -11 & -2 & -13 \end{bmatrix}$ 
(12)

```

```

> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
                                     opl := -34.5422074237390, -31.8450565870492, -6.61273598921165
(13)

```

```

>  $\frac{s1}{f\dot{t}} + \frac{s3}{f\dot{c}};$ 
                                     -1.97782155523125
(14)

```

```

> S := matrix([ [sxx2 - ssx, sxy2, sxz2], [sxy2, syy2 - ssy, syz2], [sxz2, syz2, szz2 - ssz]]);
                                     S :=  $\begin{bmatrix} -15. & 12 & -3 \\ 12 & -18 & 6 \\ -3 & 6 & -18 \end{bmatrix}$ 
(15)

```

```

> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :
                                     opl := -31.6887597907478, -15.1492757051604, -4.16196450409172
(16)

```

```

>  $\frac{s1}{f\dot{t}} + \frac{s3}{f\dot{c}};$ 
                                     -0.862183798555560
(17)

```

```

> # .....
> ssx := 6 :
> ssy := 16 :
> ssz := 12 :

```

$$> \frac{ssx + ssy + ssz}{f_v} \cdot 100.;$$

$$6.666666667 \quad (18)$$

$$> S := \text{matrix}([[sxx1 - ssx, sxy1, sxz1], [sxy1, syy1 - ssy, syz1], [sxz1, syz1, szz1 - ssz]]);$$

$$S := \begin{bmatrix} -23. & 0 & -11 \\ 0 & -29 & -2 \\ -11 & -2 & -7 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$> opl := \text{eigenvalues}(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :$$

$$opl := -29.7994041177571, -27.9167936191812, -1.28380226306165 \quad (20)$$

$$> \frac{s1}{f_t} + \frac{s3}{f_c};$$

$$0.504229796075216 \quad (21)$$

$$> S := \text{matrix}([[sxx2 - ssx, sxy2, sxz2], [sxy2, syy2 - ssy, syz2], [sxz2, syz2, szz2 - ssz]]);$$

$$S := \begin{bmatrix} -12. & 12 & -3 \\ 12 & -13 & 6 \\ -3 & 6 & -12 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$> opl := \text{eigenvalues}(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :$$

$$opl := -27.2316375215978, -9.66578479541423, -0.102577682987991 \quad (23)$$

$$> \frac{s1}{f_t} + \frac{s3}{f_c};$$

$$0.996081832413612 \quad (24)$$

$$> \# \dots\dots\dots$$

$$> ssx := 7 :$$

$$> ssy := 13 :$$

$$> ssz := 7 :$$

$$> \frac{ssx + ssy + ssz}{f_v} \cdot 100.;$$

$$5.294117647 \quad (25)$$

$$> S := \text{matrix}([[sxx1 - ssx, sxy1, sxz1], [sxy1, syy1 - ssy, syz1], [sxz1, syz1, szz1 - ssz]]);$$

$$S := \begin{bmatrix} -24. & 0 & -11 \\ 0 & -26 & -2 \\ -11 & -2 & -2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$> opl := \text{eigenvalues}(S); s3 := opl[1] : s2 := opl[2] : s1 := opl[3] :$$

$$opl := -28.7759898245364, -25.8995011122833, 2.67549093681985 \quad (27)$$

$$> \frac{s1}{f_t} + \frac{s3}{f_c};$$

$$2.44451430781517 \quad (28)$$

$$> S := \text{matrix}([[sxx2 - ssx, sxy2, sxz2], [sxy2, syy2 - ssy, syz2], [sxz2, syz2, szz2 - ssz]]);$$

$$S := \begin{bmatrix} -13. & 12 & -3 \\ 12 & -10 & 6 \\ -3 & 6 & -7 \end{bmatrix} \quad (29)$$

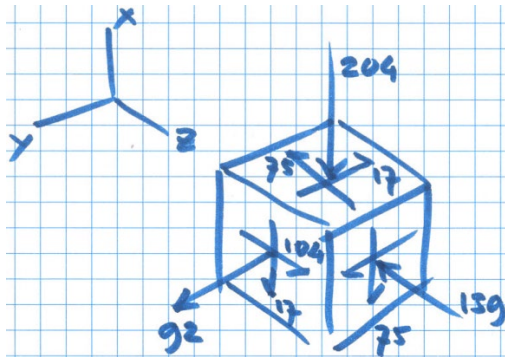
```
> opl := eigenvalues(S); s3 := opl[1]: s2 := opl[2]: s1 := opl[3]:  
      opl := -25.6902164341720, -5.81041242799714, 1.50062886216915 (30)  
  
>  $\frac{s1}{ft} + \frac{s3}{fc};$   
      1.73839967855273 (31)
```

● Ready ☒ Editable Maple Default Profile C:\Pierre's data\courses\WSEng materiaalmodellen\tentamens\2025 mei Memory: 54.18M Time: 15.54s Zoom: 150% Math Mode

Figuur 2. Maple-berekeningen bij vraag 3

Antwoorden

1a



1b $I_1 = -251 \text{ N/mm}^2$, $I_2 = -19930 \text{ N}^2/\text{mm}^4$, $I_3 = 4\,603\,000 \text{ N}^3/\text{mm}^6$

1c Beoordelen of materialen vloeien, scheuren of verbrijzelen.

1d De nulpunten van de vergelijking $\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0$.

1e Grootste schuifspanning of Von Mises-spanning.

1f Nee, $350 < 390$.

1g In het algemeen hebben kubusjes geen richting waarin de Von Mises-spanning optreedt.

2a C

2b C

2c D

2d B

2e C

2f B

3a $\sigma_{xx} = 6$, $\sigma_{yy} = 16$, $\sigma_{zz} = 12 \text{ N/mm}^2$

Geen trek in beton: $-0.102 < 0$ en $-1.28 < 0$

Betondrukspanning niet te hoog: $0.504 < 1$ en $0.996 < 1$

Minste hoeveelheid wapening: $6.6\% < 9.4\%$

3b

3c

3d

