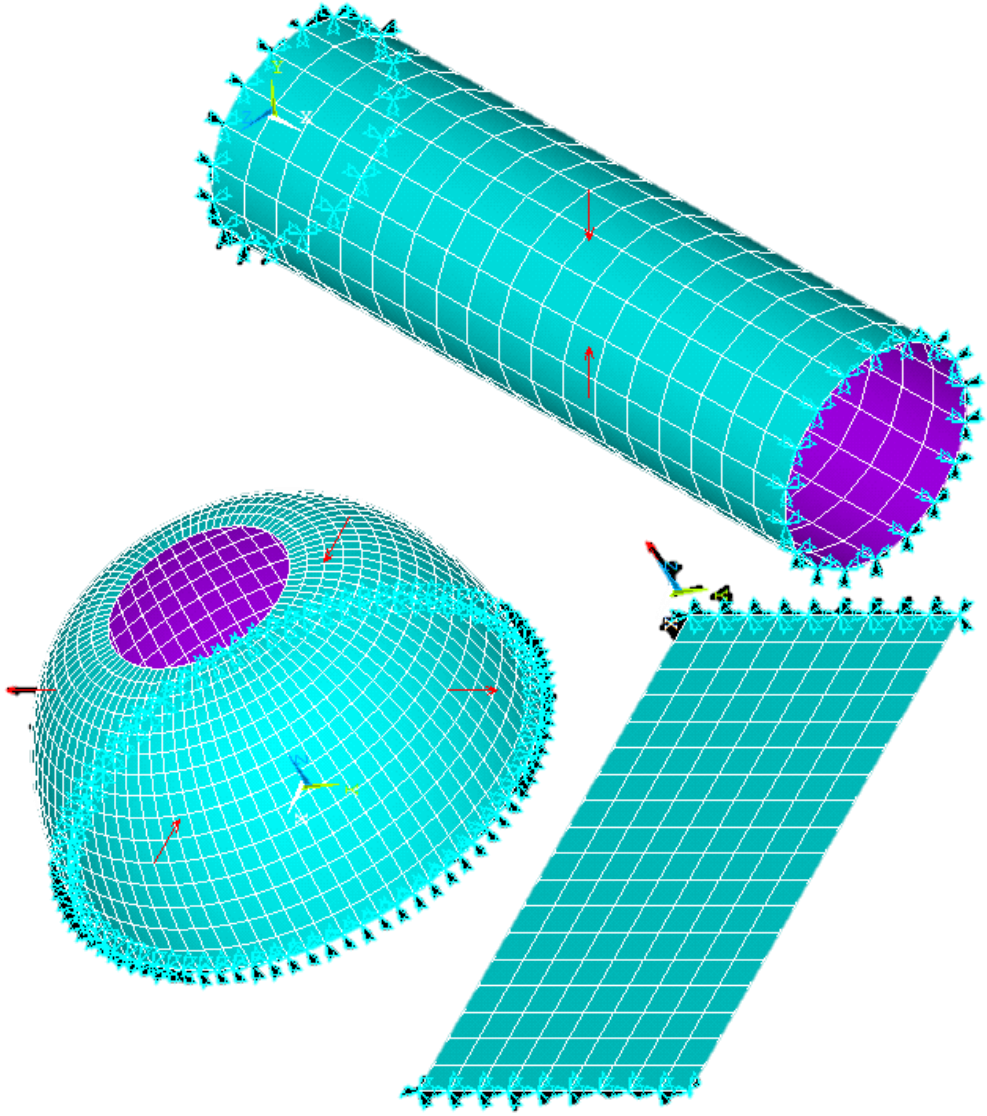
K.M.J. Gribnau

Nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys



TU Delft

Nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys

By

K.M.J. Gribnau

Studentnummer:	4293460
Periode:	18 april 2016 – 20 juni 2016
Begeleiders:	Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom
	Dr. Ir. F.P. van der Meer
Faculteit:	Civiele techniek en Geowetenschappen

TU Delft

Voorwoord

Dit eindrapport is opgesteld naar aanleiding van het onderzoek dat is uitgevoerd ter afsluiting van mijn bachelor Civiele Techniek aan de TU Delft. Dit rapport beschrijft een onderzoek naar de nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys. Dit onderzoek is een vervolgonderzoek op eerder gedaan onderzoek door T.J.D.M. Steenbergen, J.U. de Jong en E.M.J. Vicca. T.J.D.M. Steenbergen en E.M.J. Vicca hebben onderzoek gedaan naar de nauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer en J.U. de Jong heeft onderzoek gedaan naar de nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys.
Tijdens het onderzoek dat plaatsvond van april 2016 tot juni 2016 ben ik begeleid door Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom en Dr. Ir. F.P. van der Meer. Bij dezen wil ik mijn dank uitspreken voor de adviezen en de geïnvesteerde tijd. De geboden hulp heeft mij geholpen om nieuwe inzichten te krijgen en van dit onderzoek een leervolle tijd te maken.

K.M.J. Gribnau
Delft, Juni 2016

Samenvatting

Ansys is een eindige elementen programma. Met behulp van dit programma kan een constructeur voor complexe constructies de krachtverdeling en verplaatsingen bepalen. Hierbij wordt de constructie opgedeeld in een aantal eindige elementen, wat tot gevolg heeft dat de resultaten een benadering van de exacte oplossing zijn. Om de nauwkeurigheid te bepalen wordt gebruik gemaakt van het feit dat de exacte oplossing gelijk is aan de berekende oplossing plus een fout. De exacte oplossing wordt bepaald door een berekening te doen met een groot aantal elementen. Vervolgens kunnen er berekeningen worden gedaan met minder elementen en kan de fout voor deze berekeningen worden bepaald. Wanneer de fout bekend is kan deze logaritmisch worden uitgezet. Door de helling van de lijn te bepalen kan de orde van de fout worden bepaald. De orde van de fout laat zien hoe snel de grootte van de absolute fout afneemt. In dit onderzoek wordt onderzocht wat de nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys is. De fout wordt hierbij uitgedrukt in de term $O(h^{\alpha})$. Daarbij zal er gebruik worden gemaakt van verschillende benchmarks. Daarnaast wordt er een vergelijking gemaakt met SCIA, een ander eindige elementen programma.

Voor dit onderzoek worden de modellen in Ansys opgebouwd uit knopen en elementen. In eerste instantie worden de knopen geplaatst, de elementen worden vervolgens geplaatst door verschillende knopen met elkaar te verbinden. De krachtverdeling en verplaatsing kan hierna worden uitgelezen, er kan gekozen worden om dit te doen via de knopen of via de elementen. Daarnaast moet er een keuze worden gemaakt of de maximale waarde moet worden uigelezen of dat de data steeds op dezelfde locatie wordt uitgelezen. Dit laatste is voor een constructeur ingewikkelder aangezien er dan voor moet worden gezorgd dat er steeds een element is met het midden op dezelfde plek. Gebleken is dat de orde van de fout groter is wanneer er steeds op dezelfde plek wordt berekend, hierbij maakt het niet uit of er gebruik wordt gemaakt van de knopen of van de elementen. Daarnaast kwam er tijdens dit onderzoek een grote stijging van de dwarskracht naar voren. Helaas laat de gebruikte methode niet toe om te bepalen of hier sprake is van singulariteit. In een vervolg onderzoek kan dit met een andere methode mogelijk wel worden onderzocht. Wel is duidelijk dat de orde van de fout stijgt naarmate de berekeningen dichter bij de rand worden gedaan.

Voor de benchmarks is vervolgens gevarieerd in de manier van opleggen en het type element, vierknoopselementen of achtknoopselementen, dat gebruikt wordt. In de meeste gevallen is de absolute fout voor vierknoopselementen groter dan die voor achtknoopselementen. De manier van convergeren varieert sterk, afhankelijk wat voor benchmark wordt gebruikt, welk type element en welk type oplegging.

De vlakke plaat is de eerste benchmark die onderzocht is, hierbij is de verplaatsing, het moment en de dwarskracht onderzocht. De orde van de fout is meestal gelijk aan 2, ongeacht de manier van opleggen en het type element. Uitzondering is de dwarskracht bij achtknoopselementen waar een aantal hoge uitschieters zitten.

De vlakke plaat is ook gebruikt voor een vergelijking met SCIA. Hierbij is gevarieerd in de dikte van de plaat. De resultaten komen voor de verplaatsing en het moment grotendeels overeen. De absolute fout van achtknoopselementen is alleen iets groter, de orde van de fout is gelijk aan 2. Bij de dwarskracht zijn veel elementen nodig voordat achtknoopselementen richting de exacte oplossing gaan convergeren maar wanneer dit gebeurd is gaat dit ook snel. Dit zorgt ervoor dat naast de absolute fout ook de orde van de fout het kleinst is in SCIA. De orde van de fout is het grootst voor achtknoopselementen. SCIA heeft de meeste overeenkomsten met vierknoopselementen.

Voor een cilinder en een koepel met een opening aan de bovenkant is onderzoek gedaan naar de verplaatsing, de ringkracht, de membraankracht, het moment en de dwarskracht. De orde van de fout is voor beide minimaal gelijk aan 2. Er zijn uitzonderingen naar boven, zo zijn de ringkracht en de membraankracht soms gelijk aan 3, afhankelijk van het type element dat wordt gebruikt. De orde van de fout voor het moment is voor beide gelijk aan minimaal 3. Ook de orde van de fout voor de dwarskracht ligt hoger tussen de 4 en 8 behalve voor de koepel met vierknoopselementen, daar is die wel gewoon 2. De manier van opleggen zorgt bij alle modellen niet voor verschillen in de grootte van de orde van de fout. Gebruik maken van vier- of achtknoopselementen zorgt wel voor verschillen.

Inhoudsopgave

Voorwoord 5
Samenvatting 6
Inhoudsopgave 7
1 Inleiding 9
1.1. Probleemstelling 9
1.2. Doel 9
1.3. Aanpak 9
2 Nauwkeurigheid 10
2.1. Definitie van de nauwkeurigheid 10
2.2. Bepalen van de nauwkeurigheid 10
3 vlakke plaat 11
3.1. Model en elementgroottes 11
3.2. Vergelijking tussen verschillende methode 12
3.2.1. Verplaatsing 12
3.2.2. Moment 14
3.2.3. Dwarskracht 15
3.2.4. Poisson's ratio 16
3.2.5. Interpretatie 18
3.3 Varianten verschillende oplegging en type element 18
3.3.1. Vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd 19
3.3.2. Vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd 22
3.3.3. Vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd 22
3.3.4. Vlakke plaat, vier randen ingeklemd 23
3.3.5. Vlakke plaat, één rand scharnierend opgelegd en één rand ingeklemd 24
3.3.6. Vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange rand ingeklemd 25
3.3.7. Interpretatie 26
3.4. Rand van een vlakke plaat 29
4 Vergelijking Ansys en SCIA 32
4.1. Vlakke plaat, dikte 100mm 32
4.2. Vlakke plaat, dikte 10mm 36
4.3. Vlakke plaat, dikte 5mm 37
4.4. Interpretatie 37
5 Cilinder 39
5.1. Model en elementgroottes 39
5.2. Cilinder, scharnierend opgelegd 40
5.3. Cilinder, ingeklemd 45

5.4. Cilinder, roloplegging ... 46
5.5. Interpretatie ... 47
5.6. Orde aan de rand ... 48
6 Koepel met opening ... 49
6.1. Model en elementgroottes ... 49
6.2. Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant ... 50
6.3. Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant ... 55
6.4. Koepel met opening, roloplegging ... 56
6.5. Interpretatie ... 57
6.6. orde aan de rand ... 58
7 Conclusie ... 60
8 Aanbevelingen ... 61
Literatuurlijst ... 62
Figuren en tabellen ... 63
Bijlage 1 – Vlakke plaat ... 68
Bijlage 2 – Vergelijking tussen Ansys en SCIA ... 81
Bijlage 3 – Cilinder ... 87
Bijlage 4 – koepel met opening ... 95
Bijlage 5 – Ansys codes ... 103

1 Inleiding

1.1. Probleemstelling

Wanneer een constructeur een berekening moet maken van verplaatsingen, momenten, normaalkrachten, of dwarskrachten in een complexe constructie heeft de constructeur de mogelijkheid om gebruik te maken van de eindige elementenmethode. Deze numerieke methode deelt de constructie op in een groot aantal elementen dat gekozen kan worden door de constructeur. Vervolgens wordt door het oplossen van matrixvergelijkingen bepaald wat het gedrag is van de constructie. Doordat de constructie echter wordt opgedeeld in een aantal eindige elementen is de oplossing een benadering voor de exacte oplossing (Reddy,1993). Het aantal elementen dat door de constructeur gekozen wordt bepaalt de nauwkeurigheid van de berekening. Daarbij geldt dat hoe meer elementen gekozen worden, hoe nauwkeuriger de berekening wordt en hoe kleiner het verschil tussen de berekende waarde en de exacte waarde. Om de nauwkeurigheid uit te drukken wordt in de numerieke wiskunde gebruikt gemaakt van $O(h^{\alpha})$. Op deze manier wordt de nauwkeurigheid uitgedrukt als functie van de grootte van de elementen. Een probleem kan wel zijn dat hoe meer elementen gebruikt worden, hoe meer rekentijd een computer nodig heeft. Voor een constructeur is het belangrijk de nauwkeurigheid van deze methode te kennen om zo een optimale balans te vinden tussen het aantal elementen om het verschil tussen de berekende waarde en exacte waarde zo klein mogelijk te maken in een zo kort mogelijke rekentijd. T.J.D.M. Steenbergen en E.M.J. Vicca hebben in SCIA Engineer eerder onderzoek gedaan naar de nauwkeurigheid van schaalelementen. In Ansys is er eerder onderzoek gedaan door J.U. de Jong, die heeft hier vooral onderzoek gedaan naar de verplaatsing en de von mises spanningen maar nog niet naar de krachtverdeling.

1.2. Doel

Het doel van dit bachelor eindwerk is om de werkelijke nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys te bepalen en de fout uit te drukken in de term $O(h^{\alpha})$. Hiertoe zullen verschillende benchmarks worden onderzocht evenals factoren die de orde van de fout kunnen veranderen.

1.3. Aanpak

Om de werkelijke nauwkeurigheid te bepalen wordt gebruikt gemaakt van benchmarks. Een benchmark is een eenvoudige constructie met belasting waarvan de vervorming bekend is. Deze benchmarks worden geprogrammeerd in Ansys, vervolgens zal steeds één aspect gewijzigd worden om zo na te gaan wat dit aspect voor gevolgen heeft op de nauwkeurigheid. De nauwkeurigheid wordt bepaald voor de verplaatsingen, de momenten, de normaalkrachten en de dwarskrachten.

De modellen die gebruikt worden zijn een vlakke plaat, een cilinder en een koepel met een opening. In Ansys worden de verplaatsingen, de momenten, de normaalkrachten en de dwarskrachten berekend. De berekening wordt daarna opnieuw gedaan met een groter aantal elementen. Hierna kan de nauwkeurigheid van het programma bepaald worden. Naast het variëren van aantal elementen zal er ook gevarieerd worden in type elementen, namelijk vierknoopselementen en achtknoopselementen. Daarnaast zal er ook nog gevarieerd worden in type oplegging. Met behulp van deze resultaten zal worden onderzocht hoe het gesteld is met de werkelijke nauwkeurigheid van de oplossingen.

Ook zal een vergelijking worden gemaakt tussen SCIA Engineer en Ansys. Door resultaten uit het bachelor eindwerk van E.M.J. Vicca te vergelijken met eigen resultaten kan worden onderzocht of er verschillen zijn in de nauwkeurigheid tussen beide programma's. Dit alles moet zorgen voor meer inzicht in de werkelijke nauwkeurigheid van de berekende oplossingen.

2 Nauwkeurigheid

2.1. Definitie van de nauwkeurigheid

Om de krachten en verplaatsingen van complexe constructies te berekenen maakt Ansys gebruik van elementen. De hele constructie wordt opgedeeld in een aantal eindige elementen. Ook het type element is belangrijk aangezien dit de vorm van de elementen bepaalt en bepaalt hoeveel knooppunten er zijn. Naast elkaar liggende elementen hebben gemeenschappelijke knooppunten. Dit zijn de randvoorwaarden voor de elementen die ervoor moeten zorgen dat de gemeenschappelijke knooppunten hetzelfde gedrag vertonen. Alle vergelijkingen worden door het programma in matrices gezet. Vervolgens worden deze matrices opgelost om te bepalen wat het gedrag van de constructie is. Omdat het eindige elementenprogramma's zijn moet er bij de berekende oplossing altijd rekening gehouden worden met een fout.

Om de nauwkeurigheid uit te drukken wordt bij numerieke methodes zoals de eindige elementen methode gebruik gemaakt van $O(h^{\alpha})$. Hierbij geldt dat hoe groter de orde van de fout, hier aangegeven met α, hoe nauwkeuriger de berekende oplossing is.

2.2. Bepalen van de nauwkeurigheid

Om de nauwkeurigheid van de oplossing te bepalen wordt gebruik gemaakt van het feit dat de exacte oplossing, U_{ex}, gelijk is aan de berekende oplossing, U_{ber}, plus een fout. Indien de exacte oplossing en de berekende oplossing bekend zijn kan de fout bepaald worden. Wanneer de fout wordt uitgedrukt in termen van $O(h^{\alpha})$, kan deze in de formule geschreven worden als Ch^{α} waarbij C een constante is. Deze vergelijking kan worden opgeschreven tot een logaritmische vergelijking om de fout als functie van de elementgrootte te bepalen. Het oppervlak A is gelijk aan het aantal elementen n keer het oppervlak van een element. Wanneer de breedte en lengte van de elementen gelijk is kan het oppervlak van de elementen worden uitgedrukt met h^2. $A = nh^2$ kan worden omgeschreven naar $h=(A/n)^{½}$. De constante en het oppervlak van de elementen blijven beide gelijk en kunnen dan ook worden geschreven als een nieuwe constante C'.

$U_{ex} = U_{ber} + fout$
$U_{ex} = U_{ber} + Ch^{\alpha}$
$U_{ex} - U_{ber} = Ch^{\alpha}$
$\log(U_{ex} – U_{ber}) = \log(Ch^{\alpha})$
$\log(fout) = \log(C) + \alpha*\log(h)$
$\log(fout) = \log(C) + \alpha*\log((A/n)^{½})$
$\log(fout) = \log(C) + ½*\alpha*\log(A) - ½*a*\log(n)$
$\log(fout) = - ½*\alpha*\log(n) + \log(C')$ vergelijking (1)

Vergelijking 1 kan worden afgelezen als y = ax + b waarbij de richtingscoëfficiënt a gelijk is aan -½α. De fout, het absolute verschil tussen de exacte oplossing en de berekende oplossing, en het aantal elementen kunnen nu op een dubbel logaritmische schaal tegenover elkaar worden uitgezet. Door de berekening te herhalen bij een verschillend aantal elementen kunnen er meerdere punten geplot worden. Nu kan een lineaire trendlijn worden opgesteld door deze punten heen. Met behulp van de kleinste kwadraten methode wordt een formule opgesteld die het beste de lijn langs alle punten beschrijft. Vervolgens kan met de richtingscoëfficiënt de α bepaald worden. Indien het aantal elementen in één richting wordt vergroot is de orde van de fout gelijk aan de richtingscoëfficiënt. Wordt het aantal elementen in twee richtingen vergroot dan is de orde gelijk aan twee keer de richtingscoëfficiënt (de Jong, 2015).

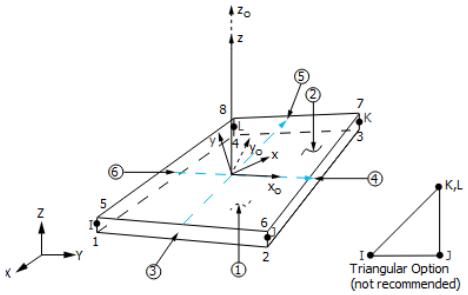
Zoals vermeld moet de exacte oplossing voor deze methode bekend zijn. Voor complexe constructies is de exacte oplossing niet bekend en zal daarom zelf bepaald moeten worden. De exacte oplossing wordt in dit onderzoek berekend door een groot aantal elementen te gebruiken waardoor de exacte oplossing zo goed mogelijk wordt benaderd. Met de exacte oplossing en de berekende oplossing wordt vervolgens de fout bepaald.

3 vlakke plaat

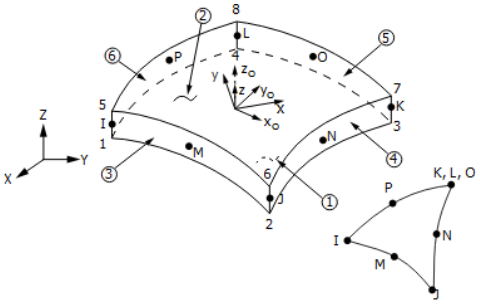
In dit hoofdstuk zal onderzoek worden gedaan naar de nauwkeurigheid van Ansys voor een vlakke plaat. Hierbij zal in eerste instantie het verschil worden onderzocht tussen de verschillende methodes die er zijn om de gegevens te verkrijgen, welke nodig zijn om de orde van de fout te bepalen. Ook wordt gekeken naar het effect van de dwarscontractiecoëfficiënt. Hierna zullen verschillende plaat varianten onderzocht worden, de varianten verschillen in type oplegging en type element. In de paragraaf daarna wordt ook nog onderzoek gedaan naar de orde aan de rand van een plaat.

3.1. Model en elementgroottes

Een model in Ansys is opgebouwd uit knopen en elementen. Er zijn verschillende manieren om een model op te bouwen. Voor dit onderzoek is gebruikt gemaakt van de methode om eerst knooppunten te creëren. Vervolgens worden de elementen gecreëerd door knooppunten met elkaar te verbinden. Er zijn verschillende type elementen die gebruikt kunnen worden en voor dit onderzoek wordt gebruik gemaakt van twee type elementen, namelijk shell181 en shell281. Het verschil tussen deze twee elementen is het aantal knopen die met elkaar verbonden worden. Shell181 is een vierknoopselement en verbindt dus vier knopen met elkaar terwijl shell281 een achtknoopselement is en dus acht knopen met elkaar verbindt. Beide elementen zijn te zien in figuur 3.1 en figuur 3.2. Afhankelijk van het aantal elementen dat gewenst is en het type element dat wordt gebruikt worden er knooppunten en elementen gecreëerd. Daarna kan het programma per element de krachtverdeling en verplaatsing berekenen en deze data kan uit het programma worden uitgelezen. Ook over alle knooppunten kunnen data worden uitgelezen; voor dit onderzoek is alleen de verplaatsing uitgelezen bij de vlakke plaat om te kunnen vergelijken wat het verschil is tussen berekeningen met knopen en elementen.

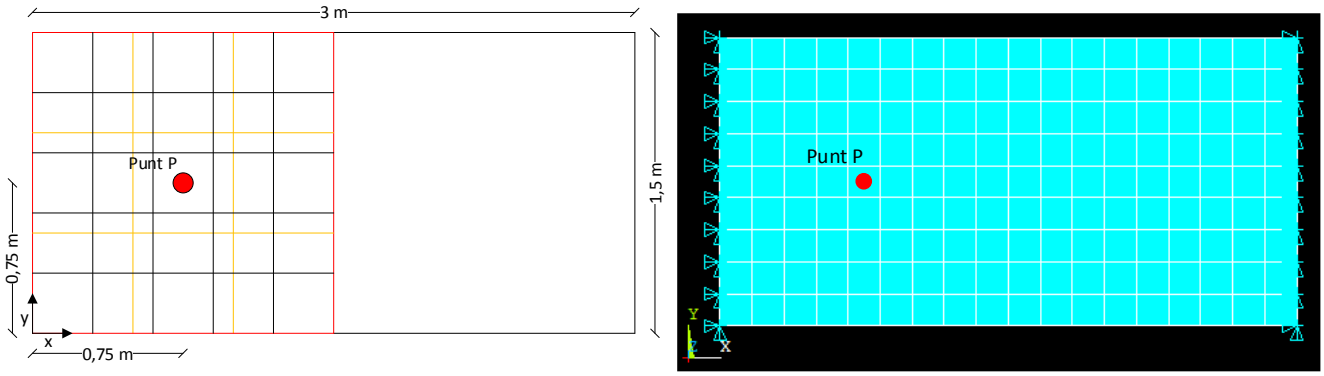


Figuur 3.1 – shell181



Figuur 3.2 – Shell281

Een manier om de orde van de fout te bepalen is door de krachten en verplaatsingen steeds op dezelfde locatie te berekenen. Wanneer berekeningen bij een element worden gedaan worden de resultaten in het midden van het element bepaald. Om dus steeds op dezelfde locatie een berekening te kunnen maken moet het midden van elementen bij verschillende elementgrootte op dezelfde plaats blijven. De plaat die gebruikt is in dit onderzoek heeft afmetingen van 1,5x3m; voor deze plaat zijn elementgroottes bepaald waarbij er steeds een element is met het midden op dezelfde plaats. De elementgroottes zijn te zien in tabel 3.1. Wanneer gebruik gemaakt wordt van steeds hetzelfde meetpunt bevindt dit punt, punt P genoemd, zich 0,75m in de x-richting en 0,75m in de y-richting. Dit is ook te zien in figuur 3.3. In dit figuur zijn ook de eerste drie elementgroottes afgebeeld om te laten zien dat er steeds één van de element is met het midden in hetzelfde punt. Zoals eerder vermeld, is er voor het bepalen van de orde fout een exacte oplossing nodig. Voor vierknoopselementen wordt aangenomen dat bij het gebruik van 31250 elementen de exacte oplossing wordt berekend. Voor achtknoopselementen wordt, vanwege het gebruik van meer knopen, aangenomen dat 7938 elementen de exacte oplossing berekend.



Figuur 3.3 – Vlakke plaat met 2 kanten scharnierend opgelegd met locatie voor berekeningen

Elementgroottes	Element breedte/lengte	Aantal elementen	Knopen bij vierknoopselementen	Knopen bij achtknoopselementen
3/2 = 1,5 m	1x2	2	6	13
1/2 = 0,5 m	3x6	18	28	73
3/10 = 0,3 m	5x10	50	66	181
3/14 ≈ 0,2143 m	7x14	98	120	337
1/6 ≈ 0,1667 m	9x18	162	190	541
1/10 = 0,1 m	15x30	450	496	1441
1/14 ≈ 0,0714 m	21x42	882	946	2773
1/18 ≈ 0,0556 m	27x54	1458	1540	4537
1/30 ≈ 0,0333 m	45x90	4050	4186	12421
1/42 ≈ 0,0238 m	63x126	7938	8128	24193
1/54 ≈ 0,0185 m	81x162	13122	13366	-
3/250 = 0,012 m	125x250	31250	31626	-

Tabel 3.1 – Elementverdeling vlakke plaat

3.2. Vergelijking tussen verschillende methode

In dit hoofdstuk zullen een aantal vergelijkingen tussen verschillende methodes worden gemaakt. Het model dat gebruikt wordt in dit hoofdstuk heeft zoals eerder vermeld afmetingen van 1,5x3m. De dikte van de plaat is 0,1 meter. De materiaaleigenschappen zijn gebaseerd op een stalen plaat van S235 staal. Dit betekent dat er is gewerkt met een E-modulus E = 210000 N/mm^2, een poisson ratio v = 0,3 en een dichtheid ρ = 7800 kg/m^3. De plaat is scharnierend opgelegd aan beide korte kanten. De belasting die is toegepast is het eigen gewicht. Voor de verschillende varianten is met behulp van Ansys de verplaatsing U_z (mm), het buigend moment M_y (Nmm/mm) en de dwarskracht V_z (N/mm) bepaald bij een variërend aantal elemenenten, n.

3.2.1. *Verplaatsing*

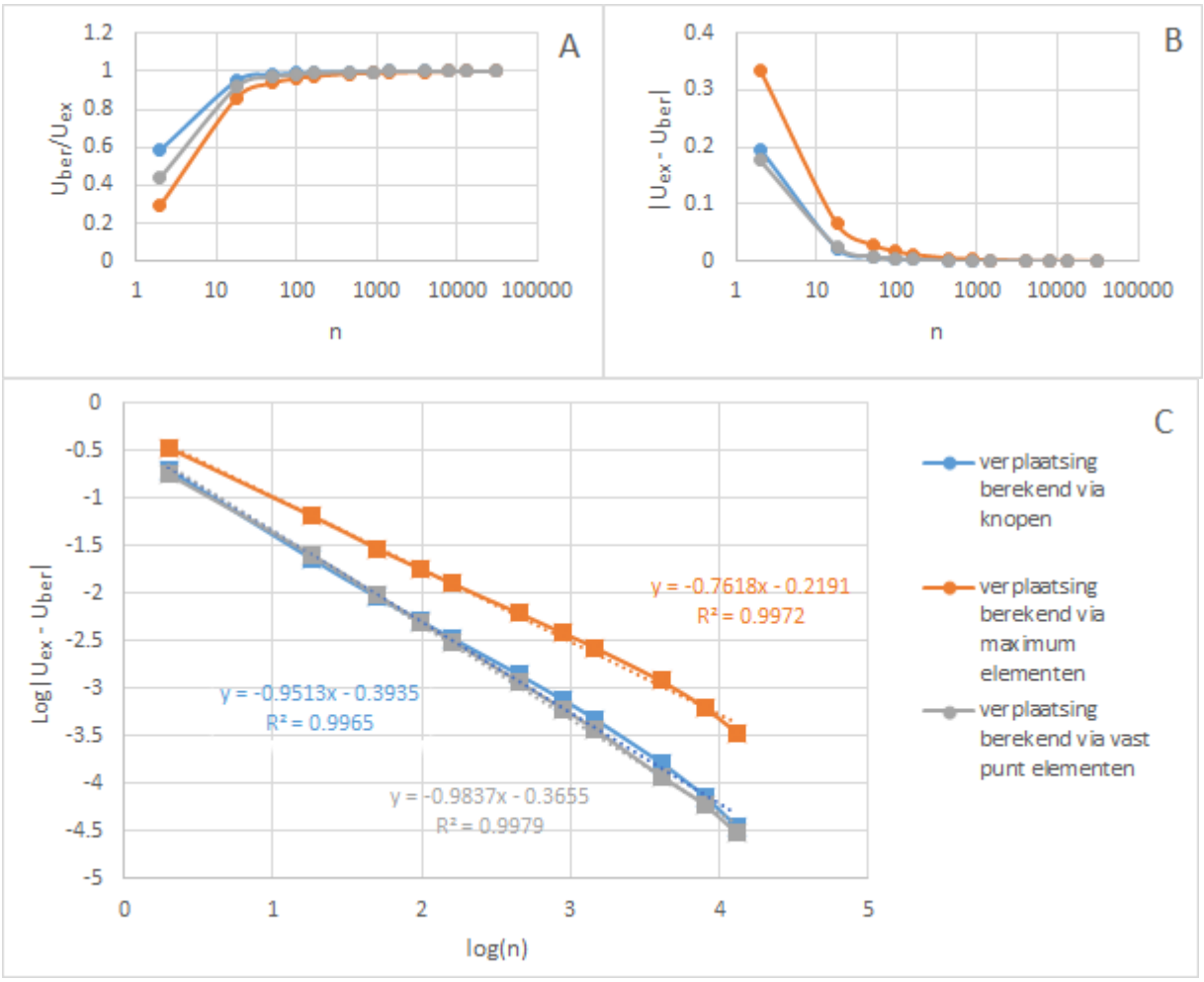
De eerste vergelijking is gemaakt voor de verplaatsing. Hier zijn drie verschillende methodes met elkaar vergeleken die allen gebruikt kunnen worden om de verplaatsing te bepalen. De eerste methode berekent de verplaatsing op de locatie van de knopen. Vervolgens wordt de knoop waar de grootste verplaatsing wordt berekend gebruikt. De locatie waar deze maximale verplaatsing zich bevindt verandert in dit geval niet omdat er altijd een knoop zit op de locatie op de plaat waar de verplaatsing maximaal is. De tweede methode berekent de verplaatsing in het midden van de elementen. Daarna wordt de maximaal berekende verplaatsing gebruikt. Hierbij verandert de locatie wel aangezien het midden van de elementen nooit op de locatie op de plaat zit waar de verplaatsing maximaal is. Hoe meer elementen worden gebruikt, hoe dichter de locatie bij het punt komt waar de maximale verplaatsing zich bevindt. De derde methode maakt ook gebruik van de berekende verplaatsing in het midden van de elementen. Echter wordt er nu geen gebruik gemaakt van de maximale waarde maar worden de elementgroottes zo gekozen dat er steeds een element is met het midden op dezelfde plaats zoals beschreven is in de vorige paragraaf; zie ook figuur 3.3. Het element dat het midden heeft in het vaste punt P wordt gebruikt. Gebruik maken van een vast punt waar berekend wordt kost meer werk. Het raster moet zo gekozen worden dat er steeds een element is met het midden op dezelfde plaats en daarna moet ook het juiste element uit de lijst met verplaatsingen worden gehaald. Gebruik maken van de

maximale waarde is voor een constructeur gemakkelijker aangezien hier geen rekening gehouden hoeft te worden met de elementgroottes en de maximale waarde direct apart wordt vermeld. De resultaten van de verplaatsingen berekend met deze drie methodes zijn te zien in tabel 3.2.

n	U_{knopen} (mm)	$U_{elementen}$ maximum (mm)	$U_{elementen}$ vaste punt (mm)
2	-0,2778761	-0,13894	-0,13894
18	-0,4516964	-0,40881	-0,29053
50	-0,4658676	-0,44487	-0,30657
98	-0,4699240	-0,45647	-0,31113
162	-0,4716892	-0,46190	-0,31305
450	-0,4736185	-0,46831	-0,31499
882	-0,4742490	-0,47062	-0,31555
1458	-0,4745377	-0,47179	-0,31579
4050	-0,4748471	-0,47326	-0,31604
7938	-0,4749387	-0,47383	-0,31610
1322	-0,4749774	-0,47412	-0,31613
31250	-0,4750123	-0,47446	-0,31616

Tabel 3.2 – Verplaatsing, verschillende methode

Vervolgens kunnen deze gegevens worden omgezet tot grafieken. Er zijn drie grafieken gemaakt, zie figuur 3.4. De eerste grafiek geeft de genormaliseerde waarde weer, de verhouding tussen de berekende waarde en de exacte waarde. Grafiek twee geeft de absolute fout weer, dat is het absolute verschil tussen de exacte oplossing en de berekende oplossing. De derde grafiek geeft de absolute fout vervolgens dubbel logaritmisch weer. In deze grafiek is naast de berekende data ook een trendlijn weergegeven waarmee vervolgens de orde van de fout bepaald wordt.



Figuur 3.4 – Verplaatsing, verschillende methode, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

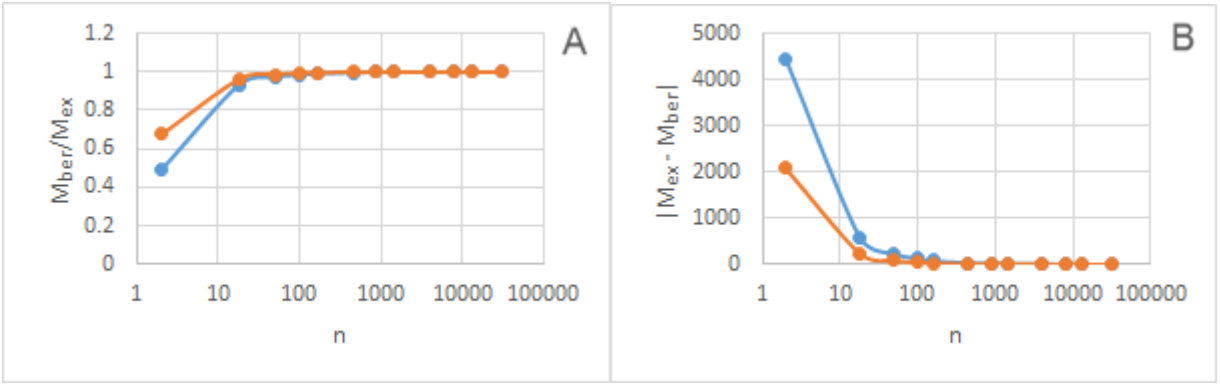
Welke van de methodes gebruikt wordt maakt niet uit voor het feit dat er in het begin een onderschatting wordt gedaan. Hoe meer elementen gebruikt worden hoe dichter de schatting bij het exacte antwoord komt. De absolute fout berekend in punt P met de elementen en de absolute fout in de knopen zijn nagenoeg hetzelfde, dit ondanks dat de waardes wel verschillen qua grootte. Wanneer de fout logaritmisch wordt uitgezet is dit ook te zien doordat de lijnen nagenoeg over elkaar lopen en de orde van de fout is hierdoor ook nagenoeg hetzelfde. Alle berekende waardes zijn in dit geval weergegeven met een vierkant, dit betekent dat alle waardes zijn meegenomen voor het bepalen van de orde van de fout. Wanneer niet alle waardes zijn meegenomen om de orde van de fout te bepalen zijn de berekende waardes die wel zijn meegenomen weergegeven als een vierkant en de berekende waardes die niet zijn meegenomen worden weergegeven als een cirkel. Te zien is dat de richtingscoëfficiënt, voor de verplaatsing berekend in de knopen, gelijk is aan -0,9513. Dit betekend $-\frac{1}{2}\alpha = -0{,}9513$ en daarmee is de orde van de fout α gelijk aan 1,90. Voor de verplaatsing in punt P berekend met de elementen is de orde van de fout gelijk aan 1,97. Wordt de orde van de fout bepaald voor de maximale verplaatsing berekend met de elementen dan is dit gelijk aan 1,52.

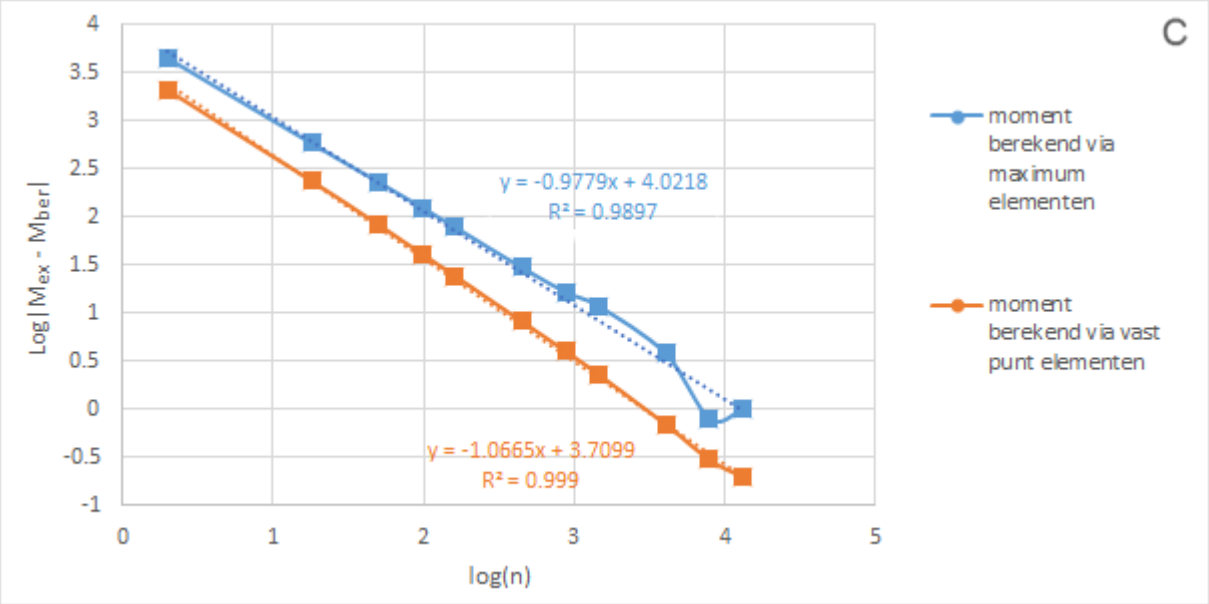
3.2.2. Moment

Ook voor het moment is er een vergelijking gemaakt, echter worden hier maar twee waarden vergeleken namelijk de maximale waarde berekend met een element en de waarde berekend in punt P met de elementen. Beide waardes zijn berekend in hetzelfde model. De resultaten zijn te zien in tabel 3.3 en de grafieken die gemaakt zijn, zijn te zien in figuur 3.5.

n	$M_{elementen}$ maximum (Nmm/mm)	$M_{elementen}$ vaste punt (Nmm/mm)
2	4302,6	4302,6
18	8168,2	6142,6
50	8519,8	6295,9
98	8625,8	6338,1
162	8672,4	6354,9
450	8720,8	6371
882	8734,1	6375,2
1458	8738,8	6376,9
4050	8746,8	6378,5
7938	8749,8	6378,9
13122	8749,6	6379
31250	8750,6	6379,2

Tabel 3.3 – Moment, verschillende methode





Figuur 3.5 – Moment, verschillende methode, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

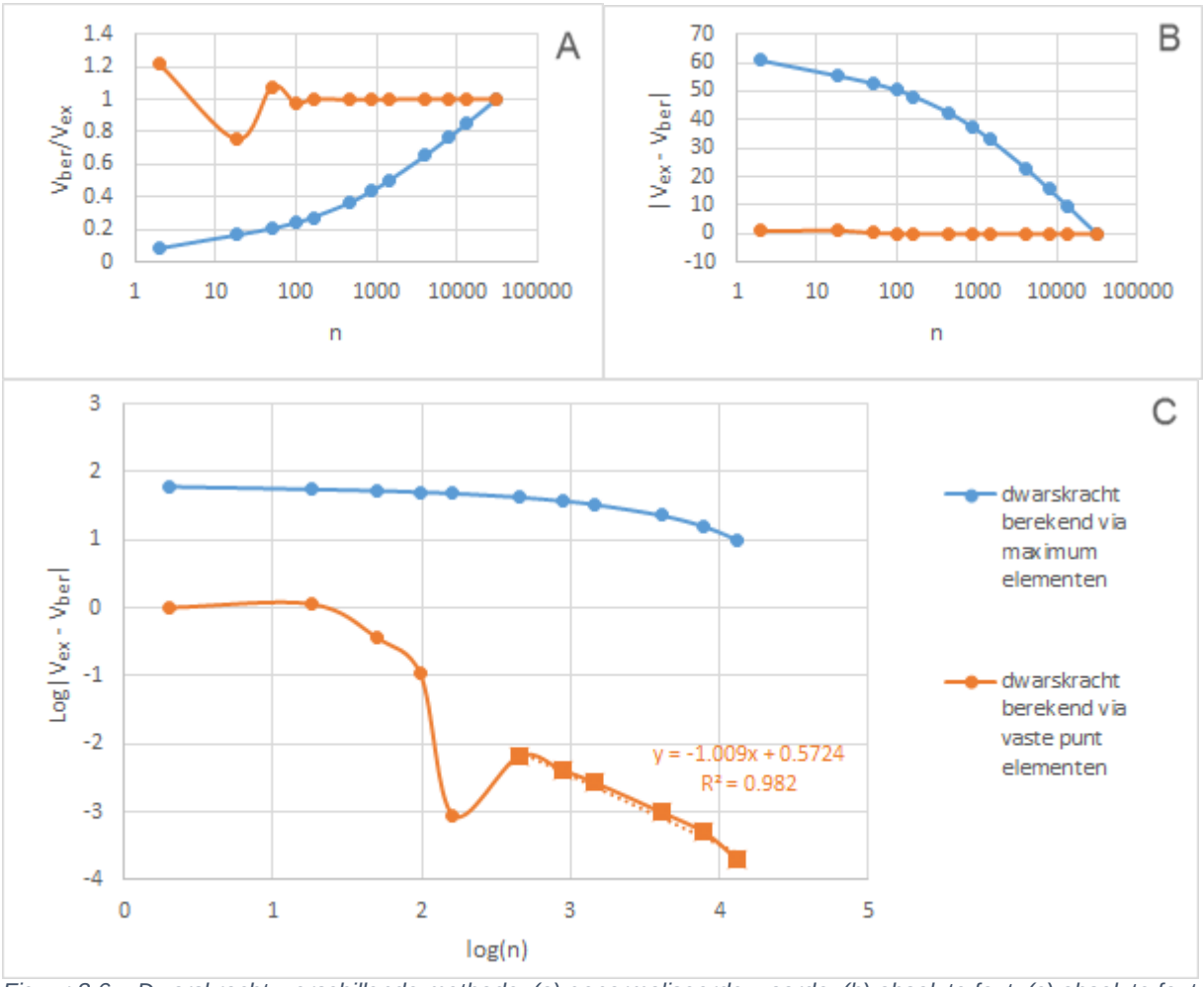
Wanneer de resultaten worden bekeken voor het moment zijn er een aantal conclusies te trekken. Ten eerste zijn de resultaten in punt P nauwkeuriger dan de maximale waarde als wordt vergeleken bij eenzelfde aantal elementen. Wanneer de resultaten logaritmisch worden uitgezet is ook te zien dat de resultaten van de maximale waarde aan het einde wat ruis vertonen en niet meer een rechte lijn vormen. Dit is bij de berekening in punt P minder; hier blijven de berekende punten beter op een lijn liggen. Voor het berekenen van de orde van de fout worden wel alle punten meegenomen aangezien de correlaties, R^2, met 0,9897 en 0,999 groot zijn. De correlatie zegt iets over de samenhang tussen de punten in de grafiek; hoe dichter de waarde bij 1, hoe beter de samenhang is. Wanneer de correlatie gelijk is aan 1 betekent dit dat er een rechte lijn getrokken kan worden door alle punten in de grafiek. De orde van de fout voor de maximale waarde is met 1,96 iets kleiner dan de orde van de fout in punt P aangezien deze gelijk is aan 2,13.

3.2.3. Dwarskracht

Uit het model zoals beschreven zijn naast de verplaatsingen en momenten nog twee waarden gehaald, namelijk de maximale dwarskracht in een element en de dwarskracht in punt P. Ook deze worden vergeleken. Resultaten van de berekeningen zijn te zien in tabel 3.4 en de grafieken zijn zichtbaar in figuur 3.6.

n	$V_{elementen}$ maximum (N/mm)	$V_{elementen}$ vaste punt (N/mm)
2	5,7368	5,7368
18	11,112	3,576
50	13,769	5,0865
98	16,123	4,6166
162	18,302	4,7242
450	24,15	4,7167
882	29,176	4,7192
1458	33,52	4,7206
4050	43,607	4,7223
7938	50,894	4,7228
13122	56,54	4,7231
31250	66,519	4,7233

Tabel 3.4 – Dwarskracht, verschillende methode



Figuur 3.6 – Dwarskracht, verschillende methode, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Voor de genormaliseerde waarde is te zien dat wanneer de waarde berekend wordt in punt P de waarde oscilleert maar de amplitude wordt wel steeds kleiner dus deze oscillatie is dempend. Voor de maximale waarde is een heel ander beeld te zien. De maximale waarde bevindt zich in de hoekpunten en wanneer het aantal elementen wordt vergroot, en daarmee de afstand van het midden van het hoekelement tot het hoekpunt wordt verkleind, blijft ook de maximale waarde maar stijgen, de exact gekozen oplossing voor 31250 elementen lijkt daardoor niet de maximale waarde van de plaat te zijn. Wanneer de oplossing logaritmisch wordt uitgezet kan de orde van de fout worden bepaald. Alleen doordat de maximale waarde niet correct lijkt te zijn en de correlatie klein is klopt de orde van de fout niet. Voor de waarde in punt P is het wel mogelijk om de orde van de fout te bepalen, al is er halverwege wel een afwijkend punt in de lijn te zien waardoor alleen de punten na die knik worden meegenomen. Dit is in de figuur zichtbaar doordat de punten die zijn meegenomen voor het bepalen van de orde van de fout vierkant zijn. De overige punten zijn rond. De orde van de fout is hier gelijk aan 2,02.

3.2.4. Poisson's ratio

De stijging van de dwarskracht aan de rand roept vragen op. Allereerst is er onderzocht wat de invloed is van poisson's ratio op de maximale waarde en de waarde in het punt voor verplaatsing, moment en dwarskracht. Poisson's ratio, v, ook wel dwarscontractiecoëfficiënt genoemd, zegt iets over de kracht die wordt overgedragen van de ene naar de andere richting. Wanneer er een drukkracht wordt toegepast op de ene richting heeft de richting hier loodrecht op de neiging om uit te zetten; dit zorgt voor een kracht. Er zal gewerkt worden met dezelfde data als eerder berekend maar nu zullen er gegevens aan worden toegevoegd waarbij de v gelijk is aan 0, deze gegevens zijn te zien in tabel 3.5 en tabel 3.6. De overige gegevens zullen gelijk gehouden worden.

n	$U_{elementen}$ maximum (mm)	$M_{elementen}$ maximum (Nmm/mm)	$V_{elementen}$ maximum (N/mm)
2	-0,13879	4302,6	5,7368
18	-0,41241	8127,1	9,5613
50	-0,44374	8433,1	10,326
98	-0,45262	8517,4	10,654
162	-0,4563	8552,1	10,836
450	-0,45993	8586,1	11,091
882	-0,46093	8595,4	11,2
1458	-0,46134	8599,3	11,261
4050	-0,46175	8603,1	11,346
7938	-0,46186	8604,1	11,383
13122	-0,46191	8604,5	11,403
31250	-0,46195	8604,9	11,428

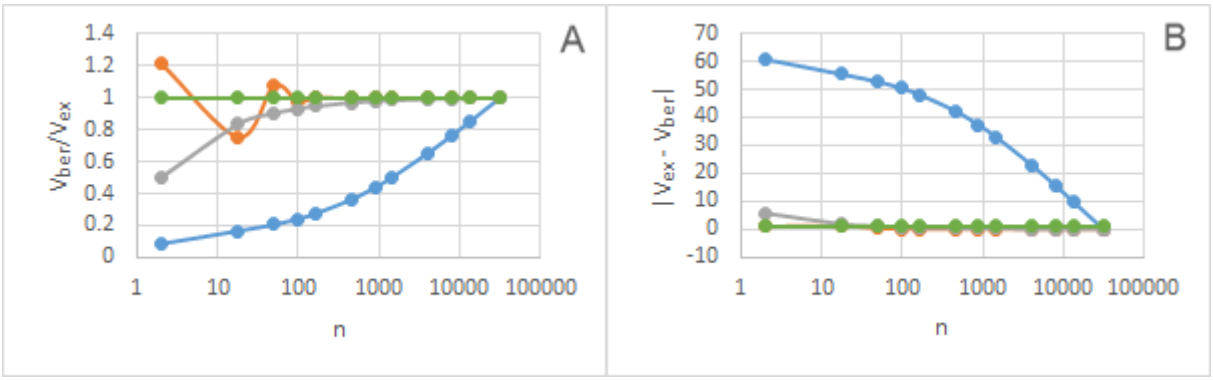
Tabel 3.5 – Maximale waarde, v=0

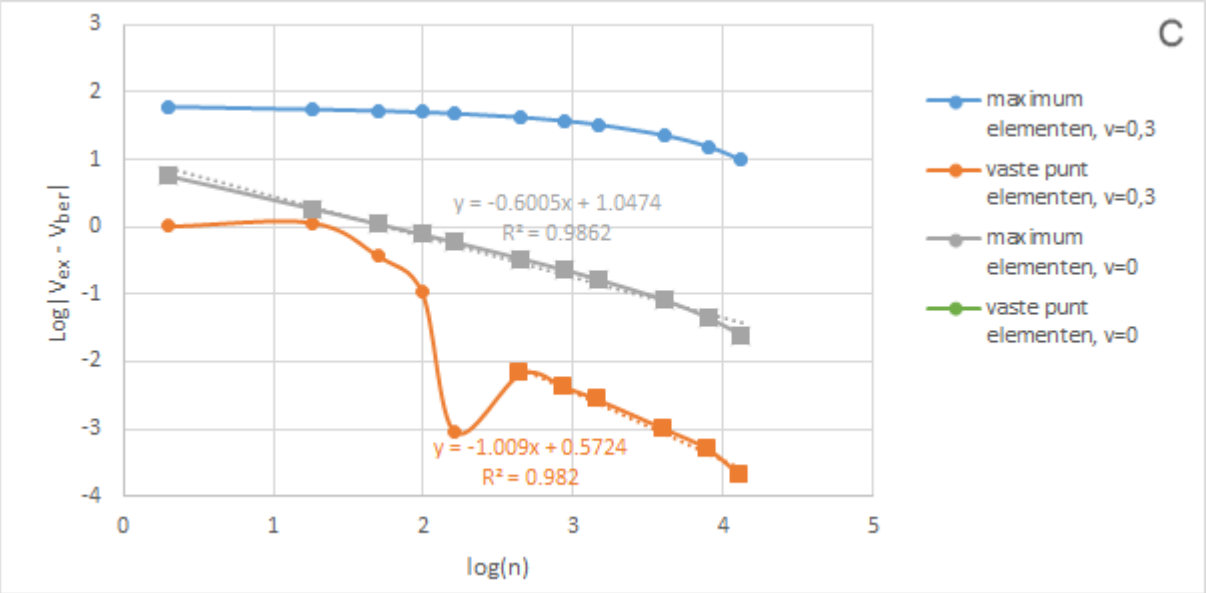
n	$U_{elementen}$ vaste punt (mm)	$M_{elementen}$vaste punt (Nmm/mm)	$V_{elementen}$ vaste punt (N/mm)
2	-0,13879	4302,6	5,7368
18	-0,30292	6214,9	5,7368
50	-0,31959	6367,9	5,7368
98	-0,32427	6410	5,7368
162	-0,32621	6427,3	5,7368
450	-0,32812	6444,3	5,7368
882	-0,32865	6449	5,7368
1458	-0,32886	6451	5,7368
4050	-0,32908	6452,8	5,7368
7938	-0,32913	6453,4	5,7368
13122	-0,32916	6453,6	5,7368
31250	-0,32918	6453,8	5,7368

Tabel 3.6 – vaste punt, v=0

De grafieken voor de verplaatsing zijn te zien in bijlage 1.1. Voor de genorminaliseerde waarde en de absolute fout is te zien dat de lijnen met of zonder dwarscontractiecoëfficiënt over elkaar liggen; dit is het geval voor de maximale waarde en ook de waarde in punt P. Is de absolute fout logaritmisch uitgezet dan is de orde van de fout in punt P ongeveer gelijk, beide zijn ongeveer 2, de lijnen lopen ook over elkaar heen. Voor de maximale waarde is er wel een verschil in de orde van de fout wanneer er wel of geen dwarscontractiecoëfficiënt wordt toegepast. Is de dwarskrachtcoëfficiënt gelijk aan 0 dan is de orde van de fout 2,04 en wanneer de dwarscontractiecoëfficiënt gelijk is aan 0,3 dan is de orde van de fout 1,52.

Voor het moment maakt de dwarscontractiecoëfficiënt nauwelijks uit. De genominaliseerde waarde en de absolute fout blijven nagenoeg gelijk en ook de orde van de fout verschilt weinig. Voor alle vier de gevallen is de orde ongeveer 2, zie bijlage 1.1.





Figuur 3.7 – Dwarskracht, verschillende methode en verschillende v, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Voor de dwarskracht is er wel een duidelijk effect te zien als gevolg van het weghalen van de dwarscontractiecoëfficiënt, zie figuur 3.7. Waar de maximale waarde van de dwarskracht bij aanwezigheid van een dwarscontractiecoëfficiënt alsmaar op blijft lopen en niet lijkt te convergeren naar een exacte oplossing is dit bij afwezigheid van de dwarscontractiecoëfficiënt precies andersom. Hier convergeert de maximale waarde van de dwarskracht wel naar een exacte oplossing. De orde van de fout is in dit geval gelijk aan 1,20. De waarde in punt P verandert ook wanneer de dwarscontractiecoëfficiënt wordt weggehaald. De eerste berekening is nu al de exacte oplossing en het toevoegen van meer elementen verandert niks aan de uitkomst. De absolute fout is hierdoor gelijk aan nul en kan niet logaritmisch worden uitgezet. De orde van de fout is oneindig.

3.2.5. Interpretatie

Het maakt voor de orde van de fout niet uit of de waardes worden berekend met knopen of elementen. Het enige wat uitmaakt is dat de waarde steeds op dezelfde plek berekend moet worden. Wanneer de maximale waarde van de elementen gebruikt wordt, verschuift de plaats waar berekend wordt steeds en dit zorgt dan voor een lagere orde van de fout.

Voor de verplaatsing en het moment is vastgesteld dat wanneer berekend wordt in punt P de waarde sneller convergeert naar de exacte oplossing. Dit zorgt voor een hogere orde van de fout. Voor de dwarskracht convergeert de waarde in punt P naar een exacte oplossing toe. Voor de maximale dwarskracht blijft de oplossing stijgen wanneer er meer elementen gebruikt worden. Dit komt door een stijging van de dwarskracht aan de rand van de plaat. Deze stijging wordt veroorzaakt door de dwarscontractiecoëfficiënt. Bij de varianten van de vlakke plaat die in het vervolg onderzocht gaan worden zal gebruik gemaakt worden van een dwarscontractiecoëfficiënt gelijk aan 0,3. De waarde zal berekend worden in punt P.

3.3 Varianten verschillende oplegging en type element

In dit subhoofdstuk zullen meerdere varianten van een vlakke plaat met elkaar vergeleken gaan worden. De varianten zullen verschillen in type oplegging, scharnierend of ingeklemd, het aantal kanten dat is opgelegd, twee of vier, en het type element, vierknoopselementen of achtknoopselementen. Voor alle platen is S235 staal gebruikt als materiaal en de afmetingen zijn nog steeds 1,5x3m. Onderzoek is gedaan naar de verplaatsing, het moment en de dwarskracht in de plaat op punt P zoals eerder vastgesteld.

3.3.1. Vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd

De eerste vlakke plaat die onderzocht is, is een plaat die scharnierend is opgelegd aan de twee korte randen. Tabellen 3.7 en 3.8 tonen de resultaten van dit onderzoek.

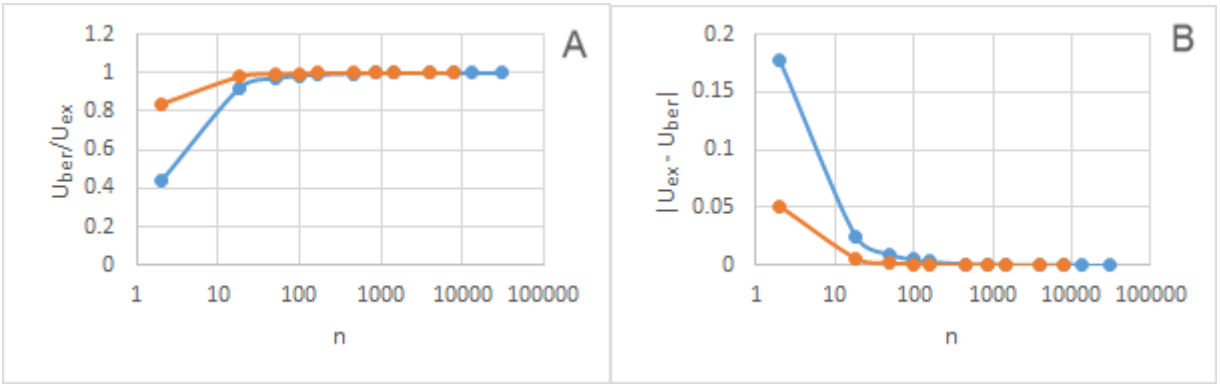
n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,13894	4302,6	5,7368
18	-0,29053	6142,6	3,576
50	-0,30657	6295,9	5,0865
98	-0,31113	6338,1	4,6166
162	-0,31305	6354,9	4,7242
450	-0,31499	6371	4,7167
882	-0,31555	6375,2	4,7192
1458	-0,31579	6376,9	4,7206
4050	-0,31604	6378,5	4,7223
7938	-0,3161	6378,9	4,7228
13122	-0,31613	6379	4,7231
31250	-0,31616	6379,2	4,7233

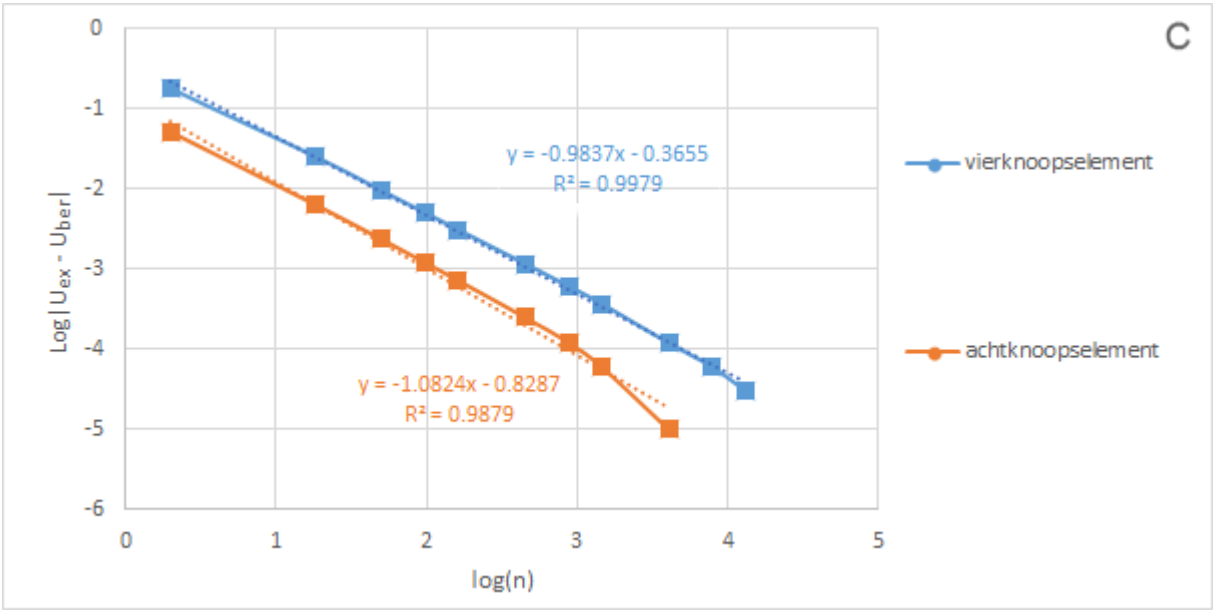
Tabel 3.7 – Vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,26494	5736,8	5,7368
18	-0,30972	6305,2	5,6081
50	-0,3138	6352,9	5,0442
98	-0,31496	6366,1	4,7571
162	-0,31544	6371,4	4,7243
450	-0,31591	6376,5	4,7232
882	-0,31604	6377,9	4,7233
1458	-0,3161	6378,4	4,7234
4050	-0,31615	6379	4,7235
7938	-0,31616	6379,1	4,7235

Tabel 3.8 – Vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, achtknoopselementen

Verplaatsing

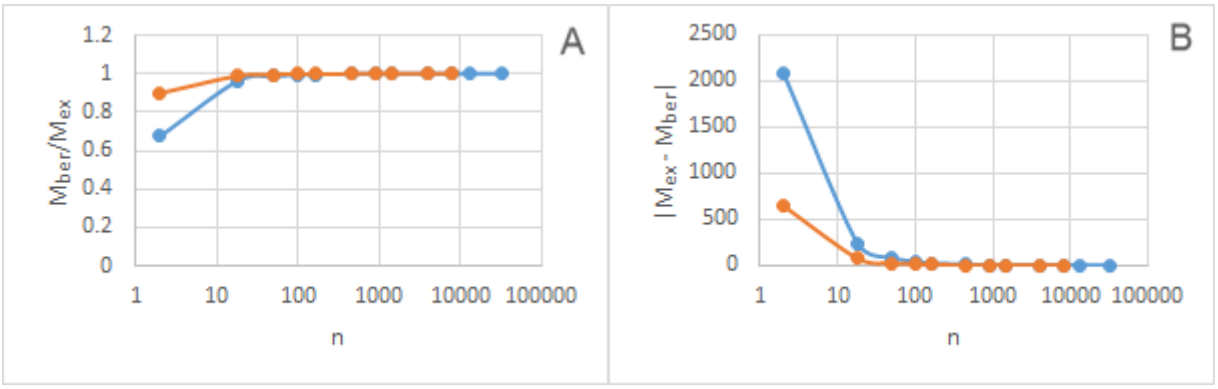


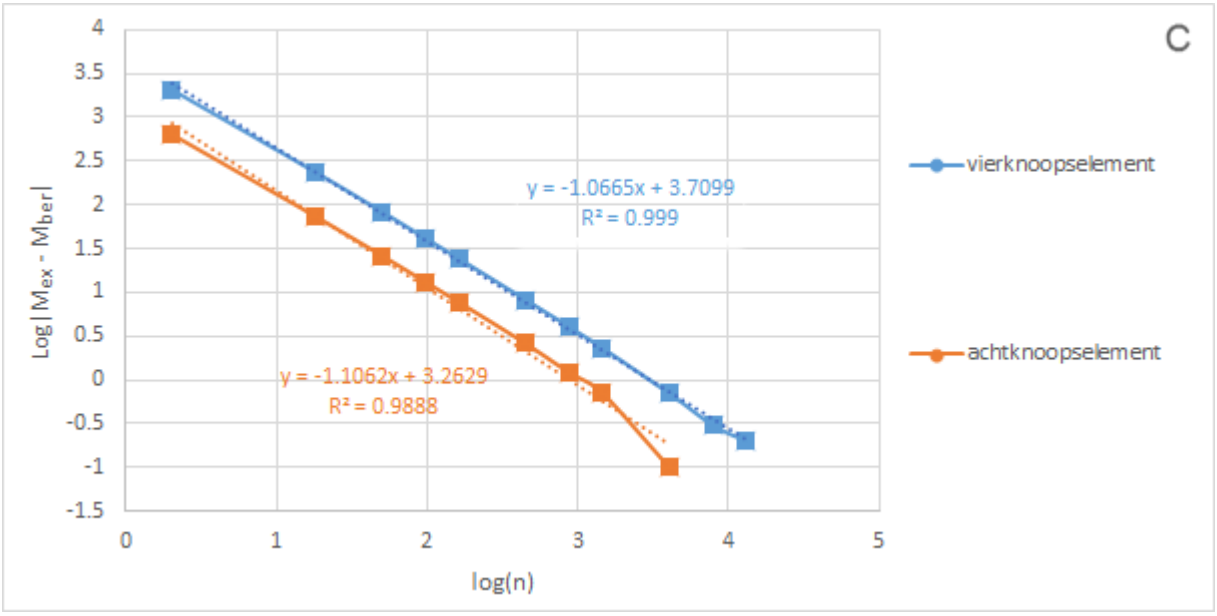


Figuur 3.8 – Verplaatsing, vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Voor beide element types is hetzelfde gedrag waarneembaar, zie figuur 3.8. In het begin wordt de verplaatsing onderschat en naarmate er meer elementen worden gebruikt komt de oplossing steeds dichter in de buurt van de exacte oplossing. Verschil tussen beide elementen is wel dat vierknoopselementen een grotere absolute fout hebben ten opzichte van achtknoopselementen. Achtknoopselementen hebben dus minder elementen nodig om dicht bij het exacte antwoord te komen. Voor beide type elementen stijgt de oplossing monotoon naarmate er meer elementen worden gebruikt. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 1,97. Voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,16.

Moment

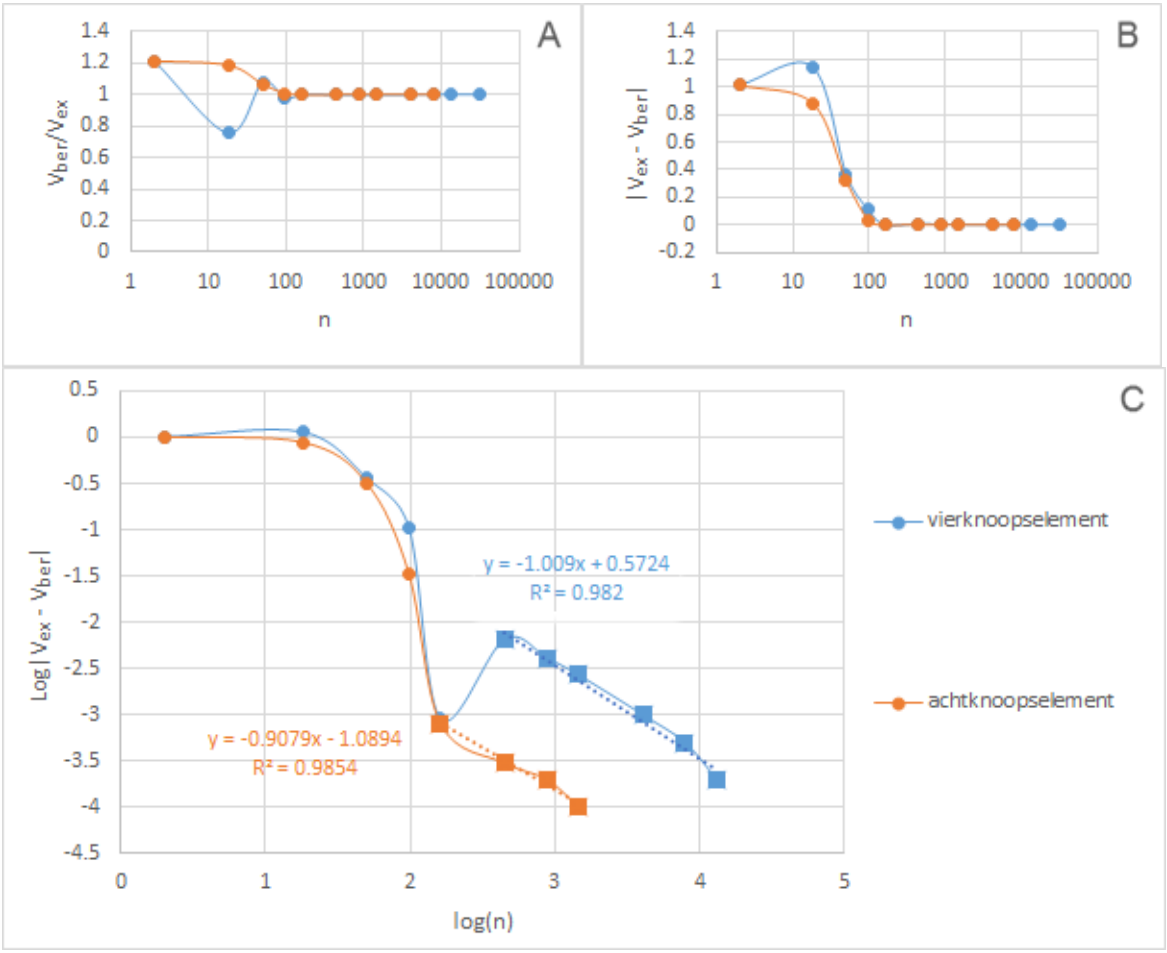




Figuur 3.9 – Moment, vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

In figuur 3.9 valt te zien dat ook bij het moment voor alle twee de type elementen de oplossing wordt onderschat; beide lijnen convergeren monotoon stijgende wanneer er meer elementen worden gebruikt en achtknoopselementen zijn nauwkeuriger dan vierknoopselementen. Voor vierknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,13 en voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,21.

Dwarskracht



Figuur 3.10 – Dwarskracht, vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Voor de berekende waarde van de dwarskracht is er een verschil waarneembaar tussen vierknoopselementen en achtknoopselementen. Te zien in figuur 3.10 is dat vierknoopselementen een dempend oscillerend beeld hebben. Wanneer de orde van de fout bepaald moet worden is er een duidelijke uitschieter zichtbaar. Om de orde van de fout te bepalen met een correlatie die groot genoeg is worden alleen de berekeningen na de piek in beschouwing genomen. Van het laatste gedeelte is de orde van de fout bepaald en deze is gelijk aan 2,02. In tegenstelling tot vierknoopselementen hebben achtknoopelementen wel een monotoon beeld, dalend in dit geval. Dit betekent dat de waarde in eerste instantie overschat wordt. In verband met de veiligheid is dit gunstiger dan wanneer er een onderschatting gemaakt wordt. Wanneer nu de orde bepaald wordt is er duidelijk geen rechte lijn zichtbaar. Om de orde van de fout te bepalen worden alleen de laatste vier berekeningen in beschouwing genomen en deze zorgen met een correlatie van 0,9854 voor een orde van de fout gelijk aan 1,82.

3.3.2. Vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd

In vergelijking met de vorige plaat die onderzocht is, wordt er nu een kleine verandering aangebracht; in plaats van twee randen scharnierend op te leggen, worden nu alle vier de randen scharnierend opgelegd. De resultaten zijn te zien in bijlage 1.2. De gevonden waarden in de tabel zijn omgezet tot grafieken en ook deze grafieken zijn te zien in bijlage 1.2

Verplaatsing

Uit de grafieken is op te maken dat hoe meer elementen gebruikt worden hoe preciezer de oplossing is. Achtknoopselementen zijn hierin sneller dan vierknoopselementen. Beide type elementen onderschatten in het begin de exacte oplossing en gedragen zich monotoon stijgend. De orde voor vierknoopselementen is vastgesteld op 1,74. Voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,04.

Moment

De grafieken van de momenten zijn te vergelijken met die van de verplaatsing. Ook hier wordt de uitkomst in het begin onderschat, wat een monotoon stijgende functie geeft en zijn achtknoopselementen nauwkeuriger dan vierknoopselementen. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 1,72 en voor achtknoopselementen is dit gelijk aan 2,08.

Dwarskracht

Figuur B1.5 geeft weer hoe de waarde van de dwarskracht oscilleert; de amplitude van de oscilatie wordt wel steeds kleiner en dus is het een dempende oscilatie. Dit is waar te nemen voor vier- en achtknoopselementen. Opvallend is wel dat wanneer de ene een piek naar boven heeft, de andere een piek naar beneden heeft. Ze lopen uit fase. Wanneer vervolgens de orde van de fout bepaald wordt, zijn voor vierknoopselementen alleen de laatste drie berekeningen meegenomen omdat anders de correlatie te klein wordt. Dit geeft een orde van 2,40. Echter is ook voor de gehele reeks berekeningen de orde bepaald. Ondanks dat de correlatie slechts 0,934 is, is de orde gelijk aan 2,38. Deze waarde zit dicht in de buurt van de waarde berekend met alleen de laatste drie berekeningen. Voor achtknoopselementen is een bocht zichbaar in de grafiek. Om die reden zijn de eerste twee berekeningen weggelaten zodat de orde van de fout bepaald kan worden voor de rest van de grafiek. De orde van de fout is hier gelijk aan 8,87.

3.3.3. Vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd

De derde varianten die is onderzocht is de vlakke plaat die aan de twee korte randen is ingeklemd. De plaat zal worden uitgevoerd in vier- en achtknoopselementen. De overige parameters worden allemaal hetzelfde gehouden. De resultaten en grafieken van de verplaatsing, moment en dwarskracht zijn te zien in bijlage 1.3.

Verplaatsing

Zoals tot nu toe gebruikelijk convergeren achtknoopselementen sneller naar de exacte oplossing dan vierknoopselementen waardoor de absolute fout van achtknoopselementen kleiner is. Beide element types onderschatten in het begin de exacte waarde om vervolgens monotoon stijgend naar de exacte waarde toe te gaan. Voor vierknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 1,97 en voor achtknoopselementen verschilt het niet veel met een orde gelijk aan 1,94.

Moment
Figuur B1.7 toont dat vierknoopselementen in eerste instantie de exacte oplossing onderschatten maar vervolgens wel snel in de buurt komt van de exacte oplossing. In één berekening wordt de exacte oplossing overschat om daarna met een kleine onderschatting richting de exacte oplossing te gaan. De vorm van de grafiek convergeert niet monotoon. Achtknoopselementen daarentegen vertonen wel een monotoon stijgend verloop. De fout wordt onderschat en hoe meer elementen gebruikt worden hoe dichter de oplossing bij de exacte oplossing komt. Wanneer de fout logaritmisch wordt uitgezet is er voor vierknoopselementen een knik te zien in de lijn. De knik bevindt zich ter plaatste van de overschatte berekening. Om de orde van de fout te bepalen zijn alle berekeningen na de knik meegenomen. De orde van de fout is dan gelijk aan 2,14. Voor achtknoopselementen zijn wel alle punten meegenomen en de orde van de fout is hier gelijk aan 2,15.

Dwarskracht
In figuur B1.8 is te zien dat voor beide element types de waarde oscillerend naar de exacte waarde toeloopt. Wanneer de waarde logaritmisch worden uitgezet dan is te zien dat er geen rechte lijn ontstaat maar dat er een golvende beweging in de lijnen zit. Voor vierknoopselementen is de orde bepaald met behulp van de laatste zes berekeningen. De orde van de fout is hier gelijk aan 2,09. Voor achtknoopselementen is de orde van de fout bepaald met de laatste drie berekeningen, daarbij is een orde gevonden van 1,88.

3.3.4. Vlakke plaat, vier randen ingeklemd
De variatie die is onderzocht voor scharnierende oplegging, met twee en vier randen scharnierend opgelegd zal nu ook worden onderzocht voor de ingeklemde oplegging. Twee randen ingeklemd is hiervoor al onderzocht en nu zal vier randen ingeklemd worden behandeld. De resultaten zijn weergegeven in bijlage 1.4 evenals de grafieken die gemaakt zijn om een conclusie te kunnen trekken.

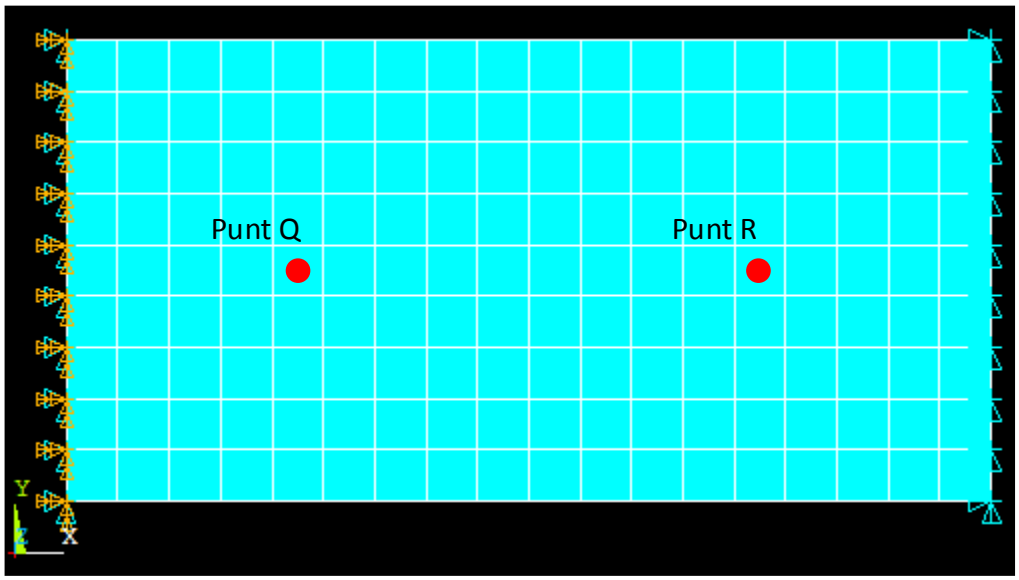
Verplaatsing
Doordat nu vier randen zijn ingeklemd is de doorbuiging kleiner dan bij de andere onderzoeken; dit maakt echter niks uit voor het onderzoek naar de nauwkeurigheid. Zoals gezien kan worden in figuur B1.9 onderschatten beide elementen de exacte waarde. Hoe meer elementen worden toegevoegd hoe beter de oplossing de exacte oplossing benadert, ofterwijl een monotoon stijgende vorm. Dit alles geldt voor beide element types maar er moet wel worden gezegd dat achtknoopselementen een betere benadering hebben bij een gelijk aantal elementen. Voor het bepalen van de orde fout is voor vierknoopselementen de eerste berekening weggelaten omdat deze afwijkt van de rest. De orde van de fout is vervolgens gelijk aan 2,13. Voor achtknoopselementen zijn wel alle berekeningen meegenomen en hier is de orde van de fout gelijk aan 2,01.

Moment
In figuur B1.10 is te zien dat bij het gebruik van maar twee elementen het berekende moment (bijna) gelijk is aan nul. Wanneer er meer elementen worden gebruikt wordt de oplossing overschat voor vierknoopselementen en onderschat voor achtknoopselementen. Doordat twee elementen ook wordt meegerekend is de vorm van vierknoopselementen gelijk aan een niet monotone functie terwijl de vorm van achtknoopselementen wel monotoon is, en wel monotoon stijgend om precies te zijn. Hierna is voor beide elementen de fout logaritmisch uitgezet. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 2,26. Voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,16.

Dwarskracht
Figuur B1.11 toont dat vierknoopselementen de exacte oplossing onderschatten terwijl achtknoopselementen de exacte oplossing overschatten. Op de eerste berekening na is de absolute fout van vierknoopselementen groter dan die van achtknoopselementen. De laatste vijf berekeningen geven bij achtknoopselementen allemaal dezelfde absolute fout. Wordt de fout logaritmisch uitgezet dan is er voor beide element types een bocht te zien in de grafiek. Om de correlatie hoog genoeg te houden zijn voor beide element types alleen de berekeningen na de bocht meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout. Voor vierknoopselementen komt de orde van de fout dan uit op 2,20. Voor achtknoopselementen zijn ook de laatste berekeningen weggelaten aangezien deze dezelfde waarde hebben als de exacte oplossing. Hierdoor is de absolute fout gelijk aan nul en de log van nul is oneindig. Voor achtknoopselementen is de orde gelijk aan 6,63.

3.3.5. Vlakke plaat, één rand scharnierend opgelegd en één rand ingeklemd

De vijfde variatie in opleggingen die onderzocht is, heeft één rand ingeklemd en de tegenoverliggende rand scharnierend opgelegd. Omdat er geen symmetrie is zullen er twee punten worden onderzocht, punt Q aan de ingeklemde kant en punt R aan de scharnierende kant zoals weergegeven in figuur 3.11. De gevonden waardes zijn weergegeven in bijlage 1.5. Beide tabellen zijn uitgezet in één grafiek, zo kan het verschil tussen de type elementen makkelijk gezien worden, maar ook het verschil tussen de kant met de inklemming en de kant met de scharnierende oplegging. De grafieken zijn eveneen in bijlage 1.5 te vinden.



Figuur 3.11 – Vlakke plaat met 1 kant scharnierend en 1 kant ingeklemd met locaties voor berekeningen

Verplaatsing

Figuur B1.12 toont dat drie van de vier lijnen monotoon stijgend zijn; de vierde lijn, die van achtknoopselementen aan de ingeklemde kant, is een monotoon dalende lijn. Deze is de enige die de exacte oplossing overschat; de andere onderschatten de exacte oplossing in het begin. Wanneer wordt gekeken naar de absolute fout hebben de metingen van vierknoopselementen de grootste meetfout, de absolute fout van achtknoopselementen aan de ingeklemde kant is het kleinst. Deze zit bij de eerste meting al dicht bij de exacte waarde. Worden de fouten logaritmisch uitgezet dan zijn er drie metingen die sterk op elkaar lijken. Dit zijn weer de drie metingen die monotoon stijgend waren. Aan de scharnierende kant is voor vierknoopselementen de orde van de fout gelijk aan 1,97. Voor achtknoopselementen is dat aan dezelfde kant 2,12. Wordt de ingeklemde kant bekeken dan is de orde van de fout voor vierknoopselementen gelijk aan 1,94. De ingeklemde kant met achtknoopselementen is de enige die een afwijkend gedrag vertoont, en ook de enige lijn die niet recht is. Om toch een accurate waarde te kunnen bepalen zijn alleen de laatste drie berekeningen in rekening genomen en die zorgen voor een orde fout die gelijk is aan 2,97.

Moment

Wanneer de vier lijnen genormaliseerd worden uitgezet, zoals te zien in figuur B1.13, zijn alle variaties zichtbaar. Wordt de scharnierende kant bekeken dan zijn voor vier- en achtknoopselementen de lijnen monotoon stijgend. Aan de ingeklemde kant is echter een ander gedrag zichtbaar. Voor vierknoopselementen is hier een niet monotone lijn zichtbaar en voor achtknoopselementen is er een monotoon dalende lijn zichtbaar. Wanneer de orde van de fout bepaald wordt zitten de waardes dicht bij elkaar in de buurt. Voor vierknoopselementen aan de ingeklemde kant zijn de eerste berekeningen weggelaten vanwege de schommeling die daar in de lijn zit. Voor het overige gedeelte is de orde gelijk aan 2,00. Wordt de orde bekeken voor achtknoopselementen aan de ingeklemde kant dan is de orde gelijk aan 2,16. De scharnierende kant heeft voor vierknoopselementen een orde gelijk aan 2,20 en voor achtknoopselementen is de orde gelijk aan 2,22.

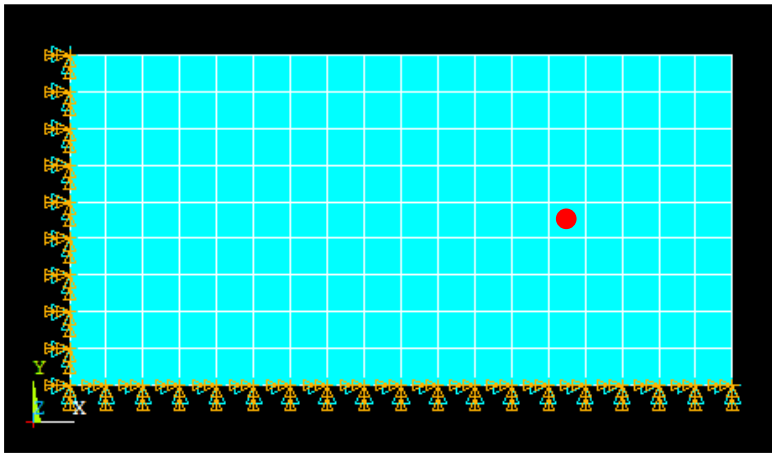
Dwarskracht

Figuur B1.14 toon de genormaliseerde waarde van dit onderzoek. Alle vier de lijnen hebben een golvende

beweging en zijn daarmee niet monotoon. Wanneer naar de absolute fout wordt gekeken is zichtbaar dat de ingeklemde kant nog een piek omhoog maakt en dat betekent dus niet direct dat meer elementen een betere nauwkeurigheid geven. Voor de scharnierende kant is dit wel het geval. In de grafiek waar de absolute fout logaritmisch is uitgezet zijn veel golvende bewegingen zichtbaar, vooral in het begin van de grafiek. Er worden daarom steeds een aantal berekeningen buiten beschouwing gelaten bij het bepalen van de orde van de fout. Voor de ingeklemde kant met vierknoopselementen worden de eerste vier berekeningen weggelaten, en als hiermee de orde van de fout wordt bepaald is deze gelijk aan 1,90. Wordt nu de scharnierende kant bekeken dan is de orde van de fout voor vierknoopselementen gelijk aan 1,70. Ook hier zijn de eerste vier berekeningen niet meegenomen. Voor achtknoopselementen zijn alleen de laatste drie berekeningen in beschouwing genomen. Aan de ingeklemde kant is de orde van de fout gelijk aan 1,69 en aan de scharnierende kant is de orde van de fout gelijk aan 1,23. Echter is de correlatie aan de scharnierende kant slechts 0,8185.

3.3.6. Vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange rand ingeklemd

De laatste variant die is onderzocht is heeft twee randen ingeklemd. Dit keer staan de ingeklemde randen niet tegenover elkaar maar is er één korte kant en één lange kant ingeklemd. Wanneer het aantal elementen nu verfijnd wordt in twee richtingen, wat bij alle varianten in dit onderzoek gedaan is, worden beide richtingen gebruik. In de varianten met twee kanten opgelegd tegenover elkaar werd er verfijnd in twee richtingen maar werd er vervolgens maar van één richting gebruik gemaakt, de plaat is dan aan twee randen in dezelfde richting opgelegd waardoor de krachten maar in één richting worden afgedragen. In figuur 3.12 is met een rode stip de locatie te zien waar de verplaatsing en krachtenwerking is berekend. De resultaten en bijbehorende grafieken zijn te vinden in bijlage 1.6.



Figuur 3.12 – Vlakke plaat met 2 inklemmingen naast elkaar met locatie voor berekeningen

Verplaatsing

De absolute fout is voor vierknoopselementen groter dan voor achtknoopselementen. Voor vierknoopselementen is de eerste meting een overschatting, de volgende metingen zijn allemaal onderschattingen. Door deze ene overschatting heeft de grafiek een niet monotone vorm. Voor achtknoopselementen zijn alle metingen overschattingen. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 1,76. Voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,08.

Moment

Vierknoopselementen overschatten het moment wanneer er weinig elementen worden gebruikt. Wanneer de oplossing dicht bij de exacte oplossing zit wordt het moment bij een aantal berekening onderschat tot maximaal een tiende procent. De grafiek heeft daardoor een niet monotoon verlopende vorm, de orde van de fout is gelijk aan 2,06. Alleen de laatste vier metingen zijn meegenomen omdat daarvoor een knik te zien is. Voor achtknoopselementen is de absolute fout kleiner en deze daalt monotoon naar de exacte oplossing. Hier worden wel alle metingen meegenomen voor het bepalen van de orde van de fout welke gelijk is aan 2,08.

Dwarskracht
Worden er weinig vierknoopselementen gebruikt om de dwarskracht te bepalen dan zijn de resultaten totaal niet betrouwbaar. De waarde convergeert niet monotoon van grote overschattingen naar grote onderschattingen. De absolute fout van achtknoopselementen is weliswaar kleiner dan van vierknoopselementen maar deze hebben ook een grote fout bij weinig elementen; hier stijgt de genormaliseerde waarde wel monotoon naar de exacte oplossing. Wanneer er meer dan 100 elementen gebruikt worden beginnen de schattingen nauwkeurig te worden en komen de waardes in de buurt van de exacte oplossing. Bij het bepalen van de orde van de fout zijn voor vierknoopselementen de laatste zeven berekeningen gebruikt en bij achtknoopselementen de laatste vier. De orde van de fout is respectievelijk gelijk aan 1,93 en 2,32.

3.3.7. Interpretatie
Alle resultaten zijn bij elkaar gezet in twee tabellen. De eerste tabel, tabel 3.9, geeft aan hoe de grafiek convergeert en zegt daarmee of de waarde worden overschat of onderschat. MS staat voor monotoon stijgend wat betekent dat de waarde werd onderschat. MD staat voor monotoon dalend en dat is het geval wanneer de waarde in het begin werd overschat. N staat voor niet monotoon en hier schommelde de waarde. Wanneer de berekening niet monotoon convergeert kan het voorkomen dat wanneer de eerste berekening wordt verwaarloosd er alsnog sprake is van monotoon gedrag. Wanneer dit het geval is, is dit aangegeven met een * en daarachter tussen haakjes is vermeld welke vorm van monotoon gedrag het dan is. In enkele gevallen is er ook sprake van niet monotoon gedrag als gevolg van een kleine overschreiding van de exacte oplossing van tiende procenten. Wanneer deze schommeling rond de exacte oplossing wordt verwaarloosd en er dan alsnog sprake is van monotoon gedrag is dit aangegeven met ** en daarachter wat voor monotoon gedrag er dan plaats vindt.

		U_z	M_y	V_y
2 korte randen scharnierend	Vierknoopselementen	MS	MS	N
	Achtknoopselementen	MS	MS	N**(MD)
4 randen scharnierend	Vierknoopselementen	MS	MS	N
	Achtknoopselementen	MS	MS	N*&** (MS)
2 korte randen ingeklemd	Vierknoopselementen	MS	N	N
	Achtknoopselementen	MS	MS	N*&**(MD)
4 randen ingeklemd	Vierknoopselementen	MS	N*(MD)	N*(MS)
	Achtknoopselementen	MS	MS	MD
Scharnierend en ingeklemd. Ingeklemde kant	Vierknoopselementen	MS	N	N
	Achtknoopselementen	N**(MD)	MD	N**(MD)
Scharnierend en ingeklemd. Scharnierende kant	Vierknoopselementen	MS	MS	N
	Achtknoopselementen	MS	MS	N**(MD)
2 randen naast elkaar ingeklemd	Vierknoopselementen	N*(MS)	N**(MD)	N
	Achtknoopselementen	MD	MD	N**(MS)

Tabel 3.9 – Resultaten vlakke plaat, manier van convergeren

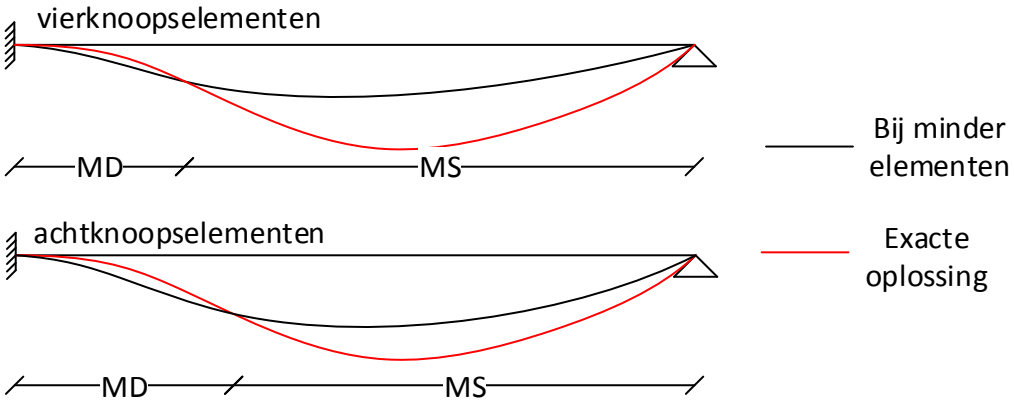
Vervolgens is ook de orde van de fout van alle varianten overzichtelijk bij elkaar gezet in zoals te zien in tabel 3.10. Alle waardes zijn afgerond op hele getallen.

		U_z	M_y	V_y
2 korte randen scharnierend	Vierknoopselementen	2	2	2
	Achtknoopselementen	2	2	2
4 randen scharnierend	Vierknoopselementen	2	2	2
	Achtknoopselementen	2	2	9
2 korte randen ingeklemd	Vierknoopselementen	2	2	2
	Achtknoopselementen	2	2	2
4 randen ingeklemd	Vierknoopselementen	2	2	2
	Achtknoopselementen	2	2	7
Scharnierend en ingeklemd. Ingeklemde kant	Vierknoopselementen	2	2	2
	Achtknoopselementen	3	2	2

Scharnierend en ingeklemd.	Vierknoopselementen	2	2	2
Scharnierende kant	Achtknoopselementen	2	2	1
2 randen naast elkaar ingeklemd	Vierknoopselementen	2	2	2
	Achtknoopselementen	2	2	2

Tabel 3.10 – Resultaten vlakke plaat, orde van de fout

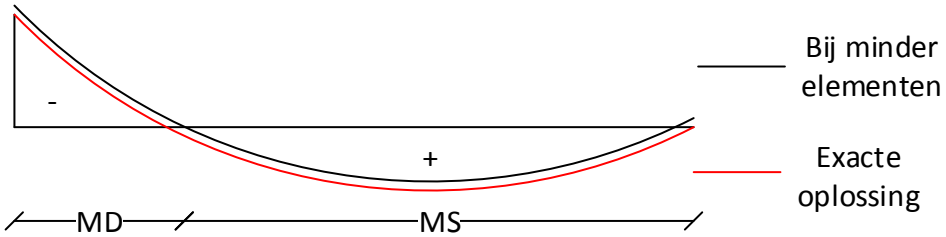
De verplaatsing, U_z, convergeert in de meeste gevallen monotoon stijgend, hier zijn echter drie uitzonderingen. In het geval van twee randen naast elkaar ingeklemd zijn vierknoopselementen niet monotoon maar wanneer de eerste berekening wordt verwaarloosd is ook hier monotoon stijgend gedrag te zien. Daarnaast convergeert ook de variant met één kant ingeklemd en één kant scharnierend opgelegd, aan de ingeklemde kant met achtknoopselementen, niet monotoon. Dit is het gevolg van een minuscule onderschatting terwijl alle andere berekeningen de oplossing overschatten. Anders zou hier sprake zijn van monotoon dalend gedrag. Bij deze variant is als enige ook sprake van een andere orde van de fout, namelijk 3 in plaats van 2 zoals bij alle andere varianten. Bij de laatste uitzondering is ook sprake van monotoon dalend gedrag, dit is het geval bij achtknoopselementen en twee randen naast elkaar ingeklemd. Wanneer er een inklemming wordt gebruikt is er naast de rand sprake van monotoon dalend gedrag; op een gegeven moment is er een omslagpunt waarbij het monotoon dalende gedrag omslaat in monotoon stijgend gedrag. Dit omslagpunt verschilt bij vierknoopselementen en achtknoopselementen. Dit is te zien in figuur 3.13. Voor twee varianten viel het meetpunt bij achtknoopselementen nog binnen het monotoon dalende gebied, terwijl alle andere meetpunten zich in monotoon stijgend gebied bevinden.



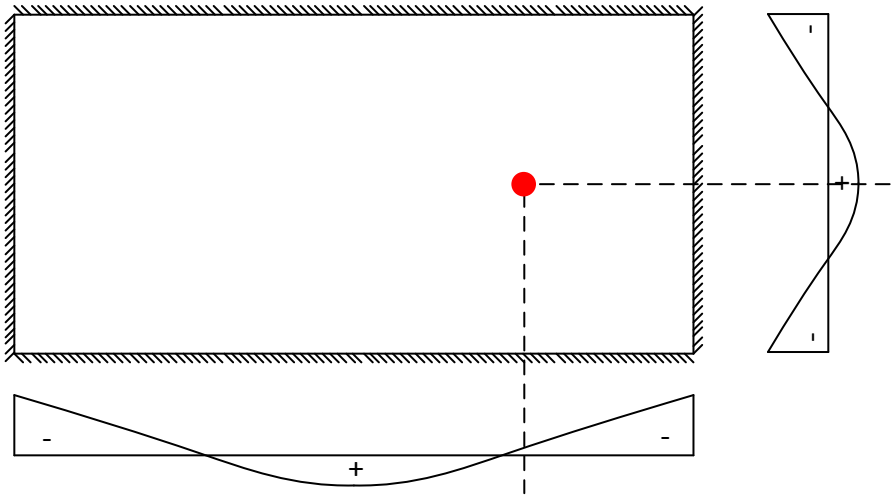
Figuur 3.13 – Verschuiven omslagpunt MD naar MS bij de verplaatsing

Het moment, M_y, convergeert ook in de meeste gevallen monotoon stijgend; ook hier zijn echter uitzonderingen. Een aantal keer is er niet monotoon gedrag, wanneer de eerste berekening wordt verwaarloosd of een kleine fout van een tiende procent wordt verwaarloosd is er wel sprake van monotoon gedrag. Bij de overige twee niet monotone gevallen, beide vierknoopselementen, zou er sprake zijn van hetzelfde gedrag als waar te nemen is bij achtknoopselementen van deze variant als de eerste vier berekeneningen worden verwaarloosd. Als dit allemaal in beschouwing wordt genomen is de situatie dat van iedere variant, op eentje na, de vierknoopselementen en achtknoopselementen hetzelfde gedrag vertonen, monotoon stijgend of monotoon dalend. De uitzondering is wanneer er sprake is van vier randen ingeklemd. Als deze variant even buiten beschouwing wordt gelaten is er een verklaring wanneer er sprake is van monotoon stijgend gedrag en wanneer sprake van monotoon dalend gedrag. Zoals te zien in figuur 3.14, verschuift de momentenlijn omhoog wanneer er minder elementen worden gebruikt. Dit heeft tot gevolg dat in het geval van een positief moment de berekeningen bij minder elementen worden onderschat. Is het moment negatief dan wordt de oplossing bij een berekening met minder elementen overschat. De gekozen locatie waar berekend wordt heeft bij een aantal varianten een positief moment en bij een aantal varianten een negatief moment. Nu is er één uitzondering, namelijk wanneer er vier randen zijn ingeklemd. Hier is bij vierknoopselementen sprake van monotoon dalend gedrag terwijl er bij achtknoopselementen sprake is van monotoon stijgend gedrag. Verklaring hiervoor kan zijn dat wanneer de plaat wordt opgedeeld in twee richtingen de korte richting het meetpunt in het midden heeft met een positef moment tot gevolg. De lange richting heeft het meetpunt op een kwart van de lengte liggen en bevindt zich nog bij een negatief moment

zoals te zien is in figuur 3.15. De combinatie van beide richtingen geeft altijd een positief moment maar doordat vier- en achtknoopselementen verschillend naar de exacte oplossing convergeren wordt het negatieve of het positieve moment dominanter. Dit zorgt voor het verschil dat de ene monotoon stijgend en de andere monotoon dalend convergeert.



Figuur 3.14 – Verschuiven van de momentenlijn



Figuur 3.15 – Momenten bij 4 kanten ingeklemd

De dwarskracht, V_y, convergeert in bijna alle gevallen niet monotoon. Worden kleine afwijkingen van de exacte oplossing verwaarloosd net als de eerst berekening, dan is er voor alle varianten met achtknoopselementen sprake van monotoon gedrag. Wanneer er vier randen zijn opgelegd, het maakt hierbij niet uit of het scharnierend of ingeklemd is, is de orde van de fout veel groter dan in de andere gevallen. Hier convergeert de waarde bij weinig elementen al naar de exacte oplossing, de laatste vier of vijf berekeningen geven hier telkens dezelfde uitkomst. Voor alle andere varianten met achtknoopselementen is er ook sprake dat er bij weinig elementen snel richting de exacte oplossing wordt geconvergeerd, wat op deze locatie een hoge orde van de fout zou geven. Verschil is dat hierna de lijn afvlakt of een slinger omhoog maakt. Het lijkt alsof er in eerste instantie richting een oplossing wordt geconvergeerd en wanneer deze oplossing dicht wordt benaderd wordt de oplossing een klein beetje bijgesteld om vervolgens richting de exacte oplossing te convergeren. Er is één uitzondering waarbij de orde van de fout lager is dan 2, afgerond gelijk aan 1. In dit geval maakt de lijn aan het einde nog een slinger omhoog, deze slinger bestaat uit maar drie berekeningen.

Tussen vier- en achtknoopselementen is bij verplaatsing en moment weinig verschil, ze convergeren meestal op dezelfde manier en de orde van de fout is ook gelijk. Enige verschil is dat de absolute fout van achtknoopselementen voor de verplaatsing in alle gevallen kleiner is en voor het moment in de meeste gevallen. Ook bij de dwarskracht is de absolute fout van achtknoopselementen in de meeste gevallen kleiner. Hier zijn er meer verschillen, vierknoopselementen convergeren niet monotoon terwijl achtknoopselementen wel monotoon convergeren. Achtknoopselementen hebben bij gebruik van weinig elementen een versnelling waardoor de orde van de fout op dit stuk heel groot is; een afzwakking aan het einde zorgt er echter voor dat de orde van de fout in de meeste gevallen hetzelfde is bij vier- en achtknoopselementen. De verschillen tussen de manier van opleggen uiten zich vooral in hoe naar de exacte oplossing wordt geconvergeerd.

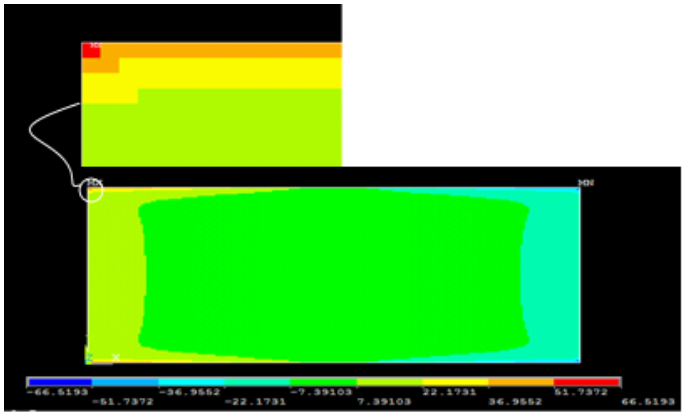
Twee richtingen verfijnen zorgt ervoor dat het aantal elementen kwadratisch toeneemt. Wanneer dit logaritmisch wordt uitgezet is de helling minder stijl, de richtingscoëfficiënt is de helft van wanneer er in één

richting wordt verfijnd, maar bij het bepalen van de orde van de fout moet de richtingscoëfficiënt keer twee worden gedaan wanneer er in twee richtingen wordt verfijnd. Hierdoor komt er uiteindelijk dezelfde waarde uit. Wordt er in twee richtingen verfijnend dan maakt het niet uit of de krachten in één of twee richtingen worden afgedragen.

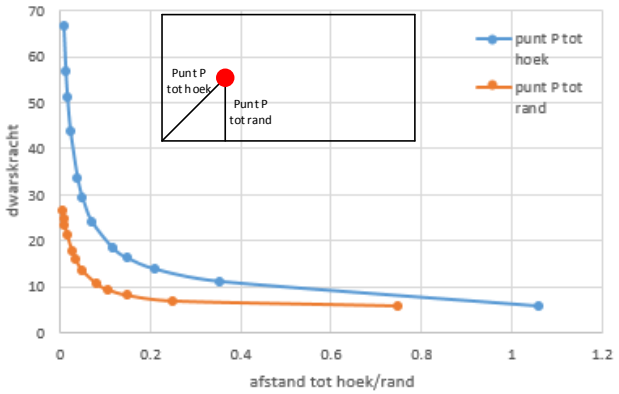
3.4. Rand van een vlakke plaat

De maximale waarde van de dwarskracht in een vlakke plaat is veel groter dan de waarde die in het punt werd gevonden, zoals te zien in tabel 3.4. Deze maximale waarde bevindt zich in de hoekpunten van de plaat. In deze paragraaf gaat onderzocht worden wat er met de dwarskracht gebeurt bij de rand van een vlakke plaat en wat de orde van de fout hier is.

Allereerst is de dwarskracht in de plaat met scharnierende oplegging aan beide korte kanten grafisch weergegeven met een bovenaanzicht zoals te zien in figuur 3.16. Voor dit figuur werden er 31250 elementen gebruikt. Hieruit valt op te maken dat er aan de rand stijging is van de dwarskracht en dat deze extreem is in de hoekpunten. Aan de korte kanten bij de opleggingen is er geen stijging van de dwarskracht. In figuur 3.17 is de dwarskracht uitgezet voor twee trajecten, van het punt tot de hoek en van het punt tot de rand; deze trajecten zijn ook weergegeven. De gebruikte waardes van de maximale dwarskracht komen uit tabel 3.4; hierbij is het aantal elementen omgerekend tot een afstand tot de hoek of rand.



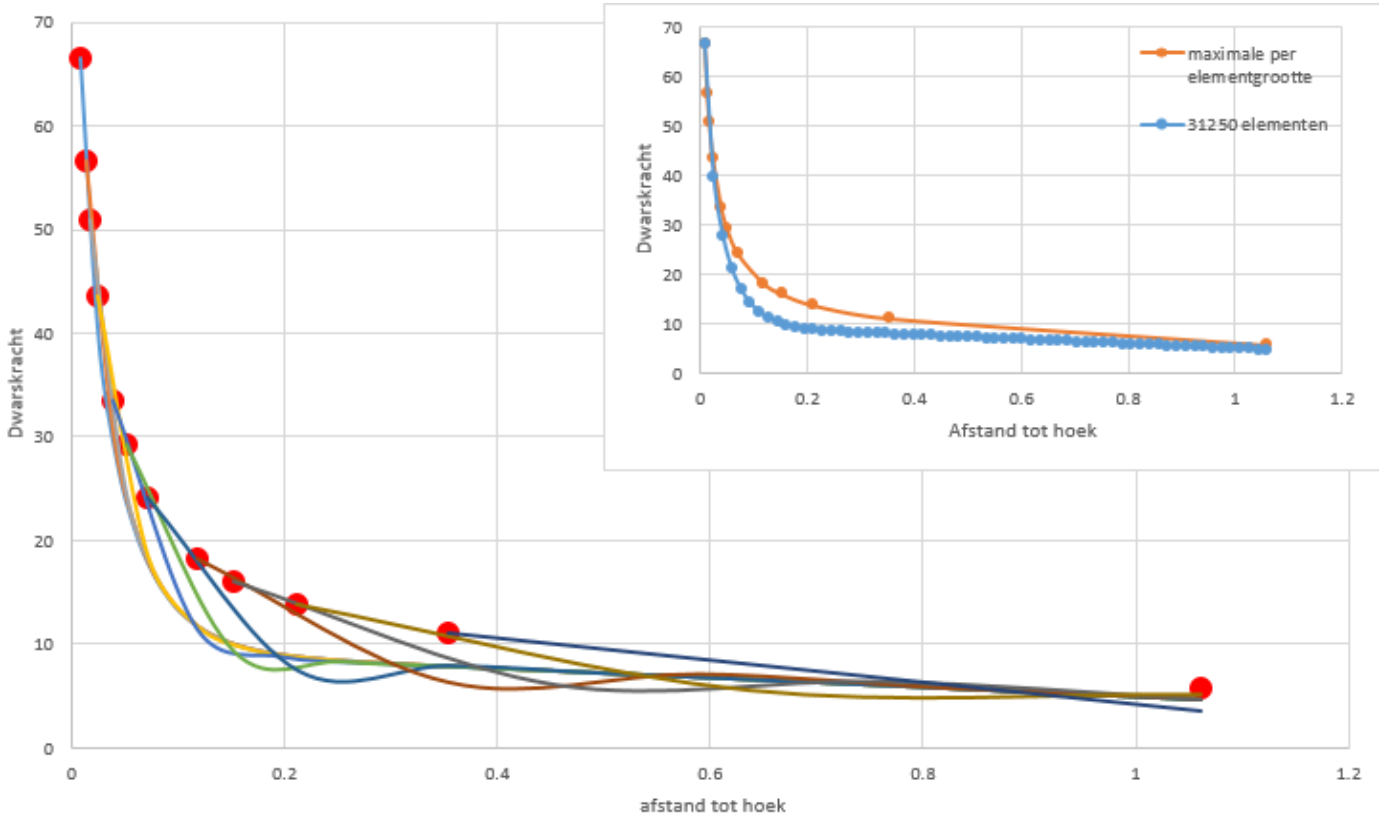
Figuur 3.16 – Bovenaanzicht dwarskracht vlakke plaat



Figuur 3.17 – dwarskracht voor twee trajecten

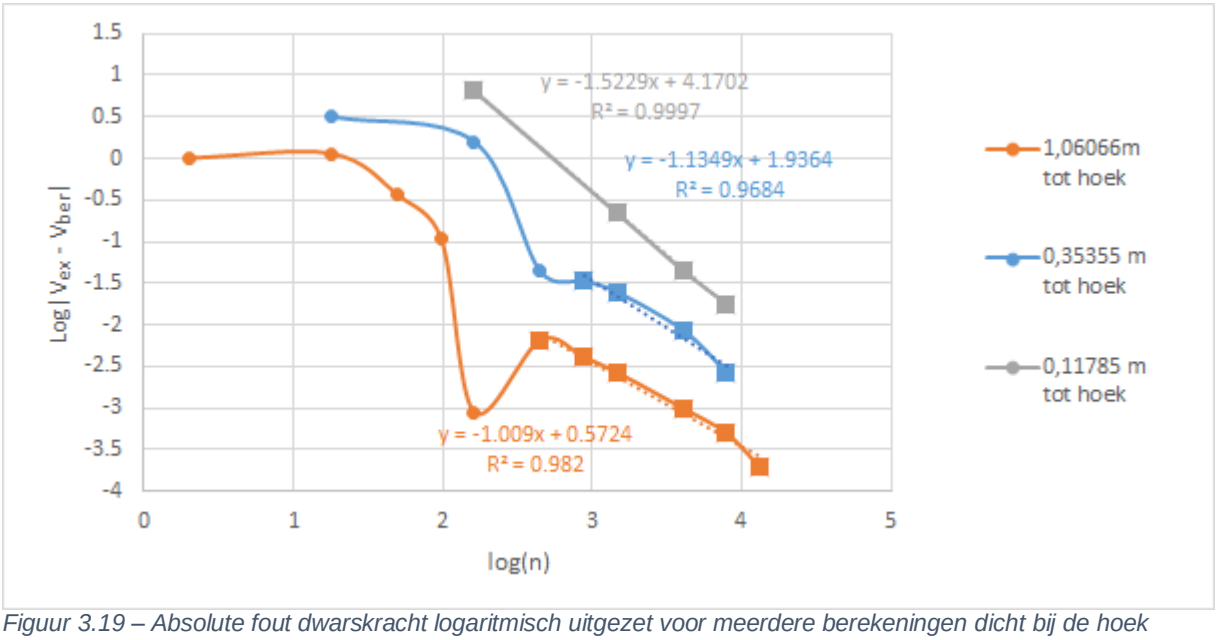
De maximale waarde blijft maar toenemen naarmate er meer elementen worden gebruikt. De vraag is nu of er sprake is van singulariteit, waarbij de waarde naar oneindig loopt, of dat de waarde wel naar een eindige waarde toe loopt en dat de stijging het gevolg is van de verkorte afstand tot de rand doordat de elementen kleiner worden. Door de methode die gebruikt wordt met het meten van de waarde in het midden van de elementen kan er geen meting worden gedaan van de dwarskracht in de rand, alleen heel dicht bij de rand.

Het verschil tussen het traject van punt P tot de hoek en het traject van punt P tot rand is alleen de waarde waar het naartoe gaat. Het traject van punt P tot hoek is opnieuw geanalyseerd om te kijken wat het effect is van het gebruik van meer elementen; hoe meer elementen worden gebruikt hoe meer punten er op het traject liggen. In figuur 3.18 is het traject uitgezet voor meedere elementgroottes. De rode stippen zijn de maximale waardes die voor een elementgrootte werden gevonden in het traject. Wanneer daar een lijn door wordt getrokken geeft dit dezelfde lijn als de blauwe lijn in figuur 3.17. De lijn die gemaakt wordt met de meeste elementen is er nog uitgelicht zodat die duidelijk zichtbaar is; hier is ook de lijn van de rode stippen als referentie bij gezet. Te zien is dat hoe meer elementen worden gebruikt, hoe langer het duurt voor de echte stijging aan de rand begint.



Figuur 3.18 – Dwarskracht, traject van punt P tot hoek voor verschillende elementgroottes

Nu er een aantal metingen met verschillende elementgrootte op dezelfde plaats zijn gedaan, kan hier gekeken worden of er een exacte waarde is waar de waarde naartoe convergeert. In figuur 3.19 is de fout logaritmisch uitgezet voor een afstand van 1,06066m tot de hoek; dit is vanaf het punt P, voor een afstand van 0,35355m tot de hoek en voor 0,11785m tot de hoek. De eerste twee vertonen dezelfde vorm en het is mogelijk om hier de orde te bepalen. Dit is ook gedaan en deze is gelijk aan 2,02 voor het punt en 2,17 voor een afstand van 0,35355 van de hoek. De derde is een rechte lijn. Wanneer de orde van de fout wordt bepaald is die gelijk aan 3,05. Heel dicht bij de rand gaat de waarde van de dwarskracht wel al omhoog maar hier lijkt het nog wel naar een exacte waarde te convergeren omdat er nog meerdere berekeningen op een rechte lijn met elkaar liggen.



Figuur 3.19 – Absolute fout dwarskracht logaritmisch uitgezet voor meerdere berekeningen dicht bij de hoek

De exacte waarde van de orde van de fout in de hoek is helaas niet te bepalen met de gebruikte methode. Wel blijkt dat hoe dichter bij de rand de orde van de fout bepaald wordt, hoe groter deze wordt met een orde van de fout van 3 op een afstand van 0,11785m tot de hoek. Op korte afstanden van de hoek lijkt het er ook op dat er naar een exacte oplossing worden geconvergeerd maar wat er exact in de hoek bevindt is niet duidelijk. De grootste dwarskracht die gemeten is 66,519 N/mm. De dikte van de plaat is 100mm waardoor de maximale spanning gelijk is aan 0,66519 N/mm^2. Dit is veel lager dan de maximale vloeigrens van S235 staal, dus de spanningen brengen het staal ook absoluut niet in de problemen. In vervolg onderzoek zou het wel interessant zijn om verder onderzoek te doen naar de dwarskracht aan de rand van een plaat.

Ook voor de andere eigenschappen, de verplaatsing en het moment is onderzocht of de orde van de fout stijgt aan de rand. Op dezelfde afstanden van de hoek als voor de dwarskracht is gekeken of er sprake is van een stijging. In tabel 3.11 zijn de resultaten bij elkaar gezet, hier zijn ook nog een keer de resultaten van de dwarskracht bij gezet. De grafieken voor de verplaatsing en het moment zijn te zien in figuur B1.18 en figuur B1.19 in bijlage 1.7.

	U_z	M_y	V_y
1,06066m tot hoek	2	2	2
0,35355m tot hoek	2	2	2
0,11785m tot hoek	2	2	3

Tabel 3.11 – Vlakke plaat, orde van de fout steeds dichter bij de rand

Waar er voor de dwarskracht een stijging van de orde van de fout te zien is, is dit voor de verplaatsing en het moment niet te zien. Ook stijgen deze waarde niet wanneer ze dicht bij de rand komen.

4 Vergelijking Ansys en SCIA

In dit hoofdstuk zal een vergelijking gemaakt worden met SCIA. Eindige elementen programma's kunnen verschillende methodes hebben hoe de oplossingen worden bepaald. Afhankelijk van die methode is er ook een verschil mogelijk in resultaat. Ansys is een eindige elementen programma dat niet specifiek ontworpen is voor het berekenen van krachten in constructies. Het is bijvoorbeeld ook mogelijk om vloeistofstromen te berekenen. SCIA is een eindige elementen programma dat wel voor constructies is ontworpen.

Met behulp van de resultaten die E.M.J Vicca heeft berekend met SCIA gaat een vergelijking gemaakt worden. Het is niet mogelijk om exact dezelfde berekening te doen. Het script dat gebruikt wordt kan alleen maar hele elementen invoeren, terwijl in SCIA ook gebruik is gemaakt van halve elementen. Daarnaast zijn er in SCIA meer elementen gebruikt dan mogelijk is met de studentenversie van Ansys. De metingen in SCIA zijn steeds in een knoop op dezelfde plaats verricht; door de methode die gebruikt wordt met elementen is een meting op steeds exact die plaats niet mogelijk. Om toch een vergelijking te doen gaat dezelfde vlakke plaat in Ansys worden geconstrueerd als E.M.J Vicca in SCIA heeft geconstrueerd. Hier zullen dan voor verschillende elementgroottes de verplaatsing, moment en dwarskracht worden bepaald om dit vervolgens uit te zetten in grafieken. Door in deze grafieken ook de gegevens van E.M.J Vicca uit te zetten kan gekeken worden of er verschillen zijn in de absolute fout of de orde van de fout.

De plaat die E.M.J Vicca gebruikt heeft, heeft de afmetingen 2x3m. De materiaaleigenschappen zijn die van S235 staal. Vervolgens is er een variatie aangebracht in de dikte van de plaat. De varianten die zijn berekend hebben een dikte van 5mm, 10mm en 100mm. Voor oplegging is altijd gebruik gemaakt van een scharnierende oplegging. In Ansys kan er ook nog gekozen worden welk type element wordt gebruikt. Om te vergelijken welk element het beste overeen komt met SCIA zijn vierknoopelementen en achtknoopelementen gebruikt.

Door de verandering in de afmetingen en het behoud van het aantal elementen in lengte en breedte richting verandert de vorm van de elementen. Daardoor verandert de vergelijking van de elementen. Waar de grootte van de elementen tot nu toe altijd h^2 was is dat hierna gelijk aan $4/3h^2$ als gevolg van de veranderde breedte/lengte verhouding. Dit geeft uiteindelijk de vergelijking log(fout) = - ½*α*log(4/3*n) + log(C'). Nu kan er weer opgesplitst worden tot log(fout) = - ½*α*log(4/3) - ½*α*log(n) + log(C'). De log van een getal is een constante dus uiteindelijk wordt de vergelijking log(fout) = - ½*α*log(n) + log(C''). De verhouding maakt dus niet uit voor de orde van de fout, alleen de constante verandert.

In de grafieken waar de absolute fout logaritmisch is uitgezet is in dit hoofdstuk ook een drie procent fout toegevoegd. Hiermee wordt zichtbaar gemaakt welk van de twee programma's het snelst accuraat is. Vanwege het feit dat er verschillen zitten tussen de locatie waar gemeten is, zijn de waardes die gemeten worden met de programma's ook verschillend en moeten er voor beide programma's eigen drie procent fout lijnen worden toegevoegd. Wanneer in deze grafieken een berekening is meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout is dit punt vierkant gemaakt en wanneer de berekening niet is meegenomen is de berekening als een cirkel weergegeven.

4.1. Vlakke plaat, dikte 100mm

De resultaten voor een vlakke plaat met een dikte van 100mm en vierknoopselementen is te zien in tabel 4.1. Voor achtknoopselementen zijn de resultaten te zien in tabel 4.2 en de resultaten vanuit SCIA zijn weergegeven in tabel 4.3.

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,13894	4302,6	5,7368
18	-0,28442	6108,2	3,8805
50	-0,30051	6264,8	5,2815
98	-0,30505	6308	4,8039
162	-0,30695	6325	4,9376
450	-0,30885	6340,8	4,9171

882	-0,30941	6344,5	4,9184
1458	-0,30964	6345,8	4,9188
4050	-0,30988	6346,8	4,919
7938	-0,30995	6347,1	4,9189
13122	-0,30998	6347,2	4,9189
31250	-0,31001	6347,2	4,9189

Tabel 4.1 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, Ansys, vierknoopselementen

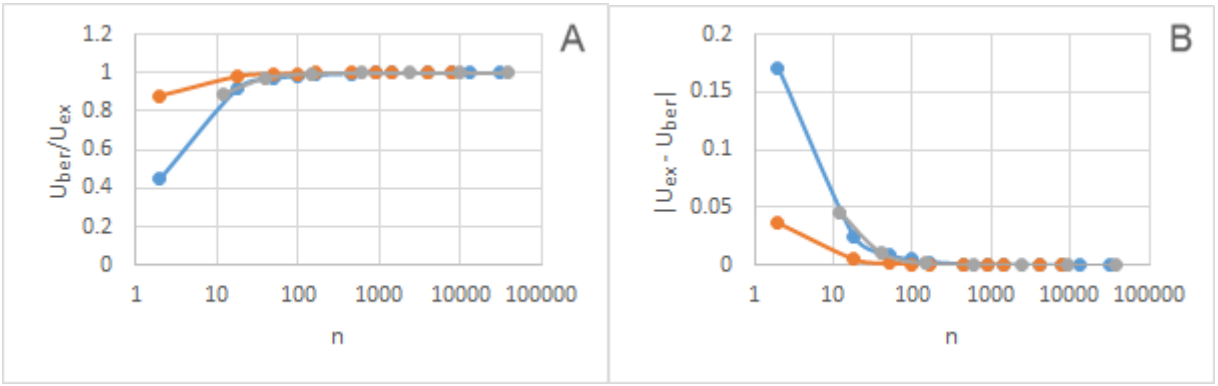
n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,27335	5736,8	5,7368
18	-0,30444	6276,5	5,7672
50	-0,30794	6321,8	5,3668
98	-0,30896	6334,6	5,0116
162	-0,30938	6339,8	4,9261
450	-0,30979	6344,6	4,9185
882	-0,30991	6345,9	4,9187
1458	-0,30995	6346,5	4,9187
4050	-0,31	6347	4,9188
7938	-0,31001	6347,1	4,9189

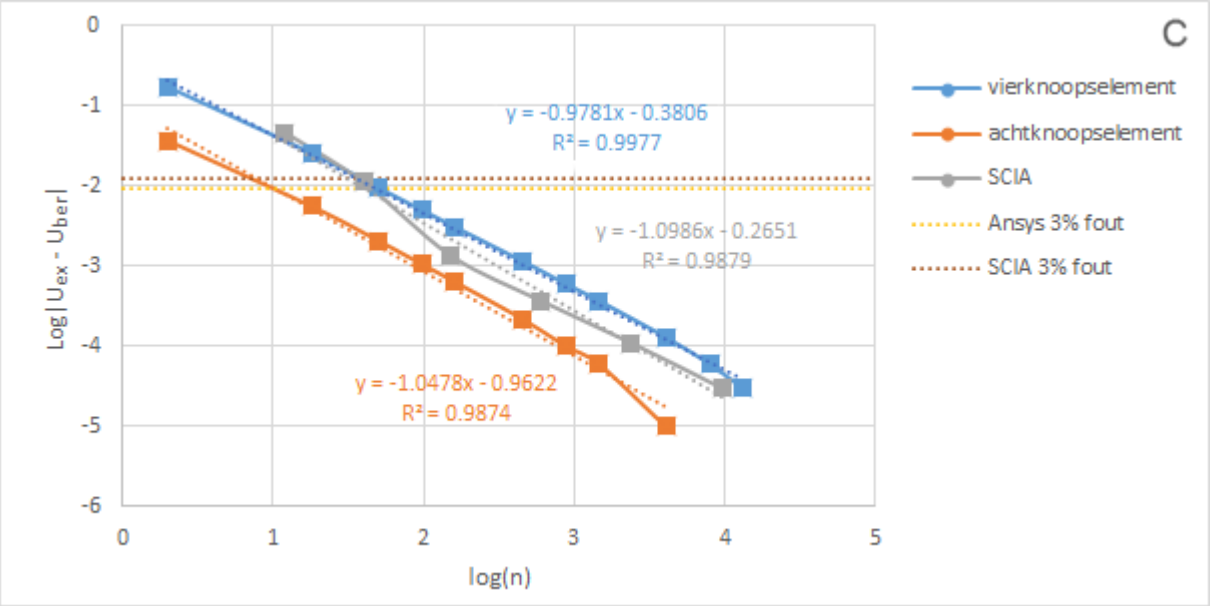
Tabel 4.2 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, Ansys, achtknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
12	-0,3726	7711,75	1,51701
40	-0,40781	8103,74	1,95368
150	-0,4175	8206,39	2,00782
600	-0,4185	8204,52	2,01118
2400	-0,41876	8203,69	2,01102
9600	-0,41884	8203,41	2,011
38400	-0,41887	8203,34	2,01102

Tabel 4.3 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, SCIA

Verplaatsing

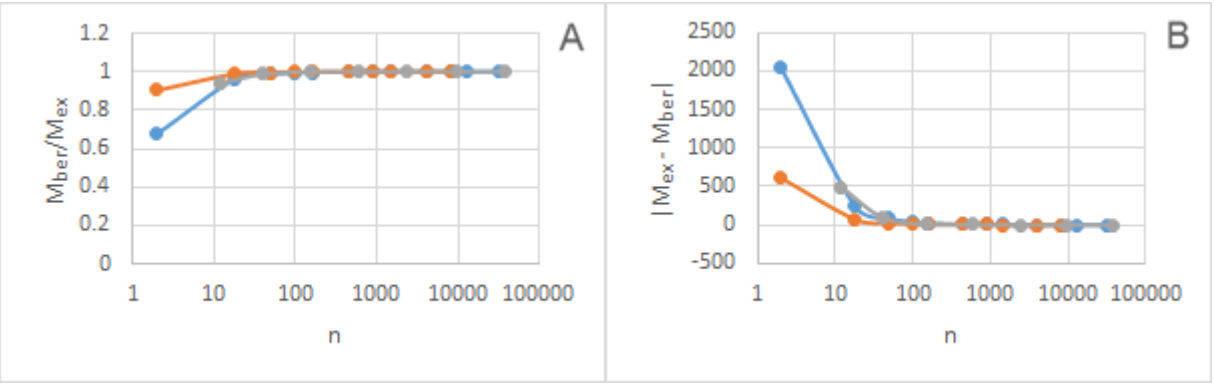


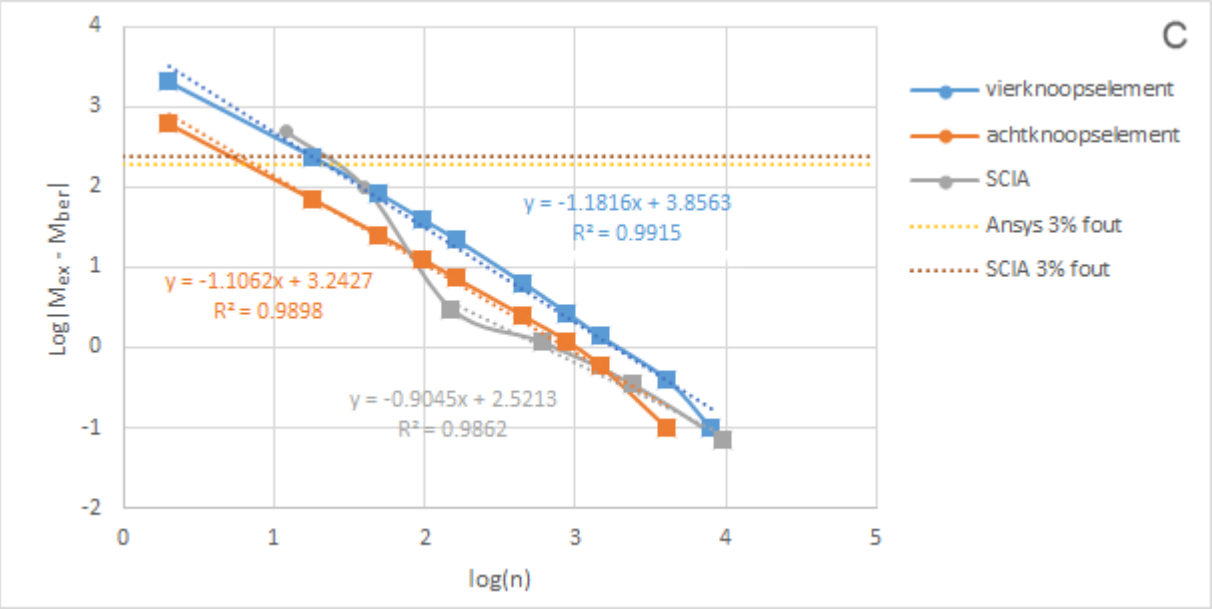


Figuur 4.1 – Verplaatsing, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Ansys en SCIA onderschatten in eerste instantie de exacte oplossing. De lijnen van de absolute fout van vierknoopselementen en van SCIA lopen redelijk gelijk aan elkaar, vooral in het begin. Achtknoopselementen hebben een kleinere absolute fout wanneer dezelfde aantal elementen worden gebruikt en convergeert daarmee sneller naar de exacte oplossing en zit als eerste binnen de drie procent van de absolute fout. De orde van de fout ligt voor alle drie de metingen dicht bij elkaar. In SCIA is de orde van de fout gelijk aan 2,20. Voor vierknoopselementen is de orde van de fout 1,96 en voor achtknoopselementen is de orde van de fout 2,10.

Moment

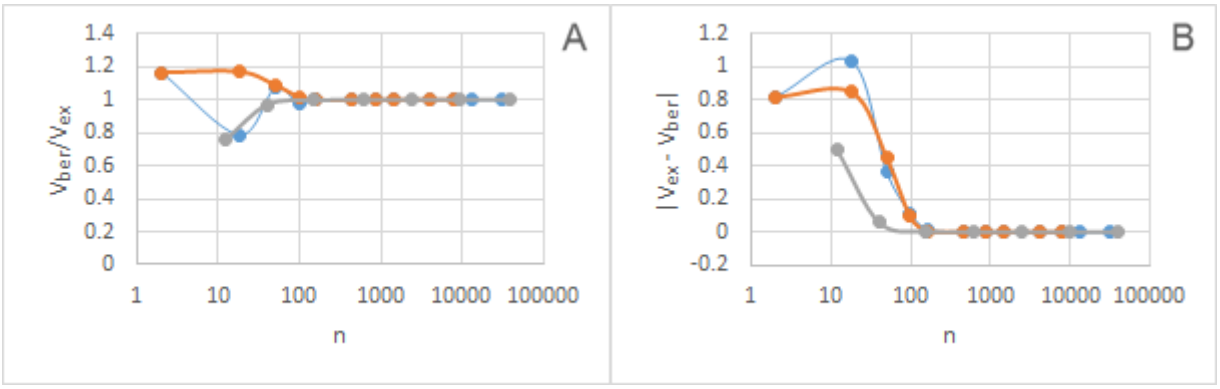


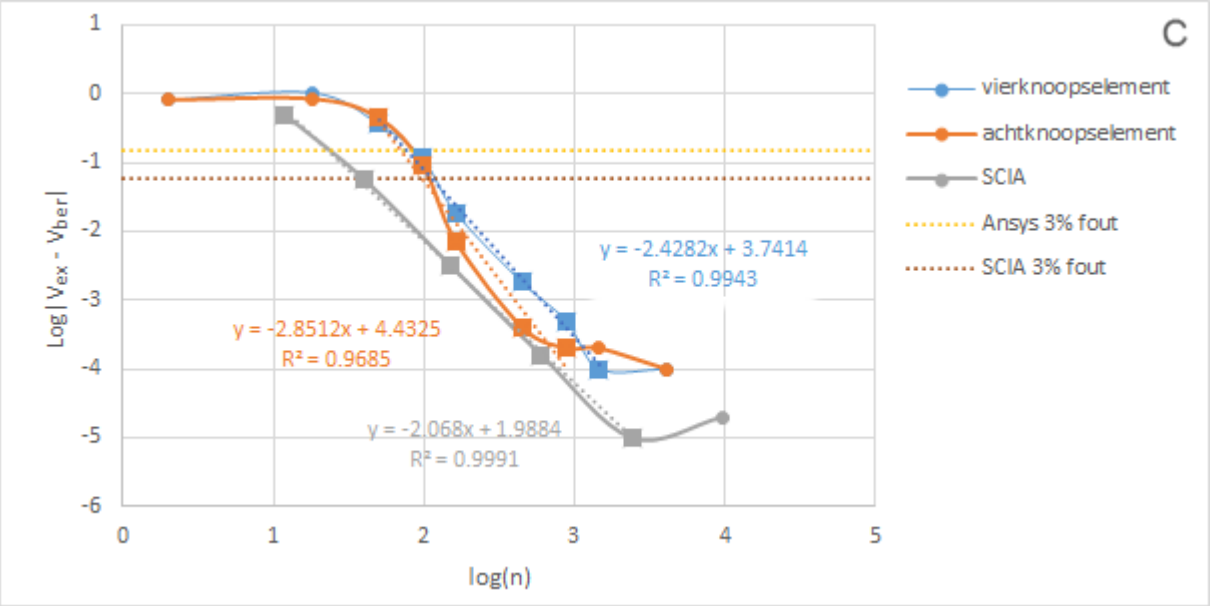


Figuur 4.2 – Moment, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Ook voor het moment convergeert Ansys monotoon stijgend.De berekende waardes uit SCIA lijken ook monotoon te stijgen maar overschrijden de exacte oplossing met minder dan een tiende procent. Wanneer dit wordt verwaarloosd is er ook sprake van een monotone stijging maar wordt er heel precies gekeken dan is het niet monotoon. Tot de berekening met veertig elementen is de absolute fout bij vierknoopselementen en SCIA ongeveer even groot. Achtknoopselementen hebben op dat moment een betere nauwkeurigheid. Daarna maakt de lijn van SCIA een sprong waardoor de nauwkeurigheid groter wordt dan die van vierknoopselementen en ook achtknoopselementen tijdelijk passeert. Bij gebruik van veel elementen halen achtknoopselementen SCIA weer in. Waar bij SCIA een selectie van punten is genomen voor het bepalen van de orde van de fout is dit niet nodig voor vier- en achtknoopselementen. Voor SCIA is de orde van de fout 1,81, voor vierknoopselementen is de orde van de fout 2,36 en voor achtknoopselementen is de orde van de fout 2,21.

Dwarskracht





Figuur 4.3 – Dwarskracht, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

De gegevens van Ansys schommelen in het begin waardoor de genormaliseerde grafiek niet monotoon gedrag weergeeft. Bij SCIA is dit niet het geval, hier stijgen de waardes monotoon richting de exacte oplossing. Bij de absolute fout volgen vier- en achtknoopselementen ongeveer dezelfde waarden maar SCIA heeft duidelijk een kleinere absolute fout en zit daarmee als eerste binnen de drie procent van de absolute fout. Als de fout logaritmisch wordt uitgezet is er voor SCIA een bijna rechte lijn te zien als de laatste berekening wordt weggelaten; dit geeft dan een orde van de fout gelijk aan 4,14. Voor vier- en achtknoopselementen is hetzelfde gedrag zichtbaar aan het einde van de gegevens; de lijn volgt hier niet meer het rechte pad maar wijkt af en gaat meer horizontaal lopen. Dit is het geval wanneer de exacte oplossing al heel dicht is benaderd. De lijnen van vierknoopselementen en achtknoopselementen dalen wel stijler en hebben daardoor een orde van de fout gelijk aan respectievelijk 4,86 en 5,70.

4.2. Vlakke plaat, dikte 10mm

De resultaten en de grafieken van de vergelijking tussen Ansys en SCIA voor een vlakke plaat met een dikte van 10mm zijn te zien in bijlage 2.1.

Verplaatsing

Achtknoopselementen convergeren het snelste naar de exacte oplossing, vierknoopselementen en SCIA hebben, zeker in het begin, ongeveer dezelfde waarde. Allemaal doen ze dit monotoon stijgend. Ook de absolute fout is voor vierknoopselementen en SCIA ongeveer hetzelfde bij iedere elementgrootte. In de logaritmische grafiek is weer een kleine bocht zichtbaar voor SCIA, maar klein genoeg om nog een correlatie over te houden van 0,986. De orde van de fout is voor SCIA gelijk aan 2,17. Voor vierknoopselementen is de orde van de fout 1,97 en voor achtknoopselementen is het 2,09.

Moment

Net als voor een plaat van 100mm dik convergeren de berekende waardes uit Ansys monotoon stijgend en overschrijden de waardes uit SCIA de exacte oplossing met minder dan een tiende procent waardoor er een niet monotone functie ontstaat terzij dit wordt verwaarloosd. Wanneer er weinig elementen worden gebruikt komen vierknoopselementen het beste overeen met SCIA. Komt het aantal elementen echt boven de veertig dan komt de absolute fout in SCIA niet meer overeen met waarden uit Ansys. Dit is ook te zien in de logaritmische grafiek. In begin lopen SCIA en vierknoopselementen bijna over elkaar heen maar na veertig elementen zakt SCIA onder de waardes uit Ansys door om vervolgens hieraan parallel te lopen. De achtknoopselementen bevinden zich nog wel als eerste binnen de drie procent van de absolute fout. De orde van de fout is in SCIA met een waarde van 1,85 iets kleiner dan voor vierknoopselementen en achtknoopselementen, welke een waarde hebben van respectievelijk 2,25 en 2,25.

Dwarskracht
Vier- en achtknoopselementen schommelen niet monotoon richting de exacte oplossing. De berekening uit SCIA gaat wel direct richting de exacte oplossing en heeft daardoor een monotoon stijgend beeld. De absolute fout in SCIA is het kleinst, gevolgd door de vierknoopselementen. Voor achtknoopselementen zijn er veel elementen nodig om in de buurt van de exacte oplossing te komen, bij weinig elementen blijft de berekening ver verwijderd van de exacte oplossing. Logaritmisch is dit ook te zien doordat de lijn van achtknoopselementen in het begin niet omlaag gaat maar opzij schommelt. Wanneer er dan wel richting de exacte oplossing wordt geconvergeerd gaat dit heel snel waardoor de orde van de fout groot is. In SCIA is de orde van de fout gelijk aan 1,99. 3,16 is de orde van de fout voor vierknoopselementen en 6,04 is de orde van de fout voor achtknoopselementen.

4.3. Vlakke plaat, dikte 5mm
Bijlage 2.2 toont de resultaten voor de vergelijking tussen Ansys en SCIA voor een vlakke plaat met een dikte van 5mm. Ook de grafieken die gemaakt zijn met de resultaten zijn in Bijlage 2.2 te zien.

Verplaatsing
Bij de doorbuiging van 5mm is hetzelfde waarneembaar als bij 10mm en 100mm dikte; allemaal convergeren ze monotoon stijgend richting de exacte oplossing. Bij minder dan veertig elementen is de absolute fout van vierknoopselementen en SCIA ongeveer gelijk. Bij meer elementen wordt de absolute fout van SCIA kleiner dan van vierknoopselementen maar nog steeds liggen ze dicht bij elkaar. Achtknoopselementen hebben altijd een kleinere absolute fout. De orde van de fout voor SCIA is gelijk aan 2,32. Voor vierknoopselementen is dit gelijk aan 2,01 en voor achtknoopselementen is dit 2,01.

Moment
In Ansys convergeert het moment monotoon stijgend naar de exacte oplossing. In SCIA wordt de uitkomst in het begin ook onderschat maar stijgt net iets over de exacte waarde heen om daarna alsnog naar de exacte oplossing te gaan. Deze kleine overschatting zorgt voor een niet monotoon verloop tenzij de overschatting wordt verwaarloosd. Bij weinig elementen, minder dan veertig is de absolute fout in SCIA gelijk aan die van vierknoopselementen. Met meer dan veertig elementen wordt SCIA beter dan vierknoopselementen en ook beter dan de achtknoopselementen. In de logaritmische figuur is dit duidelijk te zien doordat de lijn van SCIA de lijnen van Ansys kruist. De orde van de fout is daarna uit te lezen en is gelijk aan 1,81 voor SCIA. Voor vierknoopselementen is dit 2,16 en voor achtknoopselementen is dit 2,18.

Dwarskracht
Voor de gegevens uit Ansys zijn er weer trillingen te zien in het begin, voor de gegevens uit SCIA is dit niet het geval. Hierdoor heeft Ansys een niet monotoon verloop, hierbij maakt het niet uit welk type element wordt gebruikt, en SCIA een monotoon stijgend verloop. De absolute fout van SCIA is ook het kleinst tot ongeveer vierhonderd elementen, daarna hebben vierknoopselementen de kleinste absolute fout. Is de absolute fout logaritmisch uitgezet dan is voor SCIA te zien dat de orde van de fout gelijk aan 2,27. Voor de gegevens uit Ansys is geen rechte lijn gezien. Voor vierknoopselementen wordt de orde van de fout bepaald op alle gegevens behalve het eerste meetpunt; dit geeft een orde van de fout van 3,22. Voor achtknoopselementen zijn alleen de laatste drie meetpunten meegenomen voor de orde van de fout en deze is hier gelijk aan 8,24.

4.4. Interpretatie
De resultaten van de berekeningen in Ansys en SCIA zijn hieronder weergegeven in tabel 4.4 en tabel 4.5 voor platen van verschillende dikte. MS staat in de tabellen voor monotoon stijgend en N staat voor niet monotoon. Wanneer er ** achter de N zijn geplaatst betekent dit dat er sprake is van een monotoon stijgende vorm, mits een kleine overschatting van minder dan een tiende procent wordt verwaarloosd.

		U_z	M_y	V_y
100mm dikte	SCIA	MS	N**$^{(MS)}$	MS
	Vierknoopselementen	MS	MS	N
	Achtknoopselementen	MS	MS	N
10mm dikte	SCIA	MS	N**$^{(MS)}$	MS
	Vierknoopselementen	MS	MS	N

	Achtknoopselementen	MS	MS	N
5mm dikte	SCIA	MS	N**(MS)	MS
	Vierknoopselementen	MS	MS	N
	Achtknoopselementen	MS	MS	N

Tabel 4.4 – Resultaten vergelijking tussen Ansys en SCIA, manier van convergeren

		U_z	M_y	V_y
100mm dikte	SCIA	2	2	4
	Vierknoopselementen	2	2	5
	Achtknoopselementen	2	2	6
10mm dikte	SCIA	2	2	2
	Vierknoopselementen	2	2	3
	Achtknoopselementen	2	2	6
5mm dikte	SCIA	2	2	2
	Vierknoopselementen	2	2	3
	Achtknoopselementen	2	2	8

Tabel 4.5 – Resultaten vergelijking tussen Ansys en SCIA, orde van de fout

De verplaatsing, U_z, convergeert in alle gevallen monotoon stijgend met een orde van de fout gelijk aan 2. De absolute fout van achtknoopselementen is het kleinst. Tot veertig elementen is de absolute fout van vierknoopselementen en SCIA ongeveer gelijk, daarna is SCIA een fractie beter.

Het moment, M_y, convergeert in Ansys altijd monotoon stijgend en ook hier is de orde van de fout gelijk aan 2. In SCIA wordt de exacte oplossing ongeveer halverwege met minder dan een tiende procent overschat. Dit geldt voor alle plaat diktes. Wordt deze kleine overschatting verwaarloosd dan is ook hier sprake van monotoon stijgend gedrag. De absolute fout van achtknoopselementen is, bij weinig elementen, het beste en dit type bevindt zich dan ook als eerste binnen de drie procent van de absolute fout. Vanaf veertig elementen maakt SCIA echter een sprong waardoor dit opeens de kleinste absolute fout heeft. Bij 10mm en 100mm dikte komt de absolute fout uiteindelijk toch weer op gelijke hoogte als de vierknoopselementen, bij 5mm is dit nog niet het geval, mogelijk zou dit gebeuren bij meer elementen.

De dwarskracht, V_y, convergeert in Ansys niet monotoon terwijl die in SCIA wel monotoon convergeert. Hoe dunner de plaat, hoe dichter de absolute fout van vierknoopselementen bij die van SCIA komt. In een enkel geval is die van vierknoopselementen zelfs even beter dan die van SCIA maar in de meeste gevallen heeft SCIA de kleinste absolute fout. Achtknoopselementen hebben, op een enkele berekening na bij een dikte van 100mm, de grootste absolute fout. Hoe dunner de plaat is, hoe meer elementen nodig zijn voordat achtknoopselementen richting de exacte oplossing beginnen te convergeren. Wanneer ze steeds later beginnen zorgt dit wel voor een steeds grotere orde van de fout. De orde van de fout van vierknoopselementen is kleiner dan die van achtknoopselementen maar nog altijd wel groter dan die van SCIA.

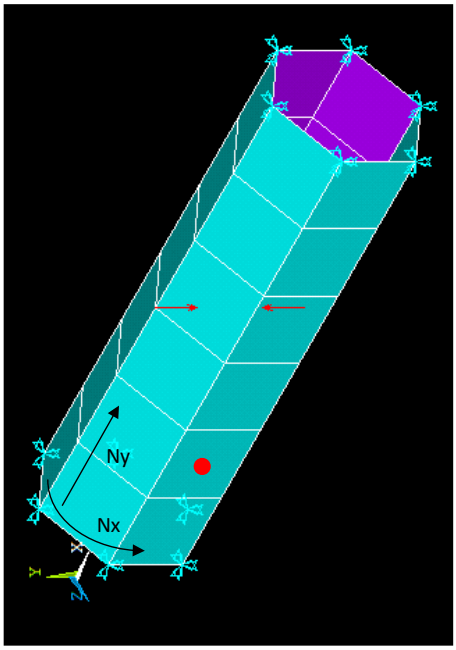
Het type element dat het beste te vergelijken is met SCIA zijn de vierknoopselementen. Deze zit bij alle berekende waardes meer in de buurt van SCIA dan achtknoopselementen.

5 Cilinder

Het onderzoek dat tot nu toe gedaan is heeft betrekking gehad op een vlakke plaat. In een vlakke plaat bevinden zich geen normaalkrachten en omdat dit ook interessant is om te onderzoeken zal in dit hoofdstuk onderzoek worden gedaan naar de nauwkeurigheid van een cilinder in Ansys. Er zullen verschillende varianten van een cilinder worden onderzocht die verschillen in type oplegging en type element.

5.1. Model en elementgroottes

De cilinder die gebruikt wordt voor het onderzoek heeft een lengte van 2 meter. De straal van de cilinder is zo gekozen dat de elementen vierkant van vorm zijn wanneer er in de lengte richting evenveel elementen worden gebruikt als het aantal elementen per ring. Dat betekent dat de straal gelijk is aan 0,31831 meter. De elementen hebben een dikte van 10 milimeter. De cilinder is net als de vlakke plaat vervaardigd uit S235 staal met de daarbij behorende eigenschappen. De cilinder wordt belast door twee puntlasten die een drukkracht van 10 kN uitoefenen op de buitenkant van de cilinder. Deze puntlasten, in Ansys weergegeven als een trekkracht aan de binnenkant van de cilinder, bevinden zich halverwege de cilinder recht tegenover elkaar zoals te zien in figuur 5.1.



Figuur 5.1 – Cilinder met locatie voor berekeningen

Er zullen drie verschillende opleggingen met elkaar vergeleken worden. Bij de eerste variant zijn beide randen van de buis scharnierend opgelegd. De tweede variant heeft inklemmingen als oplegging. De laatste variant heeft aan de ene kant een roloplegging, ofterwijl een vrijheidsgraad in de lengte richting, waardoor het voor de cilinder mogelijk is om in de lengte richting te bewegen. Aan de andere kant zit een scharnierende oplegging. De varianten zullen vervaardigd worden uit shell181 en shell281 ofterwijl in vierknoopselementen en achtknoopselementen.

Tabel 5.1 geeft de elementgroottes weer die gebruikt zijn. Deze zijn zo gekozen dat er altijd een knoop op de locatie zit waar de puntlasten zich bevinden; dit is nodig om daar de puntlast te kunnen plaatsen. Het midden van een element zit steeds op een kwart van de lengte om steeds op dezelfde locatie de krachtverdeling en verplaatsing te kunnen berekenen, deze locatie is ook aangegeven met een rode stip in figuur 5.1. Op deze vaste locatie zullen naast de verplaatsing de volgende krachten worden berekend: de ringkracht N_x, de membraankracht N_y, het moment M_y en de dwarskracht V_y. De exacte oplossing die nodig is om de orde van de fout te bepalen wordt berekend. Aangenomen wordt dat voor vierknoopselementen 26244 elementen de exacte oplossing berekenen. Voor achtknoopselementen worden 8100 elementen gebruikt om de exacte oplossing te bepalen. De logaritmische absolute fout grafieken die zijn gebruikt voor het bepalen van de orde

van de fout hebben een vierkant voor een berekening die is meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout en een cirkel wanneer de berekening niet is meegenomen.

Elementgroottes	Elementen ring/lengte	Aantal elementen	Knopen bij vierknoopselementen	Knopen bij achtknoopselementen
2,0944 m	6x6	36	42	120
1,2566 m	10x10	100	110	320
0,8976 m	14x14	196	210	616
0,6981 m	18x18	324	342	1008
0,4189 m	30x30	900	930	2760
0,2992 m	42x42	1764	1806	5376
0,2327 m	54x54	2916	2970	8856
0,1396 m	90x90	8100	8190	24480
0,0997 m	126x126	15876	16002	-
0,0776 m	162x162	26244	26406	-

Tabel 5.1 – Elementverdeling cilinder

5.2. Cilinder, scharnierend opgelegd

De eerste variant van de cilinder die is onderzocht is wordt aan beide kanten scharnierend opgelegd. Deze cilinder is uitgevoerd in vier- en achtknoopselementen. De resultaten zijn te zien in tabel 5.2 en tabel 5.3.

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
36	0,039355	-0,65875	-2,0004	-23,113	-0,40329
100	0,046354	-4,8801	4,7815	-22,867	-0,79568
196	0,045253	-0,6971	10,472	-14,925	-0,37414
324	0,042741	0,14322	11,27	-7,2368	-0,2061
900	0,039411	0,85619	10,411	-3,7333	0,03306
1764	0,038481	1,0342	10,106	-3,0971	0,073644
2916	0,038098	1,0795	9,9796	-2,8891	0,092802
8100	0,037717	1,1149	9,8512	-2,6953	0,11554
15876	0,037607	1,1226	9,8104	-2,6387	0,12234
26244	0,037562	1,1255	9,7929	-2,6151	0,12463

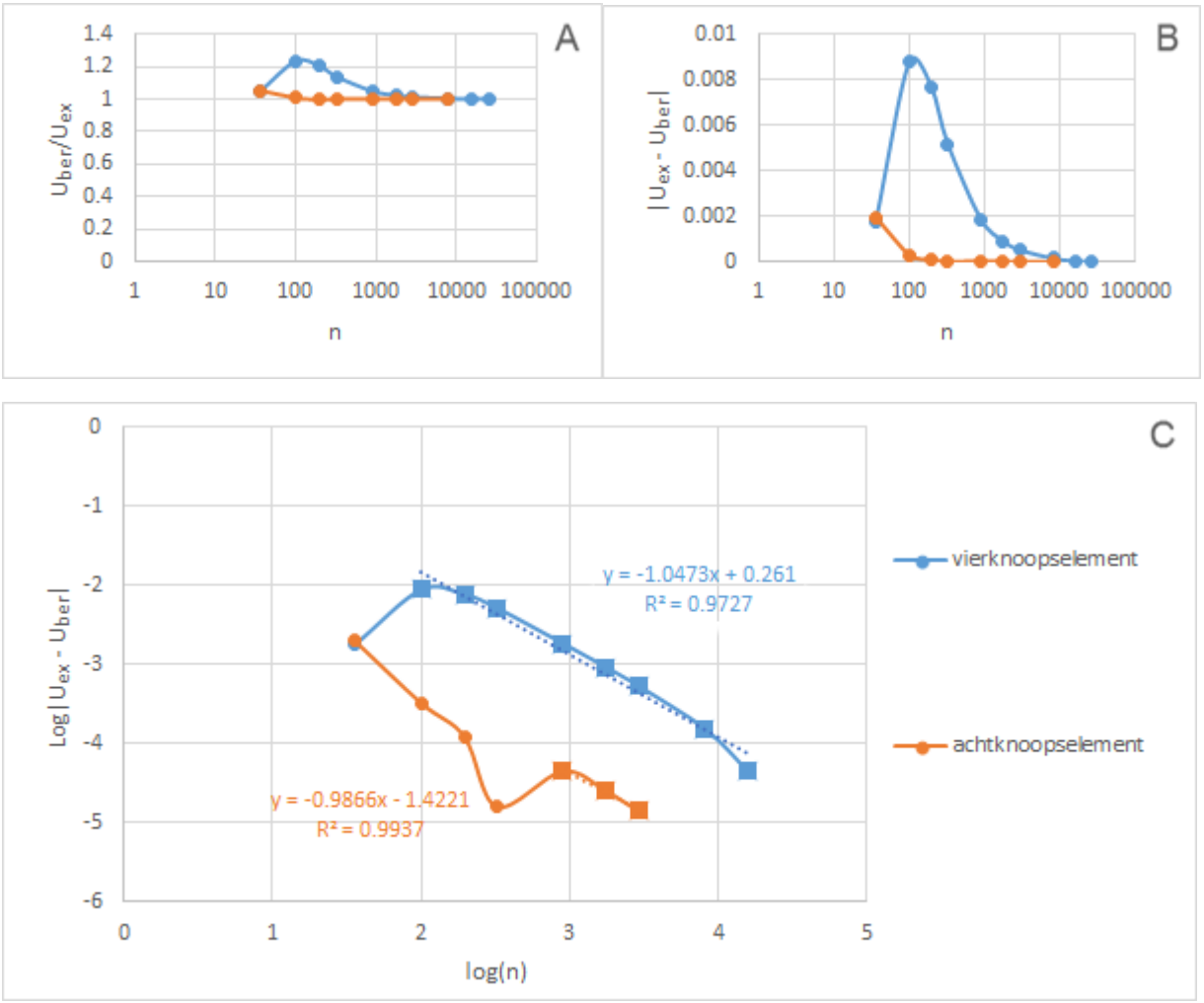
Tabel 5.2 – Cilinder, scharnierend opgelegd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
36	0,039511	-4,779	4,5044	3,866	0,13472
100	0,037865	1,0697	7,6181	-0,24115	0,24612
196	0,037417	0,94068	8,3825	-2,2532	0,1204
324	0,037555	0,98011	8,9214	-2,5161	0,1474
900	0,037584	1,0608	9,4788	-2,8829	0,12403
1764	0,037564	1,0777	9,62	-2,8742	0,12282
2916	0,037553	1,085	9,6784	-2,864	0,12246
8100	0,037539	1,0924	9,7359	-2,8506	0,1223

Tabel 5.3 – Cilinder, scharnierend opgelegd, achtknoopselementen

Verplaatsing

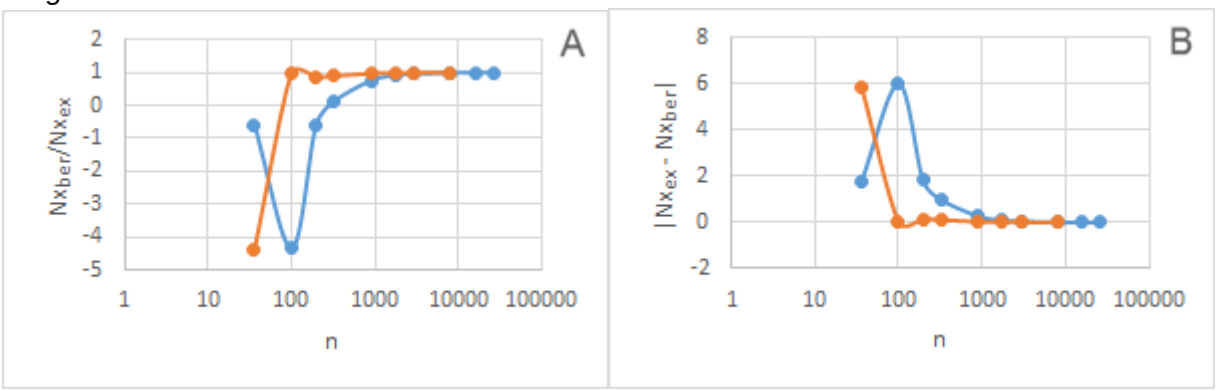
Ook voor de cilinder zijn weer grafieken gemaakt aan de hand van de resultaten. De grafieken voor de verplaatsingen van deze variant zijn zichtbaar in figuur 5.2.

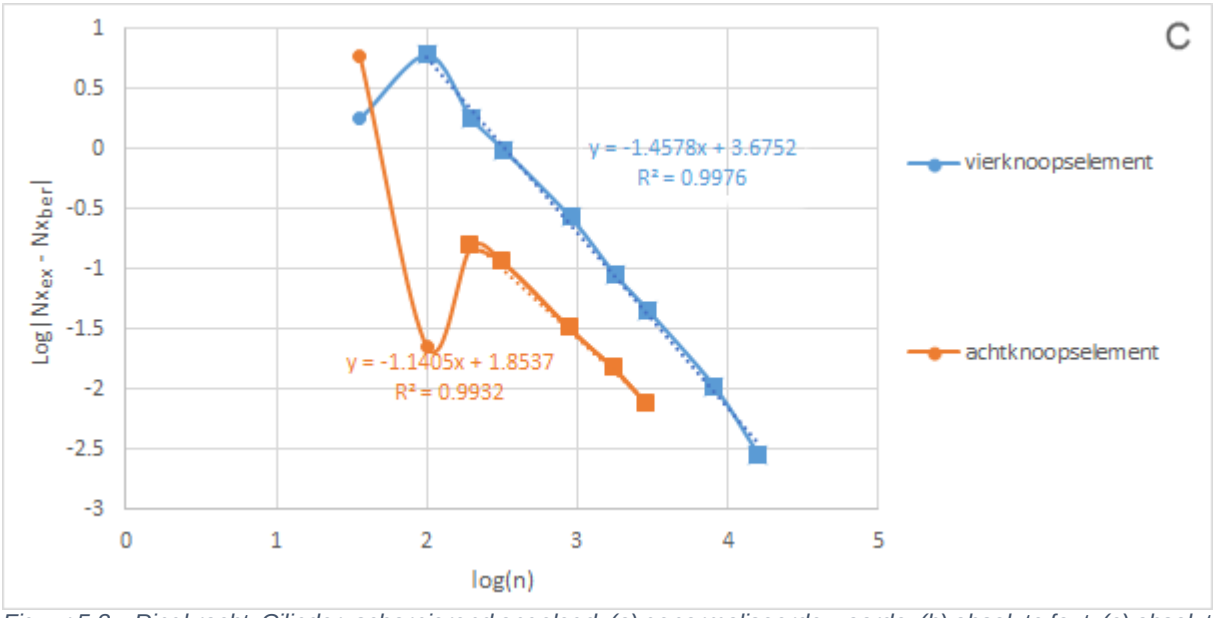


Figuur 5.2 – Verplaatsing, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

De eerste berekening voor de verplaatsing met vier- en achtknoopelementen overschat de exacte oplossing met ongeveer vijf procent. Voor vierknoopselementen neemt daarna de overschatting toe om twee berekeningen verder alsnog richting de exacte oplossing te gaan. De berekening met de achtknoopselementen gaat wel direct richting de exacte waarde om vervolgens rond de exacte waarde op en neer te schommelen. Beide vertonen hierdoor een niet monotoon verloop. Om de orde van de fout te bepalen worden voor de vierknoopselementen alle berekeningen meegenomen behalve de eerste. De orde van de fout is 2,09. Bij de achtknoopselementen worden alleen de laatste drie berekeningen meegenomen vanwege een knik die ervoor in de lijn zit; de orde van de fout is hier 1,97.

Ringkracht

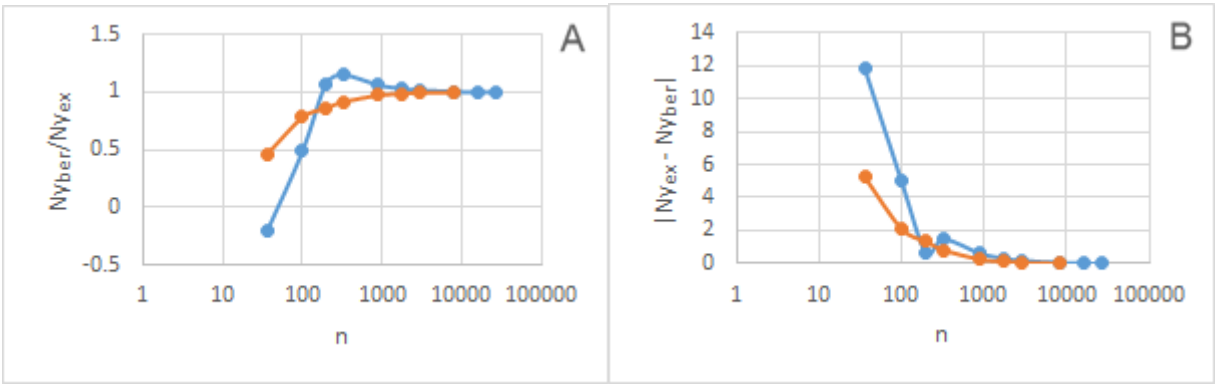


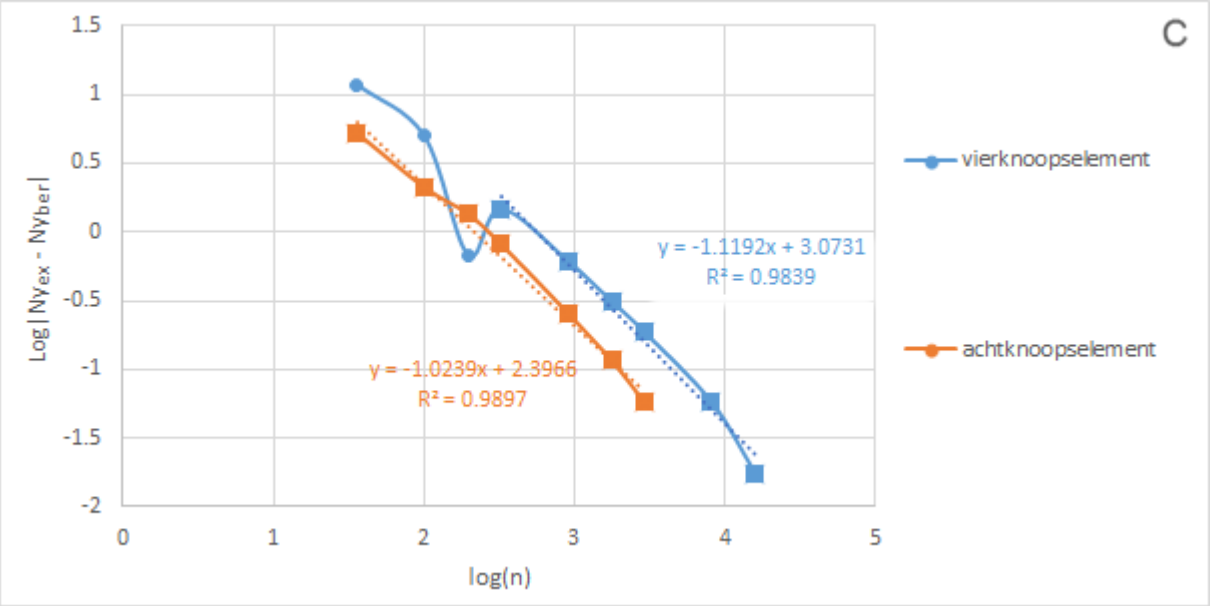


Figuur 5.3 – Ringkracht, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Vierknoopselementen onderschatten in het begin de exacte oplossing; de tweede berekening doet dit nog erger dan de eerste. Na de tweede berekening loopt de oplossing richting de exacte oplosing. Bij achtknoopselementen is de eerste berekening een grote onderschatting maar de tweede berekening komt wel in de buurt van de exacte oplossing. Hierna neemt de fout weer iets toe om daarna wel richting de exacte oplossing te gaan. Ook deze zijn beide niet monotoon. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 2,92; hierbij is de eerste berekening niet meegenomen. Bij achtknoopselementen zijn de eerste twee berekeningen niet meegenomen en is de orde van de fout gelijk aan 2,28.

Membraankracht

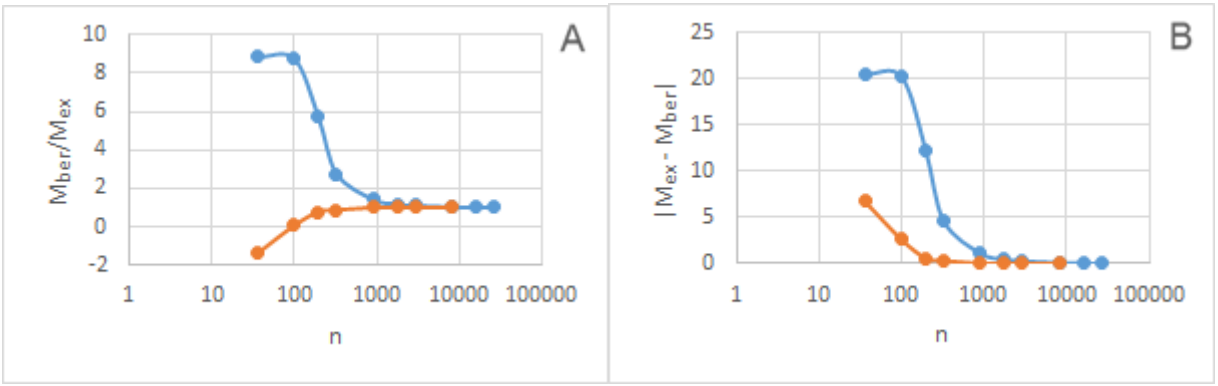


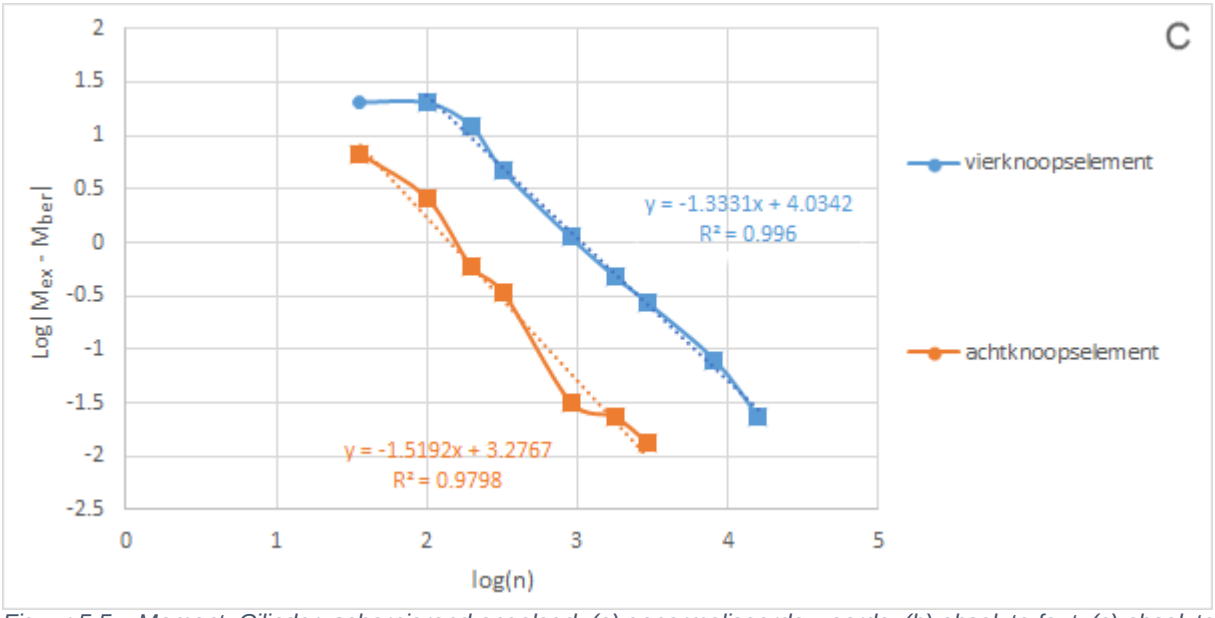


Figuur 5.4 – Membraankracht, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

In het begin onderschatten vierknoopselementen de exacte oplossing om het vanaf de derde berekening te overschatten. Na een piek bij de vierde berekening loopt de oplossing daarna richting de exacte oplossing; de lijn heeft een niet monotoon beeld. Achtknoopselementen onderschatten de exacte oplossing om daarna monotoon stijgend richting de exacte oplossing te gaan. Voor vierknoopselementen zijn de eerste drie berekeningen weggelaten voor het bepalen van de orde van de fout en deze is gelijk aan 2,23. Bij achtknoopselementen zijn wel alle berekeningen meegenomen en hier is de orde van de fout gelijk aan 2,05.

Moment

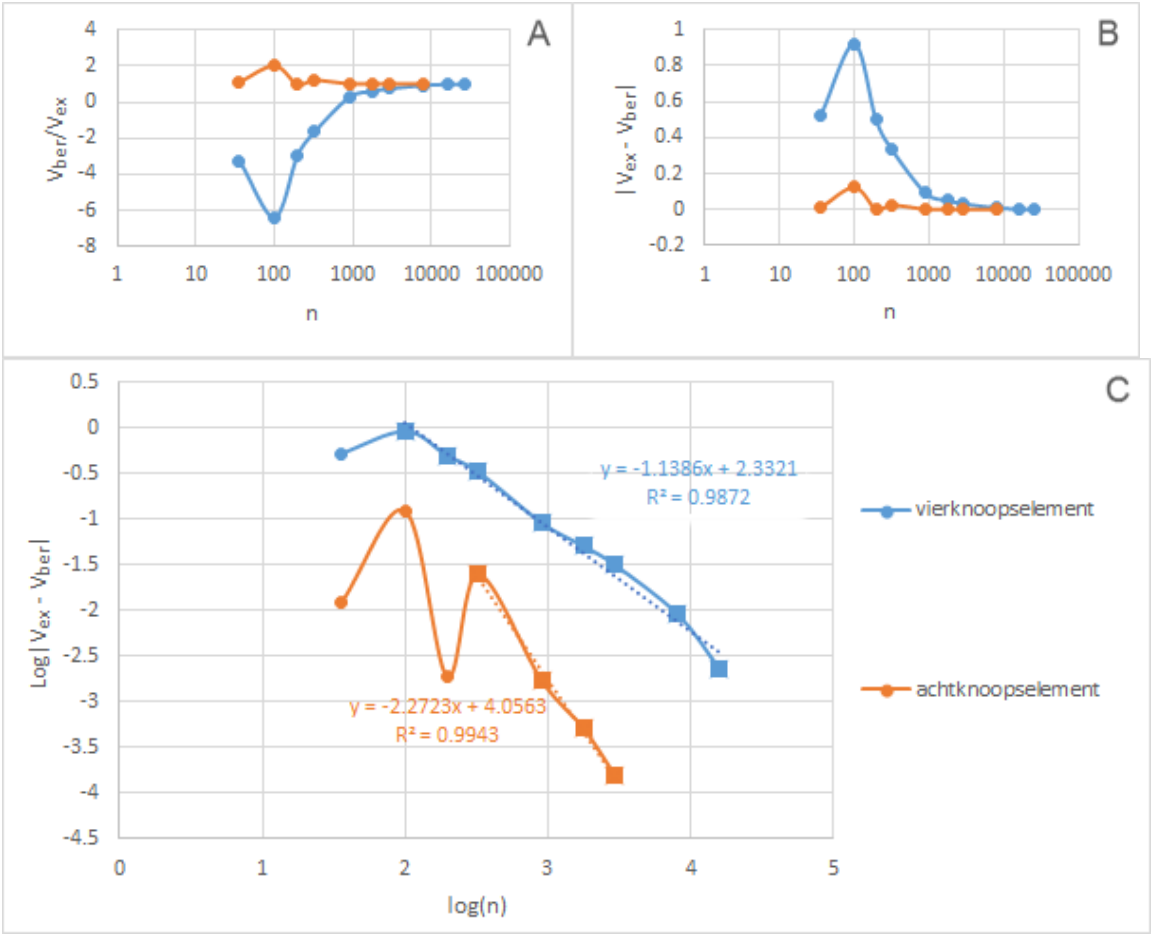




Figuur 5.5 – Moment, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Vierknoopselementen overschatten de exacte oplossing. In het begin is deze overschatting heel extreem om daarna snel richting de exacte oplossing te gaan. Hierbij is een monotoon dalende lijn zichtbaar. Wanneer de absolute fout logaritmisch wordt uitgezet is de orde van de fout gelijk aan 2,67. Achtknoopselementen hebben een kleinere absolute fout dan vierknoopselementen; verschil is wel dat hier in het begin een onderschatting wordt gemaakt van de oplossing. De laatste drie berekeningen zijn echter weer overschattingen waardoor het verloop niet monotoon is. De orde van de fout is voor achtknoopselementen gelijk aan 3,04.

Dwarskracht



Figuur 5.6 – Dwarskracht, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Voor de dwarskracht vertonen vier- en achtknoopselementen beide niet monotoon gedrag. Vierknoopselementen onderschatten altijd de exacte oplossing terwijl achtknoopselementen meestal een overschatting maken van de exacte oplossing. De absolute fout van vierknoopselementen is groter dan voor achtknoopselementen. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 2,28. Voor achtknoopselementen zijn de eerste drie berekeningen niet meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout die gelijk is aan 4,54.

5.3. Cilinder, ingeklemd

De tweede variant van de cilinder die onderzocht is heeft beide kanten ingeklemd. De resultaten van deze variant zijn te zien in bijlage 3.1. De grafieken die gemaakt zijn met deze resultaten zijn ook te vinden in bijlage 3.1.

Verplaatsing

De eerste berekening voor de verplaatsing met vierknoopselementen is direct vrij nauwkeurig. De tweede berekening waarbij meer elementen worden gebruikt is minder nauwkeurig, daarna wordt de oplossingen wel weer nauwkeuriger bij meer elementen maar het duurt nog wel even voordat de oplossing nauwkeuriger is dan de eerste berekening. De eerste berekening van de verplaatsing met achtknoopselementen is minder nauwkeurig dan met vierknoopselementen, maar daarna worden achtknoopselementen wel nauwkeuriger om vervolgens rond de exacte oplossing heen en weer te schommelen. Beide vertonen dus niet monotoon gedrag. De orde van de fout is voor vierknoopselementen, waar een paar berekeningen zijn weggelaten bij het bepalen van de orde van de fout, gelijk aan 2,09. Ook bij achtknoopselementen zijn er een aantal berekeningen niet meegenomen om de orde van de fout te bepalen; hier is de orde van de fout gelijk aan 2,02.

Ringkracht

Vierknoopselementen onderschatten altijd de exacte oplossing. In het begin wordt de onderschatting erger maar naarmate er meer elementen worden gebruikt wordt de oplossing nauwkeuriger. Bij achtknoopselementen is de eerste berekening een heel eind van de exacte oplossing verwijderd en is de absolute fout groter dan voor vierknoopselementen maar daarna is de oplossing vrij nauwkeurig; nauwkeuriger dan voor vierknoopselementen, met overschattingen en onderschattingen. Beide hebben dus een niet monotoon verloop. De orde van de fout is 2,91 voor vierknoopselementen en 2,35 voor achtknoopselementen.

Membraankracht

Vierknoopselementen onderschatten de exacte oplossing in het begin om door te gaan tot er een kleine overschatting is, daarna wordt er alsnog richting de exacte oplossing gegaan. Achtknoopselementen hebben een monotoon stijgend beeld, dit komt doordat de berekeningen de exacte oplossing onderschatten. Bij vierknoopselementen worden de eerste drie berekeningen niet meegenomen om de orde van de fout te bepalen, zodat een uitschieter niet wordt meegenomen; de orde van de fout is gelijk aan 2,22. Voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,08.

Moment

De berekeningen voor het moment worden bij vierknoopselementen overschat. Na de eerste twee berekeningen is er een piek weg van de exacte oplossing. Vanaf deze piek loopt de oplossing wel richting de exacte oplossing. Door de piek is er een niet monotoon beeld. Voor achtknoopselementen is er een ander beeld te zien waarbij de exacte oplossing in het begin wordt onderschat; wanneer er meer elementen worden gebruikt is er een kleine overschatting. Bij een gelijk aantal elementen zijn achtknoopselementen nauwkeuriger dan vierknoopselementen. De orde van de fout is voor respectievelijk vier- en achtknoopselementen gelijk aan 2,83 en 3,06.

Dwarskracht

Bij de berekening voor de dwarskracht is voor vier- en achtknoopselementen de tweede berekening met 100 elementen een uitschieter.Opvallend is dat de ene een positieve en de andere een negatieve uitschieter heeft. Na de uitschieter lopen beide lijnen wel richting de exacte oplossing. Voor beide is de vorm van de lijn niet monotoon. De absolute fout van vierknoopselementen is altijd iets groter dan die van

achtknoopselementen. Voor het bepalen van de orde van de fout zijn voor vier- en achtknoopselementen de berekeningen in het begin neit meegenomen. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 2,31 en voor achtknoopselementen gelijk aan 4,58.

5.4. Cilinder, roloplegging

De volgende variant van de cilinder die onderzocht is heeft een roloplegging aan de ene kant waardoor het mogelijk is om in de lengte richting van de cilinder te verplaatsen maar in de andere twee richtingen is een verplaatsing niet mogelijk. Een hoekverdraaiing is in alle richtingen mogelijk. De andere kant is scharnierend opgelegd. De resultaten en ook de grafieken voor deze variant zijn te vinden in bijlage 3.2.

Verplaatsing

Bij vierknoopelementen is de eerste berekening een onderschatting om vanaf berekening twee te overschatten. Vanaf berekening twee daalt de oplossing steeds dichter tot de exacte oplossing. Achtknoopselementen onderschatten de exacte oplossing en wanneer er meer elementen worden gebruikt voor de berekening komt de oplossing steeds dichter bij de exacte oplossing. Hier is dus sprake van een monotoon stijgende lijn. Achtknoopselementen zijn nauwkeuriger dan vierknoopselementen. Voor beide type elementen zijn de eerst twee berekeningen weggelaten bij het berekenen van de orde van de fout. Daarna is de orde van de fout bij vierknoopselementen gelijk aan 2,26 en bij achtknoopselementen gelijk aan 2,66.

Ringkracht

Hoewel de eerste berekening voor vierknoopselementen nog een overschatting is volgen daarna alleen maar onderschattingen. Hoe meer elementen worden gebruikt hoe kleiner de onderschatting wordt ten opzichte van de exacte oplossing. Achtknoopselementen beginnen met een flinke onderschatting. Hier is de absolute fout voor achtknoopselementen groter dan voor vierknoopselementen maar in het vervolg is dit omgedraaid. De tweede berekening is meer accuraat en de berekeningen die daar op volgen zijn meestal nauwkeuriger maar in een enkel geval minder nauwkeurig dan de vorige berekening. Beide vertonen een niet monotoon verloop. Voor vierknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,90 en voor achtknoopselementen is dit gelijk aan 2,24.

Membraankracht

De berekeningen die met weinig elementen zijn gemaakt voor vierknoopselementen onderschatten de exacte oplossing. Halverwege de berekeningen is er een overschatting te zien welke daarna steeds kleiner wordt. Vanaf dit moment wordt de exacte oplossing steeds beter wordt benaderd. Dat er een onderschatting en overschatting is zorgt ervoor dat er een niet monotoon verloop is van de lijn. Voor achtknoopselementen is er ook een onderschatting te zien in het begin en hoe meer elementen gebruikt worden, hoe kleine deze onderschatting wordt. Er is dus sprake van een monotoon stijgend beeld. In de grafiek waar de absolute fout logaritmisch is uitgezet is een duidelijke uitschieter te zien voor de vierknoopselementen. Dit is het gevolg van een berekening die heel dicht bij de exacte oplossing zit. De orde van de fout is bepaald voor de berekeningen die erna zitten en is gelijk aan 2,20. Voor achtknoopselementen zijn wel alle berekeningen meegenomen en hier is de orde gelijk aan 2,05.

Moment

Voor vierknoopselementen is er een monotoon dalend beeld zichtbaar; alle berekeningen overschatten de exacte oplossing, echter hoe meer elementen worden gebruikt hoe kleiner deze overschatting wordt. De orde van de fout is hier gelijk aan 2,71. De absolute fout van vierknoopselementen is groter dan voor achtknoopselementen. Achtknoopselementen onderschatten de exacte oplossing bij weinig elementen. De laatste paar berekeningen overschatten de exacte oplossing een klein beetje, hierdoor is de vorm van de grafiek niet monotoon. De orde van de fout is gelijk aan 3,31.

Dwarskracht

Bij vierknoopelementen wordt de tweede berekening meer onderschat dan de eerste. Na de tweede berekening stijgt de oplossing richting de exacte oplossing. Wanneer de eerste berekening niet wordt meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout is dit gelijk aan 2,25. Bij achtknoopselementen schommelt de oplossing op en neer rond de exacte oplossing; hoe meer elementen worden gebruikt hoe kleiner de afwijking. Als gevolg van de schommeling zijn er in de logaritmische grafiek met de absolute fout

ook schommelingen te zien en worden alleen de laatste vier berekeningen meegenomen voor het bepalen van de orde van de fout die gelijk is aan 4,44. Naast de orde van de fout die groter is voor achtknoopselementen is de absolute fout kleiner.

5.5. Interpretatie

De resultaten van de verschillende varianten van de cilinder zijn bij elkaar gezet in twee tabellen. Tabel 5.4 geeft aan hoe naar de exacte oplossing wordt geconvergeerd en tabel 5.5 geeft de afgeronde orde van de fout weer. In de eerste tabel betekent een N niet monotoon, MS monotoon stijgend en MD monotoon dalend. Wanneer er achter een N een * is geplaatst betekent dit dat wanneer de eerste of de eerste twee berekeningen niet worden meegenomen bij het bepalen hoe naar de exacte oplossing wordt geconvergeerd er monotoon stijgend of monotoon dalend gedrag zichtbaar is. Van welk gedrag er dan sprake is, is daarna tussen haakjes aangegeven. Zijn er ** achter een N geplaatst dan betekent dit dat er sprake is monotoon stijgend of monotoon dalend gedrag wanneer kleine schommelingen van één procent of minder rond de exacte oplossing worden verwaarloosd.

		U_z	N_x	N_y	M_y	V_y
Scharnierend opgelegd	Vierknoopselementen	$N^{*(MD)}$	$N^{*(MS)}$	N	MD	$N^{*(MS)}$
	Achtknoopselementen	$N^{**(MD)}$	$N^{*(MS)}$	MS	$N^{**(MS)}$	N
Ingeklemd	Vierknoopselementen	$N^{*(MD)}$	$N^{*(MS)}$	N	$N^{*(MD)}$	$N^{*(MS)}$
	Achtknoopselementen	$N^{**(MD)}$	$N^{*(MS)}$	MS	$N^{**(MS)}$	N
Roloplegging	Vierknoopselementen	$N^{*(MD)}$	$N^{*(MS)}$	N	MD	$N^{*(MS)}$
	Achtknoopselementen	MS	$N^{*(MS)}$	MS	$N^{**(MS)}$	N

Tabel 5.4 – Resultaten cilinder, manier van convergeren

		U_z	N_x	N_y	M_y	V_y
Scharnierend opgelegd	Vierknoopselementen	2	3	2	3	2
	Achtknoopselementen	2	2	2	3	5
Ingeklemd	Vierknoopselementen	2	3	2	3	2
	Achtknoopselementen	2	2	2	3	5
Roloplegging	Vierknoopselementen	2	3	2	3	2
	Achtknoopselementen	3	2	2	3	4

Tabel 5.5 – Resultaten cilinder, orde van de fout

De verplaatsing, U_z, convergeert in de meeste gevallen niet monotoon, alleen bij gebruik van een roloplegging convergeert de waarde monotoon stijgend. Ook de orde van de fout is hier hoger dan in de andere gevallen. Zou echter de eerste berekening worden weggelaten dan convergeren alle vierknoopselementen monotoon dalend. De achtknoopselementen bij scharnierende en ingeklemde oplegging hebben ook een niet monotoon gedrag als gevolg van schommelingen rond de exacte oplossing wanneer er veel elementen worden gebruikt, deze schommelingen zijn klein met minder dan één procent afwijking. Bij verwaarlozing van deze schommelingen zou hier een monotoon dalende grafiek ontstaan.

De ringkracht, N_x, convergeert overal niet monotoon; wanneer de eerste twee berekeningen worden weggelaten convergeert de ringkracht overal monotoon stijgend. Opvallend is dat vierknoopselementen een hogere orde van de fout hebben dan achtknoopselementen. Dit komt omdat vierknoopselementen in het begin niet nauwkeurig zijn en van ver moeten komen, achtknoopselementen zijn al snel nauwkeurig en verbeteren zich dan langzamer.

De membraankracht, N_y, convergeert verschillend voor vier- en achtknoopselementen. Voor beide type elementen begint het met een onderschatting maar bij vierknoopselementen is er een omslagmoment waarbij de onderschatting naar een overschatting gaat om vandaar uit naar de exacte oplossing te gaan.

Het moment, M_y, convergeert monotoon dalend bij vierknoopselementen; enige uitzondering is wanneer het is ingeklemd. Dit is het gevolg van één berekening waardoor het niet monotoon wordt. De achtknoopselementen gedragen zich niet monotoon. Dit komt door schommelingen van minder dan één procent rond de exacte oplossing wanneer veel elementen worden gebruikt. Worden deze schommelingen verwaarloosd dan zou de grafiek monotoon stijgend convergeren.

De dwarskracht, V_y, convergeert niet monotoon, de vierknoopselementen zouden echter allemaal monotoon stijgen wanneer de eerste berekening zou worden weggelaten. De orde van de fout ligt voor de achtknoopselementen allemaal in de buurt van vier en een half.

De verschillende type opleggingen zorgen in grote lijnen niet voor ander gedrag bij de berekeningen. Verschil tussen vier- en achtknoopselementen is er wel. Belangrijkste is dat de absolute fout van vierknoopselementen groter is dan van achtknoopselementen op een enkele berekening na, meestal de allereerste berekening met weinig elementen. Daarnaast convergeren vier- en achtknoopselementen verschillend bij de membraankracht, het moment en de dwarskracht. Voor een verschil in de orde van de fout zorgt dit niet, behalve bij de dwarskracht waar achtknoopselementen een duidelijk hogere orde van de fout hebben. Bij de verplaatsing met een roloplegging met achtknoopselementen is er ander gedrag zichtbaar dan voor alle andere varianten zichtbaar is.

5.6. Orde aan de rand

Voor de cilinder met scharnierende oplegging uitgevoerd in vierknoopselementen is onderzocht of de orde van de fout aan de rand anders is ten opzichte van het midden. Tot nu toe was de orde van de fout bepaald op 0,5m van de rand. Nu is er ook onderzocht wat de orde van de fout is op 0,166667m van de rand en 0,055556m. De grafieken zijn weergegeven in bijlage 3.3, figuur B3.11 tot figuur B3.15. Tabel 5.6 geeft de orde van de fout afgerond weer.

	U_z	N_x	N_y	M_y	V_y
0,5m tot rand	2	3	2	3	2
0,166667m tot rand	2	3	2	2	2
0,055556m tot rand	2	3	2	3	4

Tabel 5.6 – Koepel met opening, orde van de fout steeds dichter bij de rand

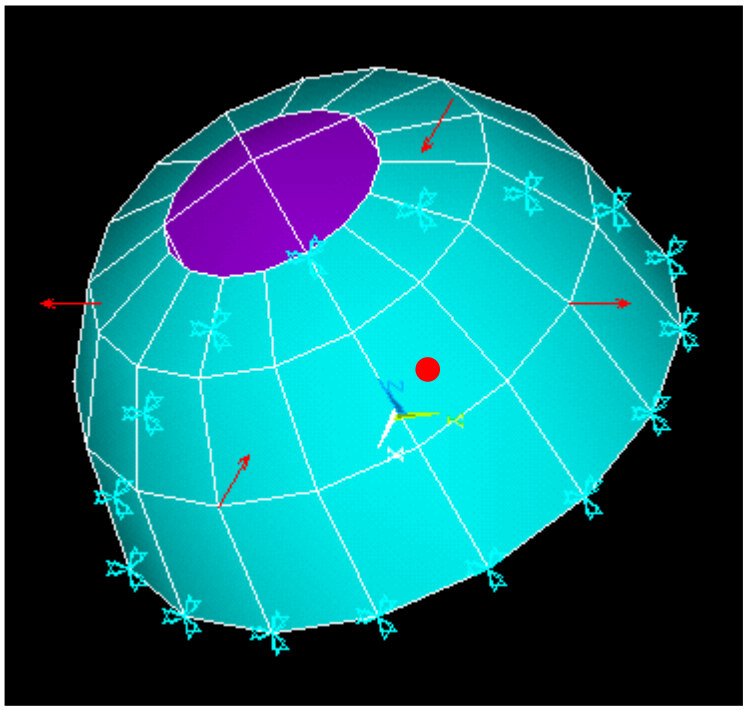
Voor de verplaatsing en normaalkrachten is er afgerond geen verschil in de orde van de fout. Voor de ringkracht N_x neemt de waarde wel iets toe maar niet genoeg om afgerond hoger uit te vallen. Voor het moment is er wel een verschil, voor de middelste afstand is de orde lager, dit is waarschijnlijk het gevolg van te weinig berekeningen aan het einde. De drie berekeningen die nu zijn meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout hebben een correlatie van maar 0,9334. Voor de dwarskracht is er wel echt een verschil te zien, hier neemt de orde van de fout aan de rand wel toe, afgerond is die hier gelijk aan 4. Bij de vlakke plaat nam de orde van de fout aan de rand ook toe voor de dwarskracht, hier steeg de waarde van de dwarskracht ook, dit is hier echter niet het geval.

6 Koepel met opening

Een derde benchmark waar onderzoek naar is gedaan is een koepel. Net als bij de vlakke plaat en de cilinder is er gevarieerd in de manier van opleggen en het type element. Daarna wordt de nauwkeurigheid van de krachtverdeling en de verplaatsing van de koepel in Ansys onderzocht.

6.1. Model en elementgroottes

De koepel die gebruikt is voor het onderzoek heeft een opening aan de bovenkant. Reden hiervoor is dat wanneer er geen gebruik wordt gemaakt van een opening de elementen in de top een driehoekige vorm hebben, zoals eerder door J.U. de Jong werd opgemerkt. De straal van de cilinder is gelijk aan 2 meter. De kwart boog die nodig is om van de onderrand tot de top te komen is voor driekwart uitgevoerd. Door het weglaten van het overige kwart ontstaat de opening aan de bovenkant. De koepel heeft een dikte van 10mm en het materiaal is S235 staal. De constructie is belast met vier puntlasten van 10kN. Twee belasten de constructie op trek en twee belasten de constructie op druk. Wanneer de boog naar de top wordt opgedeeld in drie stukken, zijn de puntlasten geplaatst tussen de onderste elementen in. De puntlasten zijn horizontaal geplaatst in de x en y richting. De berekeningen zijn steeds op dezelfde locatie gedaan. In figuur 6.1 is deze locatie te zien met een rode stip, ook de puntlasten zijn hier weergegeven.



Figuur 6.1 – Koepel met opening met locatie voor berekeningen

Drie verschillende opleggingen zijn er gebruikt. Bij de eerste variant is de onderkant van de koepel scharnierend opgelegd. Bij de tweede variant is behalve de onderkant ook de bovenkant scharnierend opgelegd. De derde variant heeft rolopleggingen met een vrijheidsgraad in de y richting. Hierdoor duwen de puntlasten de koepels in een ovale vorm. De koepel zal worden uitgevoerd met vierknoopselementen en achtknoopselementen waardoor er in totaal zes varianten zijn.

Het gebruikte aantal elementen is weergegeven in tabel 6.1, samen met de elementgroottes aan de onderrand. Het aantal elementen is zo gekozen dat de puntlasten en het meetpunt steeds op dezelfde plaats blijven. De elementen worden, naarmate ze dichter bij de top komen, rechterhoekig. De straal van de koepel wordt kleiner naarmate de elementen hoger geplaatst worden en daardoor neemt de breedte van de elementen af. In de andere richting is de lengte van alle elementen wel gelijk. Uit het element dat zich op het meetpunt bevindt is de krachtverdeling en de veplaatsing gehaald. De ringkracht N_x, de membraankracht N_y, het moment M_y en de dwarskracht V_y zijn de krachten die berekend zijn. Voor vierknoopselementen is de aangenomen exacte oplossing gevonden bij 30000 elementen en bij achtknoopselementen zijn 8112

elementen gebruikt voor de aangenomen exacte oplossing. Ook in dit hoofdstuk zijn in de logaritmische absolute fout grafieken vierkanten gebruikt wanneer een berekening is meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout en een cirkel wanneer de berekening niet is meegenomen.

Elementgroottes	Elementen ring/boog	Aantal elementen	Knopen bij vierknoopselementen	Knopen bij achtknoopselementen
0,7854	16x3	48	64	176
0,2618	48x9	432	480	1392
0,1571	80x15	1200	1280	3760
0,1122	112x21	2352	2464	7280
0,0873	144x27	3888	4032	11952
0,0714	176x33	5808	5984	17776
0,0604	208x39	8112	8320	24752
0,0462	272x51	13872	14144	-
0,0374	336x63	21168	21504	-
0,0314	400x75	30000	30400	-

Tabel 6.1 – Elementverdeling koepel met opening

6.2. Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant

De variant die als eerste is onderzocht is heeft scharnierende opleggingen aan de onderrand. De koepel gemaakt met vier- en achtknoopselementen. De resultaten zijn te zien in tabel 6.2 en tabel 6.3.

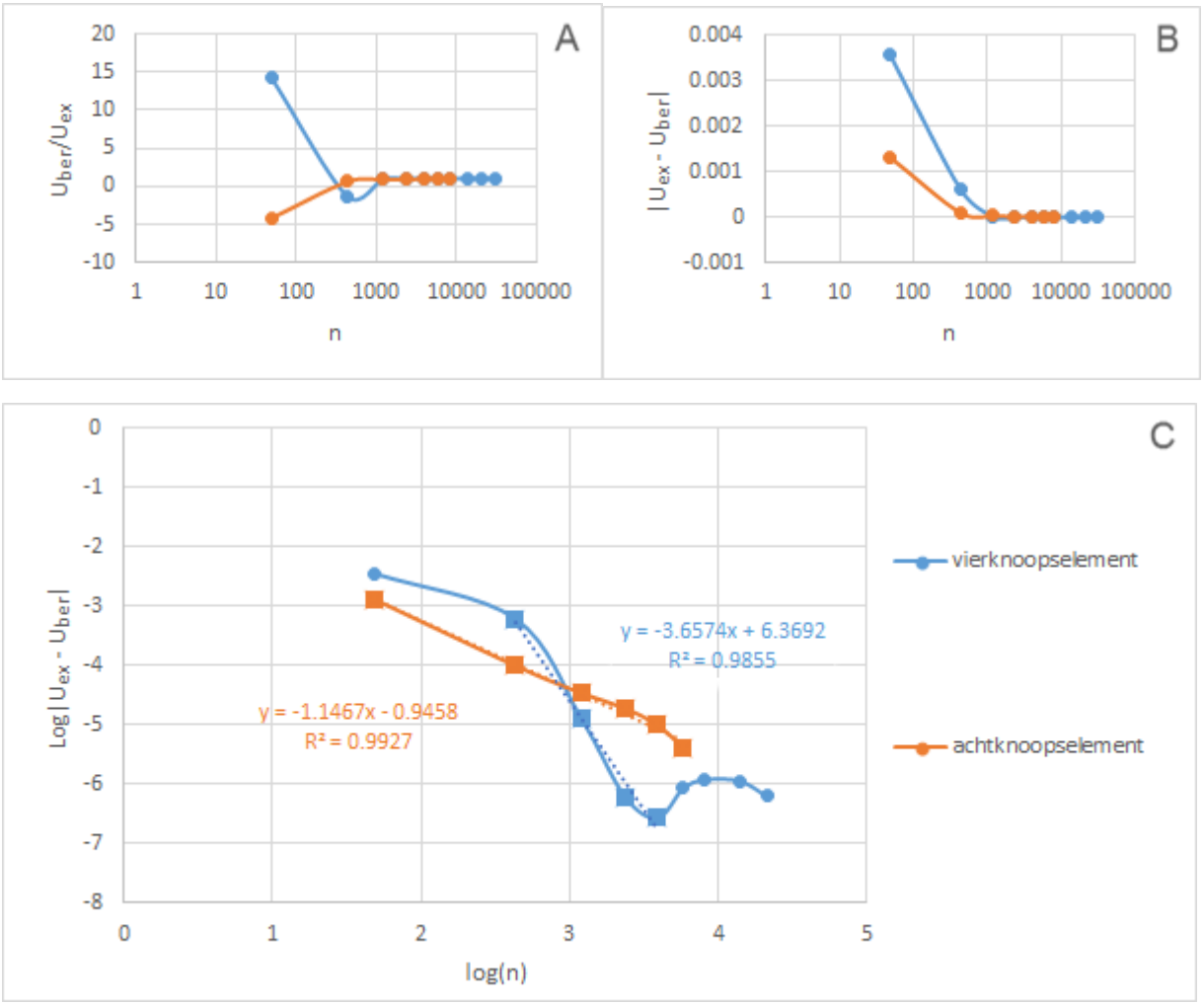
n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
48	-0,0038338	2,281	-15,156	-3,5283	0,04453
432	0,00034672	-0,57803	3,4003	0,064823	0,14699
1200	-0,00025443	-1,3409	1,327	0,42314	-0,016584
2352	-0,00026653	-1,5938	1,4075	0,17599	-0,010996
3888	-0,00026688	-1,719	1,5341	0,11564	-0,0039568
5808	-0,0002663	-1,7966	1,6235	0,10249	-0,0012902
8112	-0,00026596	-1,8505	1,6847	0,10075	-0,00057696
13872	-0,00026601	-1,9214	1,7603	0,10201	-0,00037268
21168	-0,00026652	-1,9664	1,8047	0,10328	-0,00034295
30000	-0,00026715	-1,9973	1,8342	0,10423	-0,00033317

Tabel 6.2 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
48	0,0010651	0,90851	-3,096	-5,7097	-0,19843
432	-0,00015503	-0,73039	0,68897	0,20752	0,0048146
1200	-0,0002193	-1,3156	1,2042	0,067898	0,0024629
2352	-0,00023474	-1,557	1,43	0,098996	0,0015241
3888	-0,0002437	-1,6925	1,5544	0,1034	0,00092692
5808	-0,00024958	-1,7788	1,6337	0,10674	0,00057352
8112	-0,00025371	-1,8385	1,6886	0,10916	0,00034895

Tabel 6.3 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, vierknoopselementen

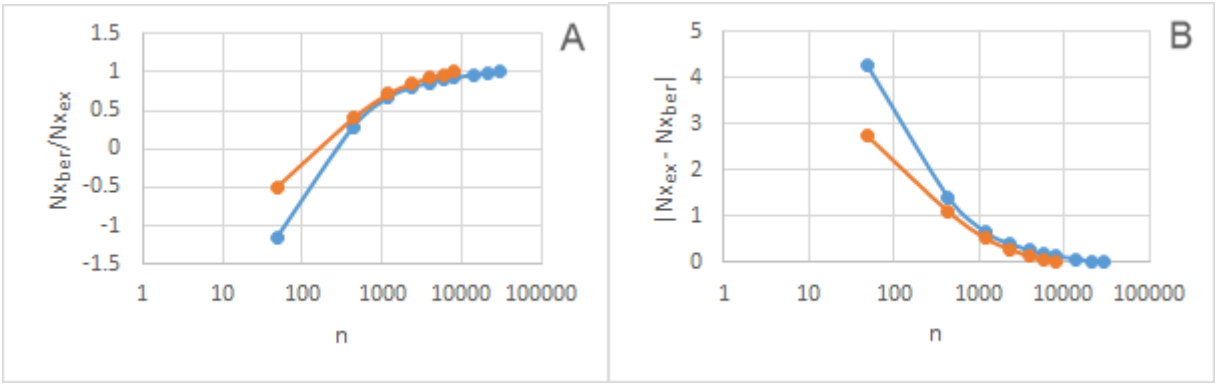
Verplaatsing

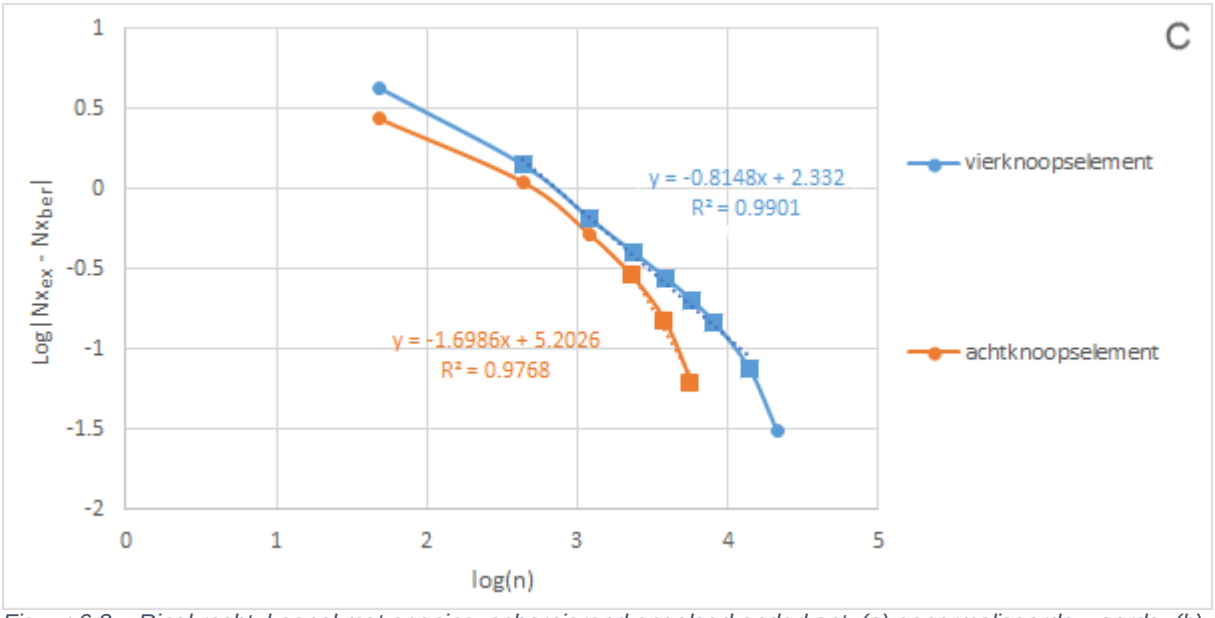


Figuur 6.2 – Verplaatsing, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

De eerste berekening voor de verplaatsing van vierknoopselementen is een grote overschatting, de tweede berekening is vervolgens een onderschatting. Vanaf de vierde berekening is de absolute fout kleiner dan een half procent. De uitkomst schommelt nog wel, sommige berekeningen komen wat dichter bij de exacte waarde en andere zitten er weer iets verder vanaf. Het verloop is daardoor niet monotoon. Achtknoopselementen daarentegen beginnen met een grote onderschatting maar hier convergeren de berekeningen wel monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Bij het bepalen van de orde van de fout zijn voor vierknoopselementen berekening twee tot en met vijf meegenomen. De laatste berekeningen zijn weggelaten, dit is gedaan vanwege de berekeningen hier een sprong omhoog maken in de logaritmische figuur. De orde van de fout is hier gelijk aan 7,31. Voor achtknoopselementen liggen de berekeningen wel in een lijn en hier is de orde van de fout gelijk aan 2,29.

Ringkracht

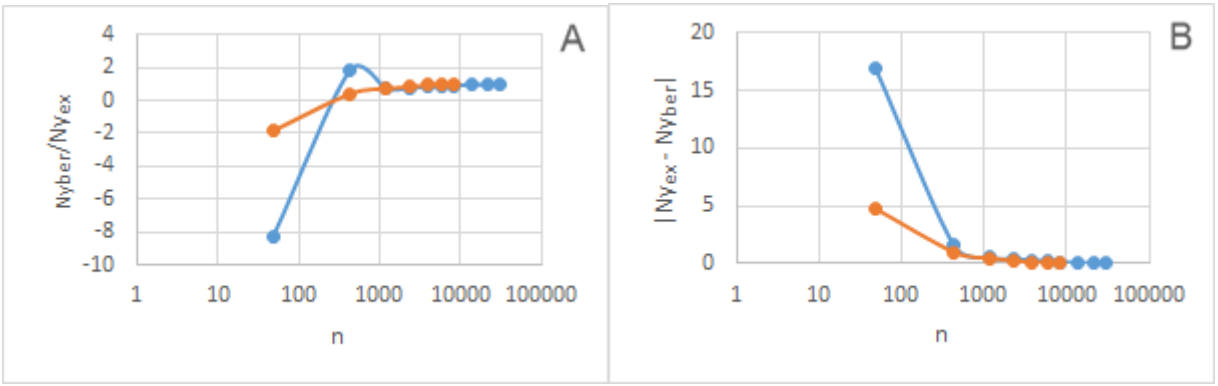


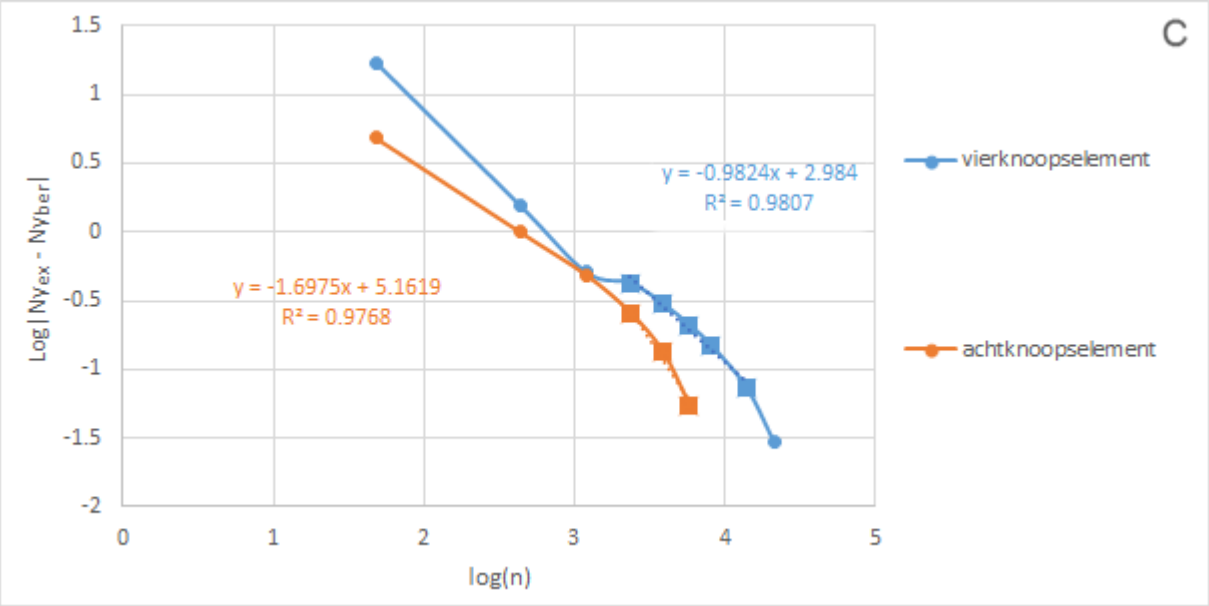


Figuur 6.3 – Ringkracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Vier- en achtknoopselementen onderschatten de exacte oplossing en convergeren monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Achtknoopselementen hebben hierbij een kleinere absolute fout dan vierknoopselementen. Wanneer de oplossing logaritmisch wordt uitgezet lopen de lijnen voor beide types elementen niet helemaal recht; er zit een kleine kromming in. Om die reden worden bij het bepalen van de orde van de fout voor beide elementen types een aantal berekeningen weggelaten. De orde van de fout is voor vierknoopselementen uiteindeiljk gelijk aan 1,63 en voor achtknoopselementen gelijk aan 3,40.

Membraankracht

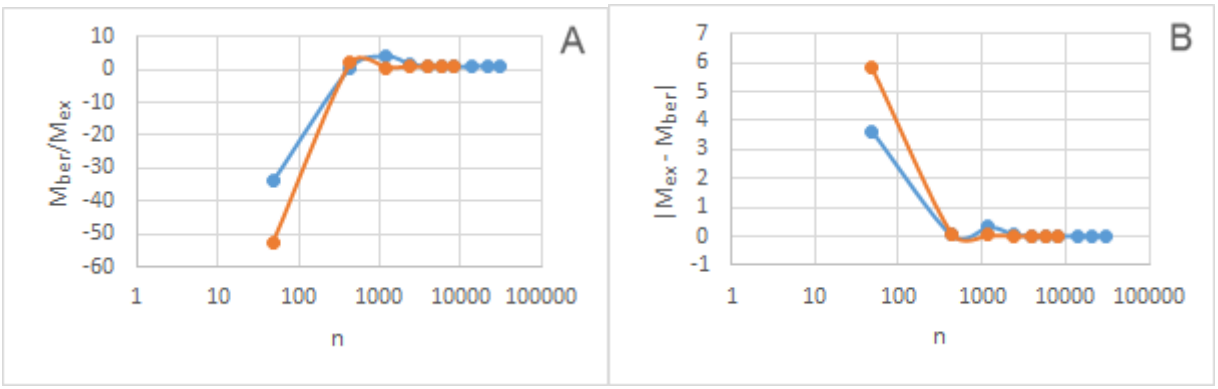


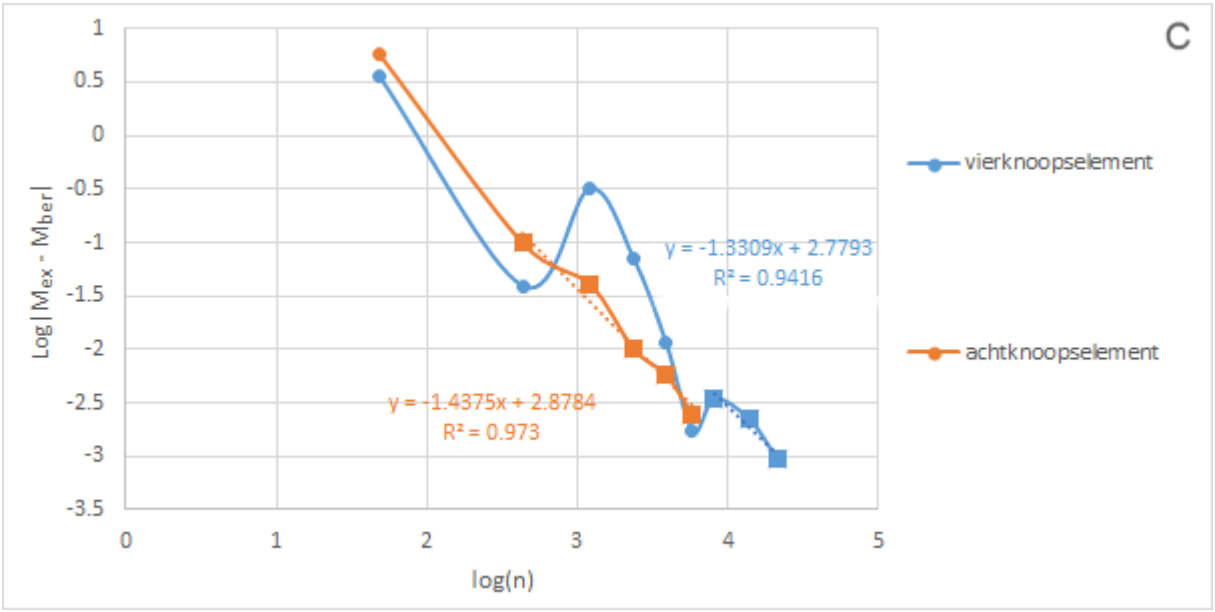


Figuur 6.4 – Membraankracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Vierknoopselementen onderschatten bij de meeste berekeningen de exacte oplossing. Alleen de tweede berekening is een onderschatting. Dit zorgt wel voor een niet monotoon verloop. Voor achtknoopselementen zijn alle berekeningen onderschattingen en is het verloop monotoon stijgend. De absolute fout van vierknoopselementen is groter dan die van achtknoopselementen. De orde van de fout wordt bij vierknoopselementen bepaald met berekeningen vier tot en met negen. De overige berekeningen worden weggelaten vanwege kleine knikjes die zich ervoor en erna bevinden. De orde van de fout is gelijk aan 1,96. In de lijn van de achtknoopselementen is een kleine kromming te zien en om die reden worden alleen de laatste drie berekeningen meegenomen. Hier is de orde van de fout gelijk aan 3,40.

Moment

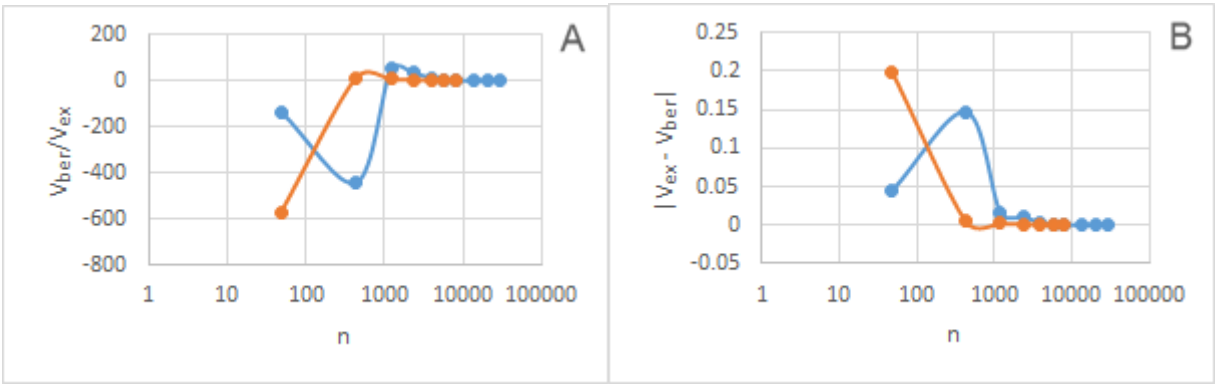


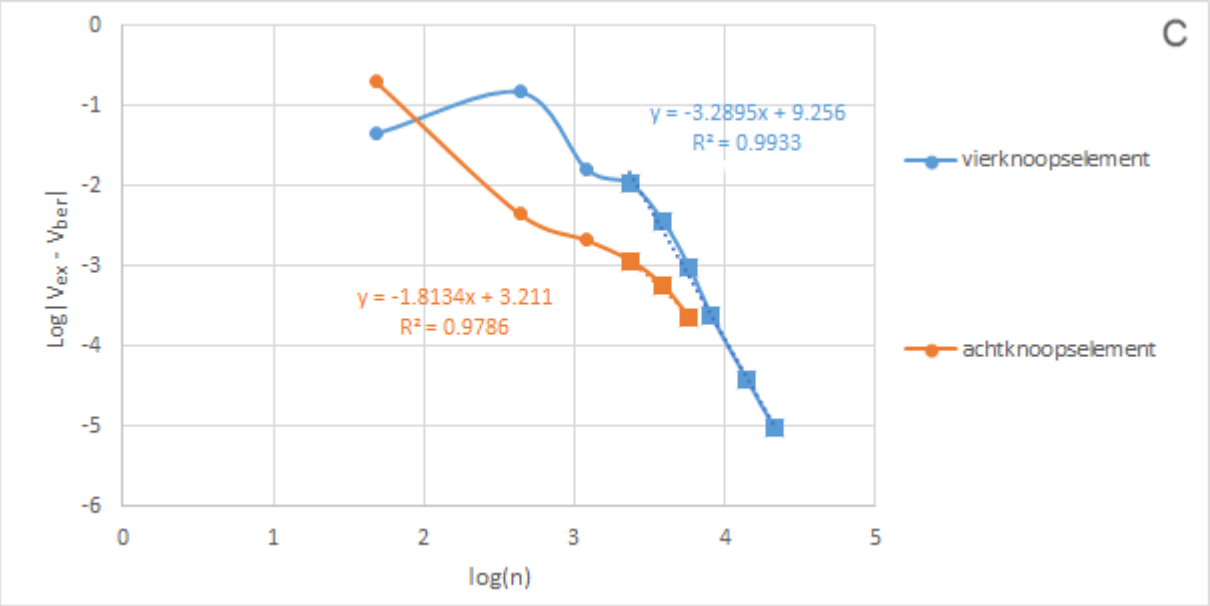


Figuur 6.5 – Moment, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Vier- en achtknoopselementen hebben beide een niet monotoon verloop. Vierknoopselementen golven hierbij op en neer met een aantal overschattingen en vervolgens weer een aantal onderschattingen. Deze golvende beweging is goed te zien in de logaritmische figuur. Voor het bepalen van de orde van de fout zijn alleen de berekeningen in de laatste golf meegenomen en daarbij komt de orde van de fout uit op 2,66. Bij achtknoopselementen is er maar één overschatting. Deze ligt in de logaritmische figuur nog wel redelijk in lijn met de andere berekeningen. De orde van de fout komt hier uit op 2,88.

Dwarskracht





Figuur 6.6 – Dwarskracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

De uitkomsten van de eerste berekeningen hebben een veel grotere waarde, meer dan een factor honderd verschil, voor vier- en achtknoopselementen. Wanneer de grote onderschattingen zijn geweest verloopt de rest van de grafiek met een overschatting die steeds kleiner wordt. Alles bij elkaar hebben beide grafieken een niet monotoon verloop waarbij de absolute fout van achtknoopselementen meestal kleiner is dan die van vierknoopselementen. De orde van de fout is voor vierknoopselementen gelijk aan 6,58 en die van achtknoopselementen is gelijk aan 3,63. Voor beide zijn de eerste drie berekeningen weggelaten bij het bepalen van de orde van de fout.

6.3. Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant

De tweede variant van de koepel die onderzocht is heeft naast de onderrand, ook de bovenrand die ontstaat door de opening aan de bovenkant van de koepel scharnierend opgelegd. De resultaten van de berekeningen zijn te zien in bijlage 4.1. De grafieken van de resultaten zijn ook te zien in bijlage 4.1.

Verplaatsing

Vier- en achtknoopselementen convergeren op bijna dezelfde manier richting de exacte waarde. De lijnen liggen op veel plaatsen over elkaar; uitzondering hierin is de tweede berekening. Bij deze berekening zijn de resultaten voor de vierknoopselementen een overschatting terwijl de achtknoopselementen een onderschatting zijn. Alle overige berekeningen zijn ook onderschattingen waardoor vierknoopselementen niet monotoon convergeren en achtknoopselementen monotoon stijgend convergeren. De meeste berekeningen van achtknoopselementen hebben ook een kleinere absolute fout; ook hier is de tweede berekening weer een uitzondering. De orde van de fout is voor vier- en achtknoopselementen respectievelijk gelijk aan 1,60 en 2,00. Voor vierknoopselementen zijn hier een aantal berekeningen weggelaten voor het bepalen van de orde van de fout.

Ringkracht

Op de eerste berekening na is de uitkomst van de berekeningen voor vierknoopselementen monotoon stijgend; alleen door de eerste berekening is het dus niet monotoon. Achtknoopselementen convergeren wel monotoon stijgend. De absolute fout is voor vierknoopselementen meestal groter dan voor achtknoopselementen. Ook hier zijn bij het bepalen van de orde van de fout niet alle berekeningen meegenomen. De berekeningen die wel zijn meegenomen geven een orde van de fout gelijk aan 1,70 voor vierknoopselementen en 2,68 voor achtknoopselementen.

Membraankracht

Vierknoopselementen convergeren niet monotoon als gevolg van één berekening die de exacte oplossing overschat. Bij achtknoopselementen is dit niet het geval en convergeert de oplossing wel monotoon stijgend.

Bij een gelijk aantal elementen is de absolute fout van achtknoopselementen kleiner dan die van vierknoopselementen. De orde van de fout is gelijk aan 2,03 en 3,41 voor vier- en achtknoopselementen.

Moment
Vier- en achtknoopselementen beginnen beide met een overschatting om via een onderschatting richting de exacte waarde te convergeren. Hierbij is de absolute fout van vierknoopselementen kleiner dan van achtknoopselementen. Voor vierknoopselementen zijn de laatste zeven berekeningen meegenomen in het bepalen van de orde van de fout die gelijk is aan 3,77. Bij achtknoopselementen zijn alleen de laatste drie berekeningen meegenomen en is de orde van de fout gelijk aan 3,56.

Dwarskracht
De eerste twee berekeningen bij vierknoopselementen zijn onderschattingen, de overige berekeningen overschatten de exacte oplossing. Achtknoopselementen doen het andersom en beginnen met een overschatting, die heel extreem is, om vervolgens de exacte oplossing alleen nog maar te onderschatten. Bij het bepalen van de orde van de fout zijn voor beide element types de eerste drie berekeningen weggelaten, vervolgens is de orde van de fout voor vierknoopselementen gelijk aan 7,22 en voor achtknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 3,60.

6.4. Koepel met opening, roloplegging
De laatste variant van de koepel die onderzocht is heeft roloplegginge met een vrijheidsgraad in de y richting aan de onderrand. De twee trekkrachten die op de koepel werken trekken ook in de y richting. In de x richtingen hier loodrecht tegenop wordt de koepel ingeduwd. Bij één oplegging is er wel een een scharnier geplaatst zodat de constuctie niet weg kan rijden. De resultaten zijn te zien in bijlage 4.2 en de bijbehorende grafieken zijn hier ook te vinden.

Verplaatsing
De berekeningen van de vierknoopselementen beginnen met een flinke onderschatting om vervolgens steeds dichter bij de exacte oplossing te komen. De oplossing stijgt monotoon. Achtknoopselementen beginnen met een overschatting om via een onderschatting naar de exacte oplossing te convergeren. Als naar de absolute fout wordt gekeken doen achtknoopselementen het net wat beter dan vierknoopselementen. Wordt de absolute fout logaritmisch uitgezet dan zijn beide lijnen niet recht; beide hebben een knik waardoor alleen de laatste drie elementen zijn meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout. Die is voor vierknoopselementen gelijk aan 2,93 en voor achtknoopselementen gelijk aan 3,09.

Ringkracht
De eerste berekening voor vierknoopselementen geeft een overschatting van de exacte oplossing. De rest van de berekeningen zijn onderschattingen. Voor achtknoopselementen zijn alle berekeningen onderschattingen en deze convergeren monotoon stijgend richting de exacte oplossing. Op het begin na is de absolute fout van vierknoopselementen groter dan die van achtknoopselementen. Voor het bepalen van de orde van de fout zijn voor alle twee de type elementen een aantal berekeningen in het begin weggelaten. Bij vierknoopselementen is ook de laatste berekening weggelaten. De orde van de fout is dan voor vier- en achtknoopselementen respectievelijk gelijk aan 1,83 en 3,39.

Membraankracht
Op de tweede berekening na bij vierknoopselementen, die de exacte oplossing overschat, zijn alle berekeningen onderschattingen. Hierdoor convergeren vierknoopselementen niet monotoon en achtknoopselementen monotoon stijgend. De absolute fout van achtknoopselementen is kleiner dan die van vierknoopselementen bij gebruik van een gelijk aantal elementen. Niet alle berekeningen zijn meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout die voor vierknoopselementen gelijk is aan 2,03 en voor achtknoopselementen gelijk is aan 3,39.

Moment
De berekening voor vierknoopselementen heeft soms onderschattingen en soms overschatting; hoe meer elementen worden gebruikt hoe kleiner de absolute fout wordt. Achtknoopselementen heeft alleen maar onderschattingen voor de exacte oplossing wordt bereikt enige is wel dat deze niet monotoon verlopen. In de

grafiek waar de absolute fout logaritmisch is uitgezet ís voor beide element types een piek te zien als gevolg van een berekening halverwege die heel dicht bij de exacte oplossing zit, waarna de berekeningen erna weer verder weg zitten van de exacte oplossing. Alleen berekeningen na deze pieken zijn meegenomen bij het bepalen van de orde van de fout. Voor vierknoopselementen is de orde van de fout gelijk aan 2,77 en voor achtknoopselementen is de orde van de fout 2,91.

Dwarskracht
De berekeningen voor de vierknoopselementen beginnen met twee extreme overschattingen om daarna met allemaal onderschattingen richting de exacte oplossing te gaan. Voor achtknoopselementen is het andersom, hier begint het met een extreme onderschatting om vervolgens met alleen nog maar overschattingen te hebben. Op de eerste berekening na hebben achtknoopselementen een kleinere absolute fout. Bij het bepalen van de orde van de fout zijn de eerste drie berekeningen weggelaten voor vier- en achtknoopselementen. De orde van de fout is hierna gelijk aan 7,76 voor vierknoopselementen en 3,63 voor achtknoopselementen.

6.5. Interpretatie

Hieronder zijn de resultaten van de varianten die onderzocht zijn weergegeven. De eerste tabel, tabel 6.4, geeft aan hoe de oplossing convergeert naar de exacte oplossing. Hierbij betekent MS monotoon stijgend, MD monotoon dalend en N niet monotoon. In een aantal gevallen is er achter de N nog een * geplaatst met daarna tussen haakjes MS of MD. Dit betekent dat wanneer de eerste of de eerste twee berekeningen niet worden meegenomen de oplossing monotoon stijgend of monotoon dalend is. De tweede tabel, tabel 6.5, geeft de orde van de fout afgerond weer.

		U_z	N_x	N_y	M_y	V_y
Scharnierend onderkant	Vierknoopselementen	N	MS	$N^{*(MS)}$	N	$N^{*(MD)}$
	Achtknoopselementen	MS	MS	MS	$N^{*(MS)}$	$N^{*(MD)}$
Scharnierend onder- en bovenkant	Vierknoopselementen	$N^{*(MS)}$	$N^{*(MS)}$	$N^{*(MS)}$	$N^{*(MS)}$	$N^{*(MD)}$
	Achtknoopselementen	MS	MS	MS	N	$N^{*(MS)}$
Roloplegging	Vierknoopselementen	MS	$N^{*(MS)}$	N	N	$N^{*(MS)}$
	Achtknoopselementen	$N^{*(MS)}$	MS	MS	$N^{*(MS)}$	$N^{*(MD)}$

Tabel 6.4 – Resultaten koepel met opening, manier van convergeren

		U_z	N_x	N_y	M_y	V_y
Scharnierend onderkant	Vierknoopselementen	7	2	2	3	7
	Achtknoopselementen	2	3	3	3	4
Scharnierend onder- en bovenkant	Vierknoopselementen	2	2	2	4	7
	Achtknoopselementen	2	3	3	4	4
Roloplegging	Vierknoopselementen	3	2	2	3	8
	Achtknoopselementen	3	3	3	3	4

Tabel 6.5 – Resultaten koepel met opening, orde van de fout

De verplaatsing, U_z, convergeert in drie gevallen monotoon stijgend en ook in drie gevallen niet monotoon. Worden de eerste twee berekeningen echter niet in beschouwing genomen dan convergeert de variant met scharnieren aan de onder- en bovenrand en vierknoopselementen ook monotoon stijgend evenals de variant met roloplegginge n en achtknoopselementen. De variant met een scharnierende onderrand vertoont geen monotoon gedrag. Bij de vierde berekening is de oplossing al bijna exact maar daarna oscilleerd het een op en neer binnen de half procent fout. De orde van de fout is bepaald met berekeningen aan het begin, waar van een grote absolute fout de oplossing snel convergeert tot binnen een half procent fout. Als gevolg van deze snelle nauwkeurigheid is de orde van de fout ook groot, veel groter dan bij alle andere varianten. Ook wanneer er roloplegging wordt gebruikt is de orde van de fout groter voor de verplaatsing, alleen in dit geval is de orde van de fout gelijk aan 3.

De ringkracht, N_x, vertoont monotoon stijgend gedrag bij achtknoopselementen. Bij vierknoopselementen is het voorgekomen dat de eerste berekeningen afwijkend gedrag vertonen. Worden de eerste twee berekeningen verwaarloosd dan vertoont de richtkracht in alle gevallen monotoon stijgend gedrag.

De membraankracht, N_y, convergeert voor vierknoopselementen niet monotoon. Wanneer de eerste twee berekeningen worden weggelaten convergeren de koepels die opgelegd zijn met scharnieren aan de onder- en bovenrand en met alleen scharnieren onderrand monotoon stijgend. Voor de koepel die is opgelegd met roloplegging moeten de eerste drie berekeningen worden verwaarloosd om monotoon stijgend gedrag te krijgen. Achtknoopselementen convergeren wel monotoon stijgend.

Het moment, M_y, convergeert niet monotoon. Wanneer er voldoende elementen worden gebruikt vertonen ze toch allemaal monotoon stijgend gedrag, de laatste vier berekeningen zijn voor alle varianten monotoon stijgend. Drie varianten vertonen alleen in de eerste twee berekeningen niet monotoon. De orde van de fout is voor de variant met een scharnierende oplegging aan de boven- en onderrand een half tot een heel punt hoger ten opzichte van de andere varianten.

De dwarskracht, V_y, convergeert niet monotoon. Worden de eerste twee berekeningen echter niet meegenomen dan convergeren alle berekeningen monotoon. Er is nog wel een verschil want sommige berekeningen convergeren monotoon stijgend en sommige monotoon dalend. Omdat de waardes zo dicht bij nul liggen is het mogelijk dat de resultaten bij een groter aantal elementen van teken veranderen. Wanneer alle berekeningen positief of negatief zijn is er sprake van monotoon dalend. Zijn de berekeningen soms in het begin positief en aan het einde negatief of andersom dan is er sprake van monotoon stijgend gedrag. Daarnaast is het opvallend dat de orde van de fout van vierknoopselementen groter is dan de orde van de fout van achtknoopselementen. Dit heeft er mee te maken dat vierknoopselementen bij de eerste berekening die gebruikt wordt voor het bepalen van de orde van de fout, een hele grote absolute fout heeft. Op het moment dat er meer elementen worden gebruikt, wordt de absolute fout steeds kleiner en dit gaat met zulke grote sprongen dat de orde van de fout ook groot is. Bij achtknoopselementen is de absolute fout veel kleiner bij de eerste berekening die gebruikt is voor het bepalen van de orde van de fout. Hierdoor zijn de sprongen die gemaakt worden richting de exacte oplossing kleiner en dit geeft een kleinere orde van de fout.

De verplaatsing bij een aan de onderrand scharnierend opgelegde constructie met vierknoopselementen geeft resultaten die echt anders zijn dan de rest van de resultaten. De verschillende type opleggingen zorgen niet voor grote verschillen, behalve dat de orde van de fout soms een punt hoger of lager is zoals het geval is bij de verplaatsing en het moment. Ook het type element zorgt in een aantal gevallen dat de orde van de fout anders is zoals bij de ringkracht, de membraankracht en de dwarskracht. Daarnaast is de absolute fout bij gelijk aantal elementen voor de meeste vierknoopselementen groter dan voor achtknoopselementen.

6.6. orde aan de rand

Voor de koepel uitgevoerd in vierknoopselementen met scharnierende oplegging aan de onderrand is ook onderzocht of de orde van de fout aan de rand toeneemt. Hierbij is het onderzocht of dit gebeurd naar de onderrand toe. De berekeningen tot nu toe hadden plaatsgevonden op 1,178m van de onderrand. Nu zal gekeken worden op 0,3927m van de onderrand. Dit is nog niet heel dicht bij de rand maar omdat er een limitatie is dat het midden van de elementen wel over elkaar heen moet vallen is dit de dichtstbijzijnde afstand van de rand waarbij er meerder elementen een midden hebben op dezelfde locatie. De grafieken zijn weergegeven in bijlage 4.3, figuur B4.11 tot figuur B4.15. Tabel 6.6 geeft de orde van de fout afgerond weer.

	U_z	N_x	N_y	M_y	V_y
1,178m tot rand	7	2	2	3	7
0,3927m tot rand	2	2	2	5	5

Tabel 6.6 – Koepel met opening, orde van de fout steeds dichter bij de rand

Voor de verplaatsing is er een groot verschil zichtbaar. Toen de verschillende varianten met elkaar vergeleken werden was al te zien dat hier een uitschieter zit en dit is nu weer het geval door. Het is aannemelijk dat een orde van de fout gelijk aan 2 normaal is vanwege de andere varianten dit als orde van de fout hadden. De normaalkrachten N_x en N_y hebben dezelfde orde van de fout, ongeacht de afstand tot de rand.

Voor het moment en de dwarskacht veranderd de orde van de fout wel, voor het moment neemt het toe en voor de dwarskracht daalt dit. Voor het moment is er op een afstand van 1,178m een kleine knik te zien in de grafiek waardoor alleen de laatste drie berekeningen worden meegenomen. Voor de dwarskracht is er op een afstand van 0,3927m maar drie berekeningen meegenomen, ook vanwege een kleine knik. Mogelijk zijn de veranderingen van de orde van de fout te wijten aan deze knikken die ervoor zorgen dat de richtingscoëfficiënt veranderd. Wanneer voor beide afstanden de berekeningen logaritmisch redelijk in een rechte lijn liggen zijn er namelijk geen veranderingen in de orde van de fout waar te nemen. De knikken ontstaat door berekeningen die de exacte oplossing heel dicht benaderen, berekeningen daarna met meer elementen zitten verder van de exacte oplossing. Voor alle vijf de eigenschappen van de constructie is er geen grote stijging van de waarde aan de rand te zien.

7 Conclusie

Op basis van de resultaten die verkregen zijn in dit onderzoek kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

- Voor een goede vergelijking van de resultaten moeten de metingen op dezelfde locatie utigevoerd worden. Dat leidt tot een grotere waarde voor de orde van de fout. Wanneer de maximaal berekende waarde in een constructie wordt gebruikt is de orde van de fout lager als gevolg van het verschuiven van de locatie.
- De manier van convergeren verschilt afhankelijk van de locatie waar de berekening wordt gedaan, het type opleggingen dat gebruikt wordt, het type element dat gebruikt wordt, de vorm van de constructie en welke eigenschap van de constructie berekend wordt.
- De absolute fout is voor achtknoopselementen kleiner dan voor vierknoopselementen op een beperkt aantal uitzonderingen na.
- De afgeronde orde van de fout is in de meeste situaties gelijk aan 2, $O(h^2)$. Hierbij speelt de manier van oplegging praktisch geen rol. Naast enkele op zichzelf staande uitzonderingen zijn de volgende systematische uitzonderingen van belang:
  - De normaalkracht heeft een afgeronde orde van de fout gelijk aan 2 of 3, afhankelijk van de vorm van de constructie en het type element dat gebruikt wordt.
  - Het moment heeft een afgeronde orde van de fout gelijk aan 2 voor een vlakke plaat en 3 of groter voor een cilinder en koepel met opening.
  - Voor de dwarskracht varieert de afgeronde orde van de fout van 2 tot 9. Daarbij kunnen de volgende opmerkingen gemaakt worden:
    - Voor vierknoopselementen is de orde van de fout bij een vlakke plaat en een cilinder afgerond gelijk aan 2. De vlakke plaat die gebruikt is voor de vergelijking met SCIA, een plaat die aangepast is in de breedte en dikte, heeft een orde van de fout die groter is dan 3. In de koepel met opening is de orde van de fout groter dan 7.
    - Voor achtknoopselementen heeft de vlakke plaat een orde van de fout gelijk aan 2. Wanneer de orde van de fout bij minder elementen bepaald zou worden zou deze groter zijn. Voor de cilinder en de koepel met opening zijn de waarden voor de orde van de fout 4 of 5.
- De berekende waarden van de diverse eigenschappen van de constructie in SCIA komen het beste overeen met de berekende waarde in Ansys voor vierknoopselementen. Voor de verplaatsing hebben de achtknoopselementen van Ansys de kleinste absolute fout. Voor de dwarskracht laat SCIA de kleinste absolute fout zien. Voor het moment wisselt het tussen SCIA en achtknoopselementen.
- Voor de verplaatsing en het moment is de orde van de fout gelijk voor Ansys en SCIA, beiden 2. Hierbij maakt de keuze voor vierknoops of achtknoopselementen in Ansys niet uit. Voor de dwarskracht hebben achtknoopselementen in Ansys de grootste orde van de fout, variërend van 6 tot 8, vierknoopselementen een orde van de fout gelijk aan 3 tot 5 en SCIA laat een orde van de fout gelijk aan 2 tot 4 zien.
- Een opvallende waarneming is dat de waarde van de dwarskracht stijgt explosief aan de rand van een vlakke plaat. Ook de orde van de fout neemt toe naarmate de dwarskracht dichter bij de rand wordt berekend. Wanneer de dwarscontractiecoëfficiënt gelijk wordt gehouden aan 0, laat de dwarskracht geen stijging aan de rand zien.

8 Aanbevelingen

Aansluitend op dit onderzoek is er vervolgonderzoek mogelijk. Hieronder is een lijst weergegeven met mogelijke aanvullingen op dit onderzoek.

- Aan de rand van een vlakke plaat is een stijging van de dwarskracht waargenomen die extreem is in de hoekpunten. De gebruikte methode laat het niet toe om de dwarskracht helemaal in de hoekpunten te bepalen. Met een andere methode zou hier onderzoek naar kunnen worden gedaan om te bepalen of hier sprake is van singulariteit of dat er wel naar een exacte oplossing wordt geconvergeerd.
- Voor dit onderzoek werdt gebruik gemaakt van vlakke platen met twee verschillende afmetingen. Het aanpassen van de breedte en/of de dikte zorgde ervoor dat de orde van de fout veranderde. Hier werd op dat moment geen onderzoek naar gedaan maar vervolgonderzoek zou kunnen onderzoeken wat het effect is van het veranderen van de afmetingen op de orde van de fout.
- In meerdere varianten lijken de berekeningen in eerste instantie naar een oplossing te convergeren die net iets verschilt met de exacte oplossing. Wanneer deze oplossing dicht wordt benadert, beginnen de berekeningen richting de exacte oplossing te convergeren.
- In dit onderzoek is gebruik gemaakt van vierkante elementen maar met dezelfde element type kunnen ook driehoekige elementen worden gevormd. Er kan onderzoek worden gedaan naar wat de gevolgen zijn van het gebruik van driehoekige elementen.
- De nauwkeurigheid van schaalelementen kan met andere eindige elementen programma's worden onderzocht en vergeleken met Ansys en SCIA.

Literatuurlijst

Ansys tutorials. http://www.mece.ualberta.ca/tutorials/ansys/. Geraadpleegd april/mei 2016

De Jong, J.U. (2015). *De werkelijke nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys*. Delft.

Reddy, J.N. (1993). *An introduction to the finite element method 2nd ed*. Texas A&M University

Steenbergen, T.J.D.M. (2014). *Nauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer*. Delft.

Vicca, E.M.J. (2016). *Elementnauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer*. Delft.

Figuren en tabellen

Figuur 3.1 – Shell181
Figuur 3.2 – Shell281
Figuur 3.3 – Vlakke plaat met 2 kanten scharnierend opgelegd met locatie voor berekeningen
Figuur 3.4 – Verplaatsing, verschillende methode, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.5 – Moment, verschillende methode, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.6 – Dwarskracht, verschillende methode, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.7 – Dwarskracht, verschillende methode en verschillende v, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.8 – Verplaatsing, vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.9 – Moment, vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.10 – Dwarskracht, vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 3.11 – Vlakke plaat met 1 kant scharnierend en 1 kant ingeklemd met locaties voor berekeningen
Figuur 3.12 – Vlakke plaat met 2 inklemmingen naast elkaar met locatie voor berekeningen
Figuur 3.13 – Verschuiven omslagpunt MD naar MS bij de verplaatsing
Figuur 3.14 – Verschuiven van de momentenlijn
Figuur 3.15 – Momenten bij 4 kanten ingeklemd
Figuur 3.16 – Bovenaanzicht dwarskracht vlakke plaat
Figuur 3.17 – dwarskracht voor twee trajecten
Figuur 3.18 – Dwarskracht, traject van punt P tot hoek voor verschillende elementgroottes
Figuur 3.19 – Absolute fout dwarskracht logaritmisch uitgezet voor meerdere berekeningen dicht bij de hoek

Figuur 4.1 – Verplaatsing, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 4.2 – Moment, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 4.3 – Dwarskracht, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Figuur 5.1 – Cilinder met locatie voor berekeningen
Figuur 5.2 – Verplaatsing, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 5.3 – Ringkracht, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 5.4 – Membraankracht, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 5.5 – Moment, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 5.6 – Dwarskracht, Cilinder, scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Figuur 6.1 – Koepel met opening met locatie voor berekeningen
Figuur 6.2 – Verplaatsing, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 6.3 – Ringkracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Figuur 6.4 – Membraankracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 6.5 – Moment, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur 6.6 – Dwarskracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Figuur B1.1 – Verplaatsing, verschillende methode en verschillende v, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.2 – Moment, verschillende methode en verschillende v, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.3 – Verplaatsing, vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.4 – Moment, vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.5 – Dwarskracht, vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.6 – Verplaatsing, vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.7 – Moment, vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.8 – Dwarskracht, vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.9 – Verplaatsing, vlakke plaat, vier randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.10 – Moment, vlakke plaat, vier randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.11 – Dwarskracht, vlakke plaat, vier randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.12 – Verplaatsing, vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.13 – Moment, vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.14 – Dwarskracht, vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.15 – Verplaatsing, vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.16 – Moment, vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.17 – Dwarskracht, vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B1.18 – Verplaatsing, vlakke plaat, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B1.19 – Moment, vlakke plaat, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand

Figuur B2.1 – Verplaatsing, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B2.2 – Moment, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B2.3 – Dwarskracht, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B2.4 – Verplaatsing, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B2.5 – Moment, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, (a) genormaliseerde waarde, (b)

absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B2.6 – Dwarskracht, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Figuur B3.1 – Verplaatsing, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.2 – Ringkracht, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.3 – Membraankracht, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.4 – Moment, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.5 – Dwarskracht, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.6 – Verplaatsing, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.7 – Ringkracht, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.8 – Membraankracht, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.9 – Moment, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.10 – Dwarskracht, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B3.11 – Verplaatsing, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B3.12 – Ringkracht, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B3.13 – Membraankracht, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B3.14 – Moment, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B3.15 – Dwarskracht, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand

Figuur B4.1 – Verplaatsing, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.2 – Ringkracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.3 – Membraankracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.4 – Moment, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.5 – Moment, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.6 – Verplaatsing, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.7 – Ringkracht, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.8 – Membraankracht, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.9 – Moment, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.10 – Dwarskracht, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch
Figuur B4.11 – Verplaatsing, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B4.12 – Ringkracht, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot

de rand
Figuur B4.13 – Membraankracht, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B4.14 – Moment, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand
Figuur B4.15 – Dwarskracht, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand

Tabel 3.1 – Elementverdeling vlakke plaat
Tabel 3.2 – Verplaatsing, verschillende methode
Tabel 3.3 – Moment, verschillende methode
Tabel 3.4 – Dwarskracht, verschillende methode
Tabel 3.5 – Maximale waarde, v=0
Tabel 3.6 – vaste punt, v=0
Tabel 3.7 – Vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, vierknoopselementen
Tabel 3.8 – Vlakke plaat, twee korte randen scharnierend opgelegd, achtknoopselementen
Tabel 3.9 – Resultaten vlakke plaat, manier van convergeren
Tabel 3.10 – Resultaten vlakke plaat, orde van de fout
Tabel 3.11 – Vlakke plaat, orde van de fout steeds dichter bij de rand

Tabel 4.1 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, Ansys, vierknoopselementen
Tabel 4.2 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, Ansys, achtknoopselementen
Tabel 4.3 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 100mm, SCIA
Tabel 4.4 – Resultaten vergelijking tussen Ansys en SCIA, manier van convergeren
Tabel 4.5 – Resultaten vergelijking tussen Ansys en SCIA, orde van de fout

Tabel 5.1 – Elementverdeling cilinder
Tabel 5.2 – Cilinder, scharnierend opgelegd, vierknoopselementen
Tabel 5.3 – Cilinder, scharnierend opgelegd, achtknoopselementen
Tabel 5.4 – Resultaten cilinder, manier van convergeren
Tabel 5.5 – Resultaten cilinder, orde van de fout
Tabel 5.6 – Cilinder, orde van de fout steeds dichter bij de rand

Tabel 6.1 – Elementverdeling koepel met opening
Tabel 6.2 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, vierknoopselementen
Tabel 6.3 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant, vierknoopselementen
Tabel 6.4 – Resultaten koepel met opening, manier van convergeren
Tabel 6.5 – Resultaten koepel met opening, orde van de fout
Tabel 6.6 – Koepel met opening, orde van de fout steeds dichter bij de rand

Tabel B1.1 – Vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, vierknoopselementen
Tabel B1.2 – Vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, achtknoopselementen
Tabel B1.3 – Vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, vierknoopselementen
Tabel B1.4 – Vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, achtknoopselementen
Tabel B1.5 – Vlakke plaat, vier randen ingeklemd, vierknoopselementen
Tabel B1.6 – Vlakke plaat, vier randen ingeklemd, achtknoopselementen
Tabel B1.7 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant scharnierend, vierknoopselementen
Tabel B1.8 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant scharnierend, achtknoopselementen
Tabel B1.9 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant ingeklemd, vierknoopselementen
Tabel B1.10 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant ingeklemd, achtknoopselementen

Tabel B1.11 – Vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, vierknoopselementen
Tabel B1.12 – Vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, achtknoopselementen

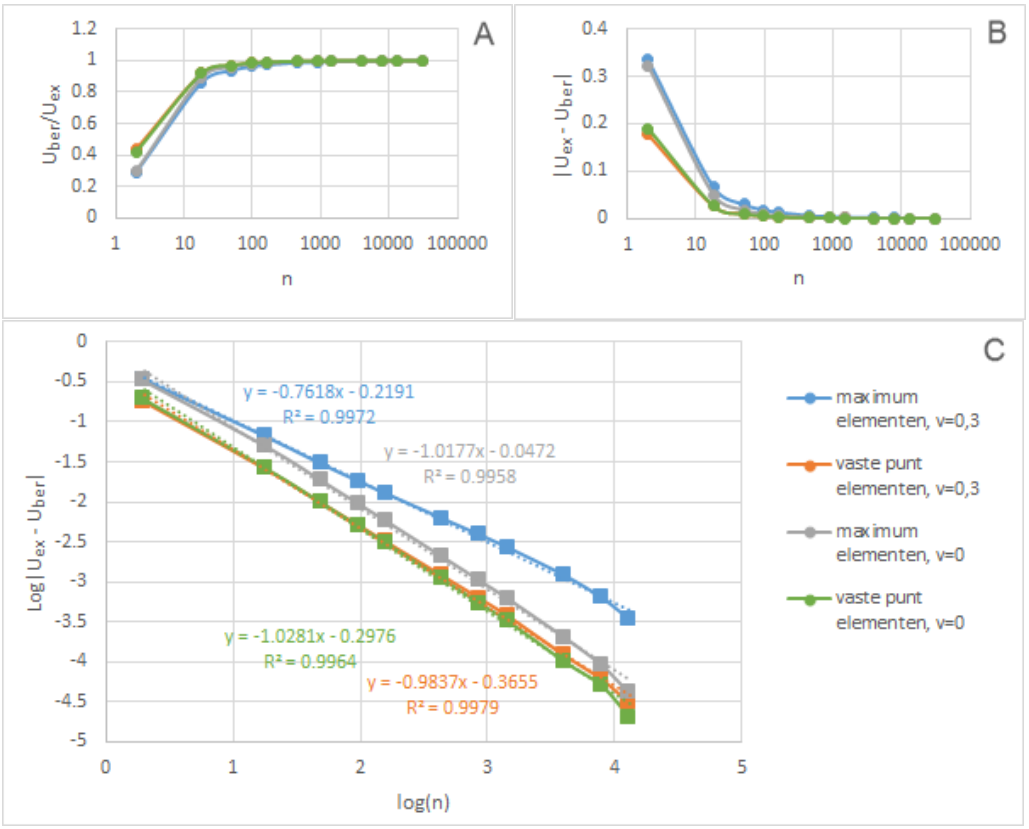
Tabel B2.1 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, Ansys, vierknoopselementen
Tabel B2.2 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, Ansys, achtknoopselementen
Tabel B2.3 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, SCIA
Tabel B2.4 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, Ansys, vierknoopselementen
Tabel B2.5 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, Ansys, achtknoopselementen
Tabel B2.6 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, SCIA

Tabel B3.1 – Cilinder, ingeklemd, vierknoopselementen
Tabel B3.2 – Cilinder, ingeklemd, achtknoopselementen
Tabel B3.3 – Cilinder, roloplegging, vierknoopselementen
Tabel B3.4 – Cilinder, roloplegging, achtknoopselementen

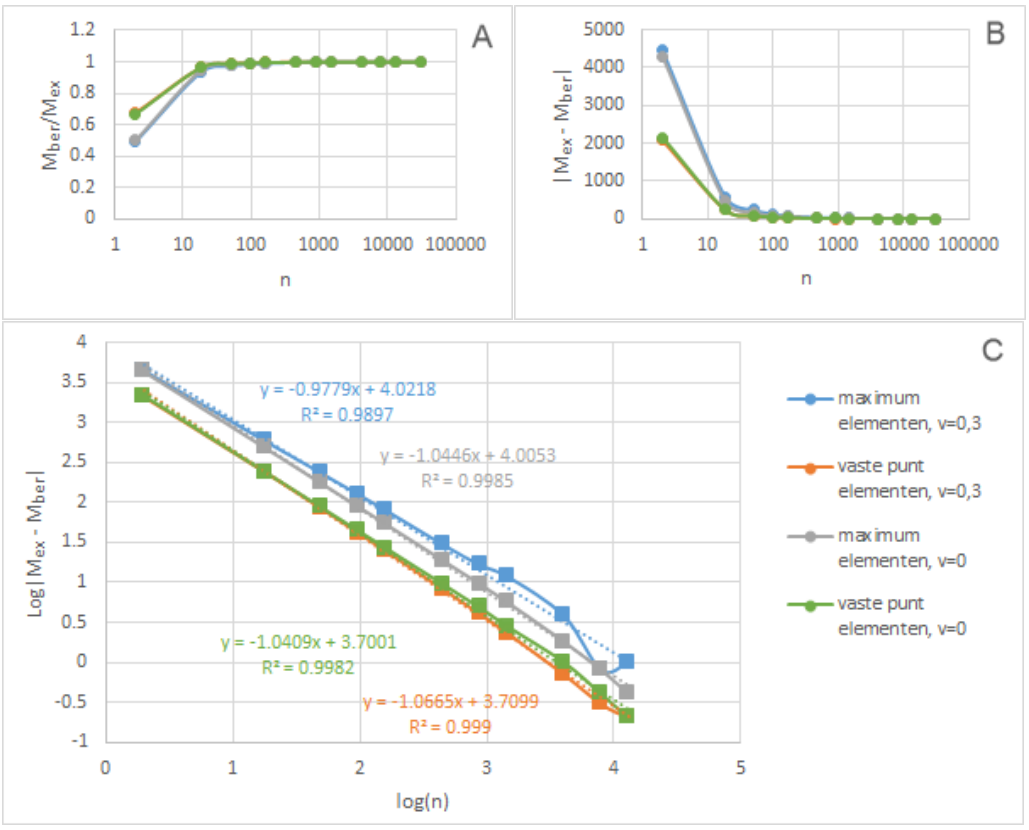
Tabel B4.1 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, vierknoopselementen
Tabel B4.2 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, achtknoopselementen
Tabel B4.3 – Koepel met opening, roloplegging, vierknoopselementen
Tabel B4.4 – Koepel met opening, roloplegging, achtknoopselementen

Bijlage 1 – Vlakke plaat

Bijlage 1.1 – Vlakke plaat, Poission's ratio, resultaten en grafieken



Figuur B1.1 – Verplaatsing, verschillende methode en verschillende v, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.2 – Moment, verschillende methode en verschillende v, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

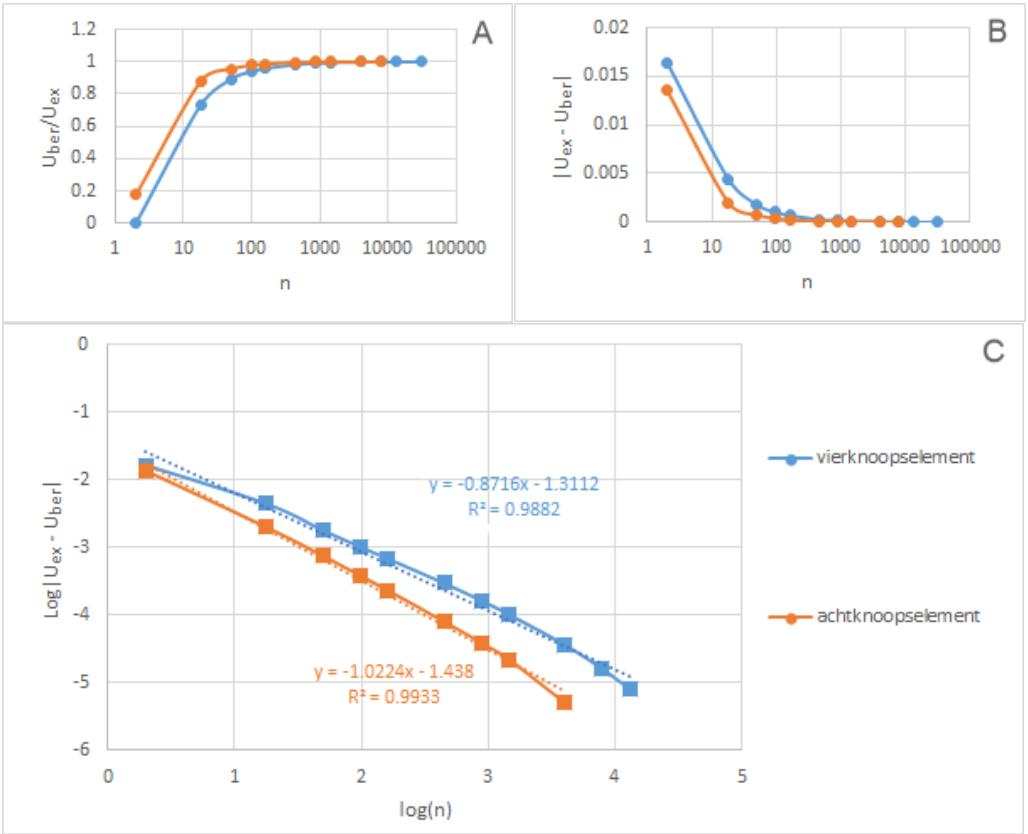
Bijlage 1.2 – Vlakke plaat, 4 randen scharnierend opgelegd, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	0	0	0
18	-0,01206	1320,1	1,0892
50	-0,01468	1374,2	0,66078
98	-0,015442	1391,5	0,90741
162	-0,015782	1400,5	0,87637
450	-0,016167	1413,2	0,89212
882	-0,016298	1418,6	0,89343
1458	-0,01636	1421,4	0,89356
4050	-0,016426	1424,5	0,89333
7938	-0,016446	1425,5	0,89318
13122	-0,016454	1425,9	0,89311
31250	-0,016462	1426,3	0,89304

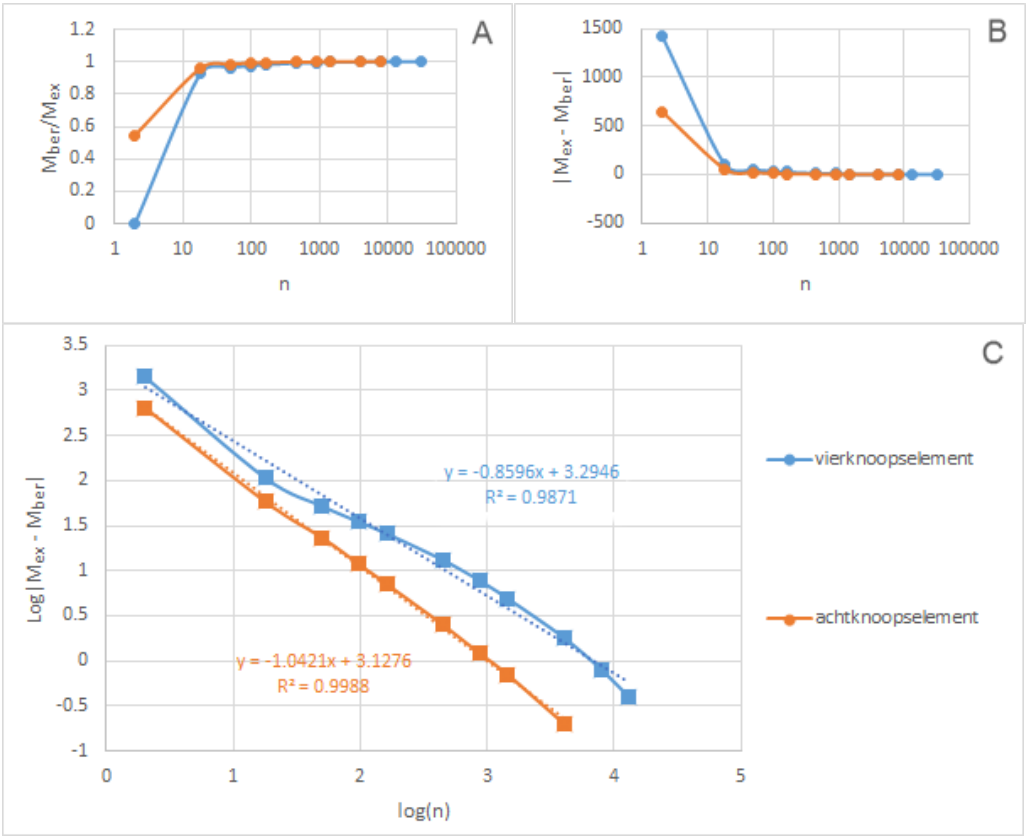
Tabel B1.1 – Vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,0028797	779,04	1,2949
18	-0,014481	1368,5	0,49034
50	-0,015714	1403,2	0,76261
98	-0,01608	1414,7	0,87836
162	-0,016232	1419,4	0,89244
450	-0,016383	1424	0,89299
882	-0,016424	1425,3	0,89298
1458	-0,016441	1425,8	0,89298
4050	-0,016458	1426,3	0,89298
7938	-0,016463	1426,5	0,89298

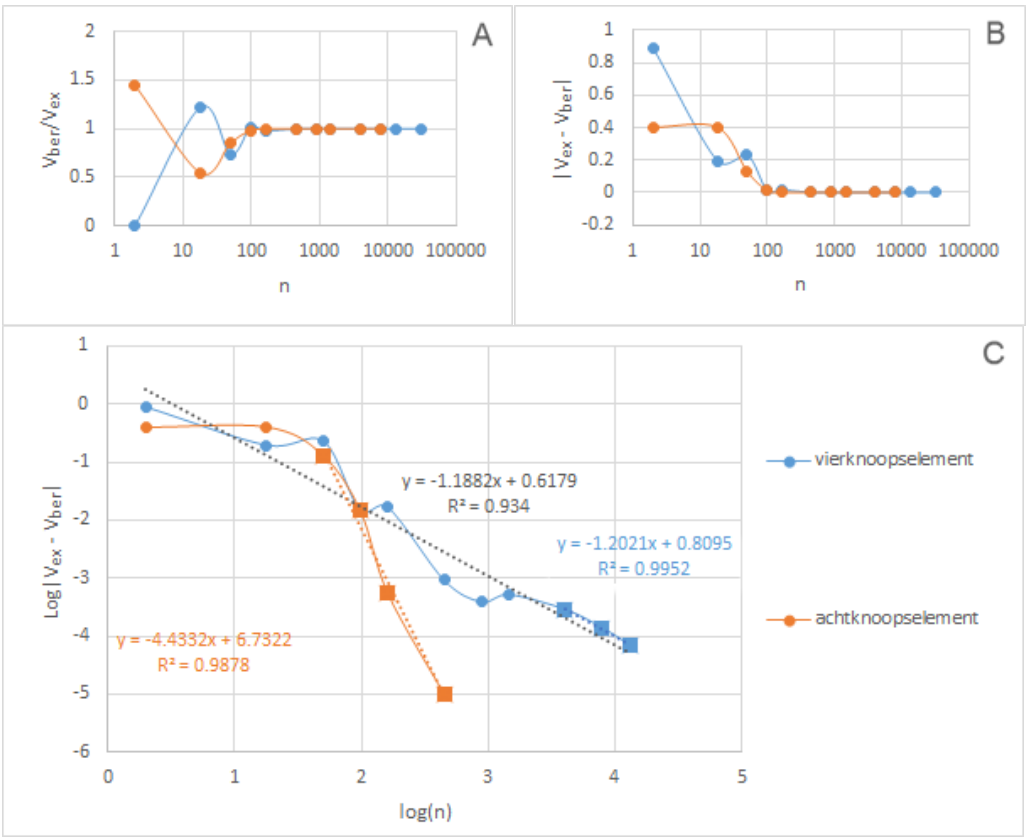
Tabel B1.2 – Vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, achtknoopselementen



Figuur B1.3 – Verplaatsing, vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.4 – Moment, vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.5 – Dwarskracht, vlakke plaat, vier randen scharnierend opgelegd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

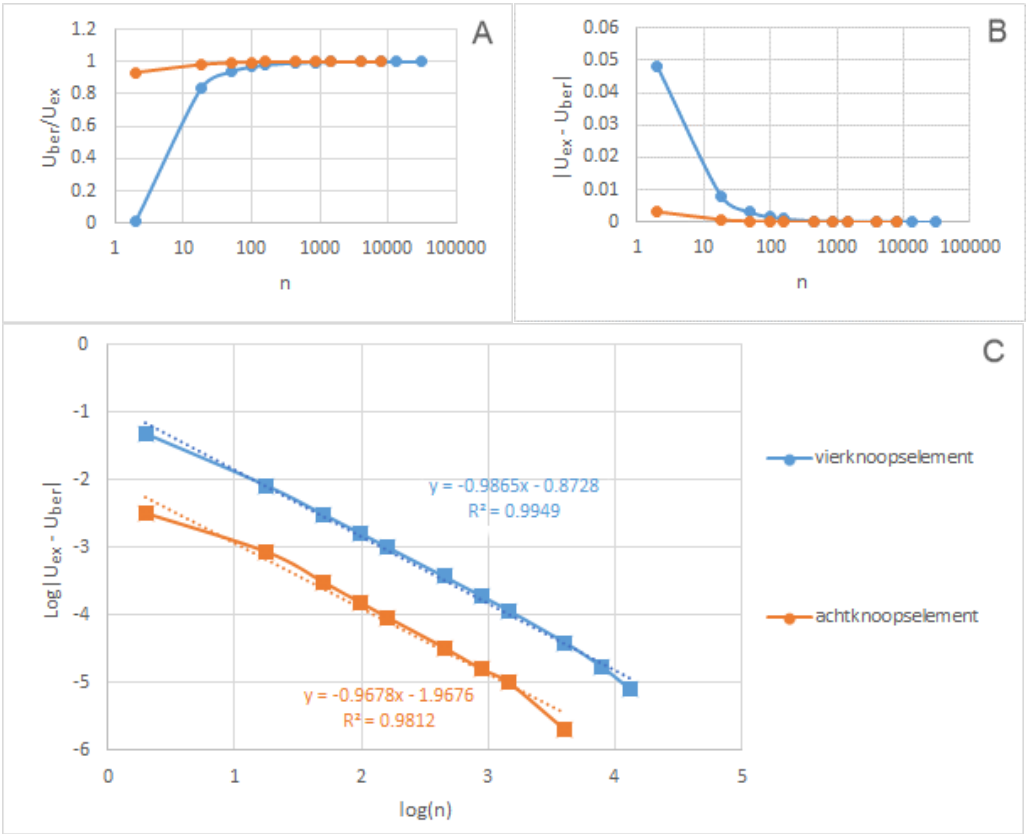
Bijlage 1.3 – Vlakke plaat, 2 korte randen ingeklemd, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,00064014	1,61E-13	5,7368
18	-0,040486	641,15	4,4737
50	-0,045558	668,87	5,4704
98	-0,047025	661,5	5,297
162	-0,047644	661,25	5,3833
450	-0,048271	664,61	5,375
882	-0,04845	665,78	5,3721
1458	-0,048526	666,28	5,3706
4050	-0,048603	666,77	5,369
7938	-0,048625	666,92	5,3685
13122	-0,048634	666,98	5,3683
31250	-0,048642	667,03	5,3681

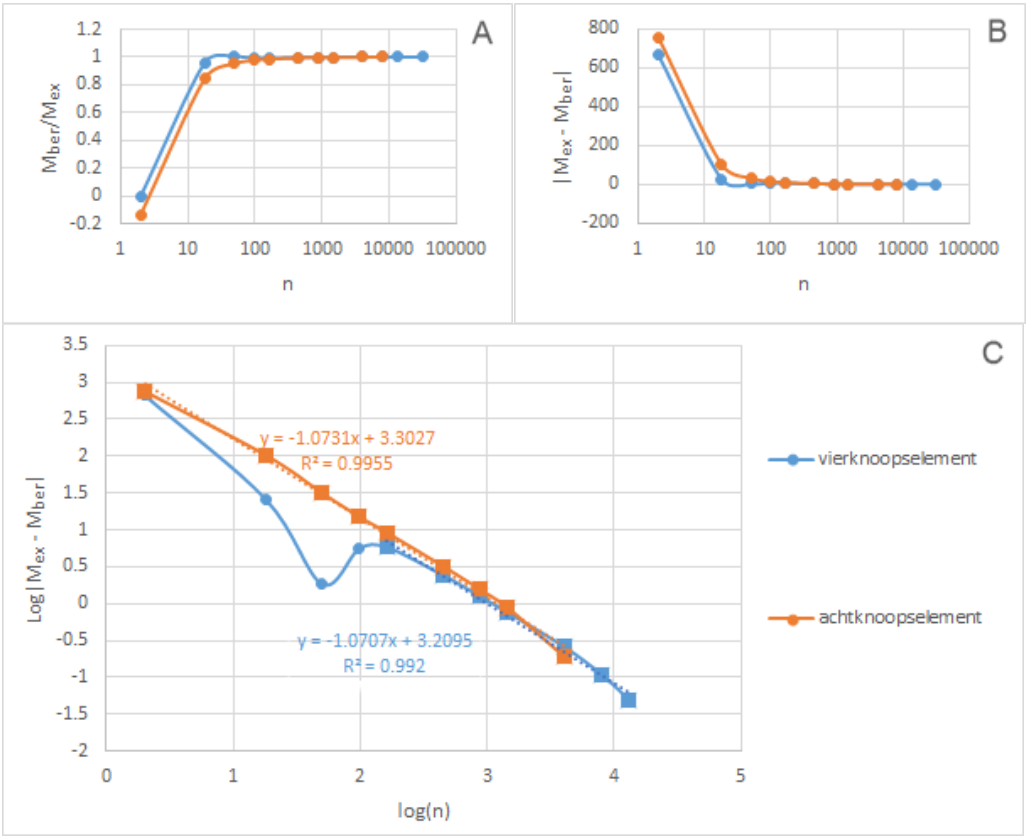
Tabel B1.3 – Vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,045435	-89,321	5,7368
18	-0,047787	563,94	6,5025
50	-0,048338	635,3	5,5751
98	-0,048492	651,73	5,3809
162	-0,048554	657,68	5,3678
450	-0,048613	663,68	5,3673
882	-0,04863	665,33	5,3676
1458	-0,048636	666,01	5,3677
4050	-0,048644	666,69	5,3679
7938	-0,048646	666,88	5,3679

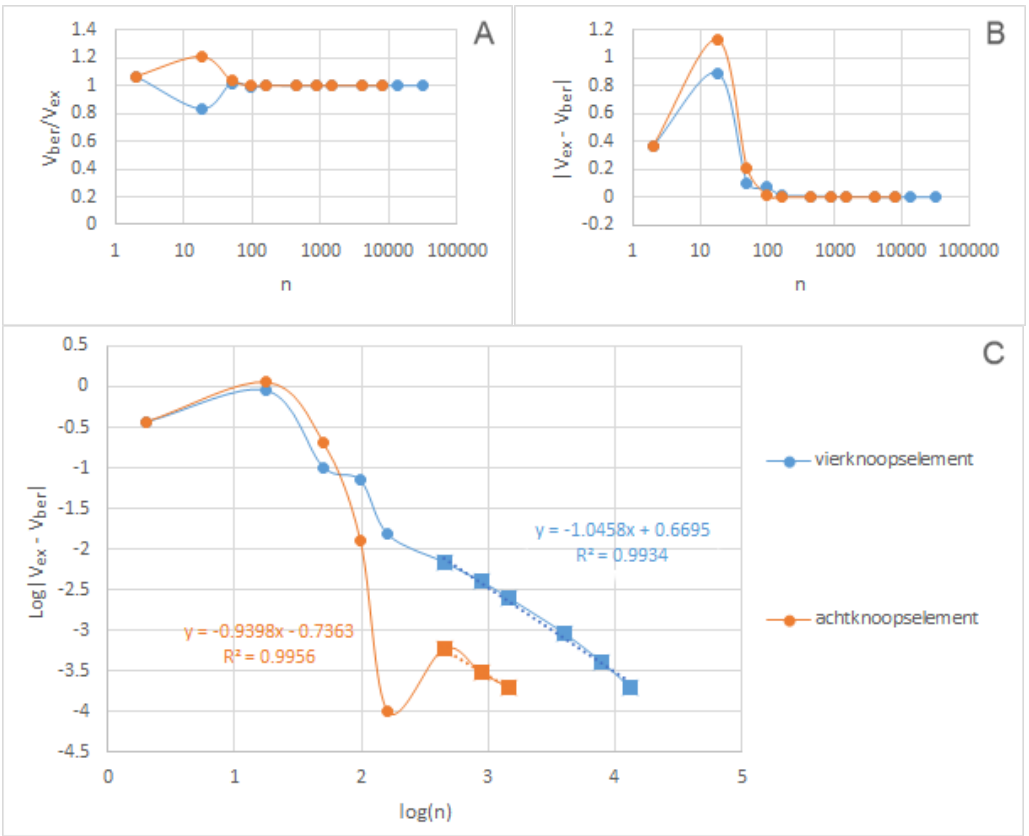
Tabel B1.4 – Vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, achtknoopselementen



Figuur B1.6 – Verplaatsing, vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.7 – Moment, vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



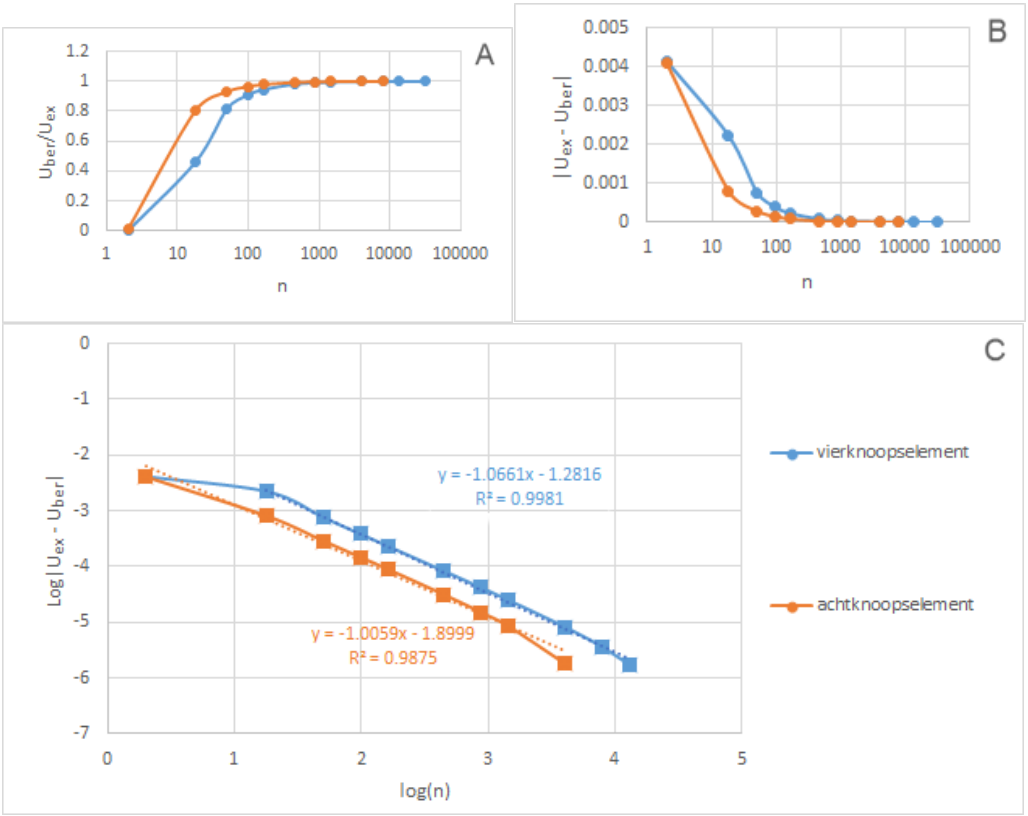
Figuur B1.8 – Dwarskracht, vlakke plaat, twee korte randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	0	0	0
18	-0,0019026	564,12	-0,19041
50	-0,0033665	558,15	0,36969
98	-0,0037444	555,99	0,3924
162	-0,003898	554,84	0,42929
450	-0,0040477	553,64	0,45757
882	-0,0040889	553,31	0,46557
1458	-0,0041059	553,17	0,46884
4050	-0,0041225	553,04	0,47205
7938	-0,0041271	553,01	0,47293
13122	-0,004129	552,99	0,47329
31250	-0,0041307	552,98	0,47361

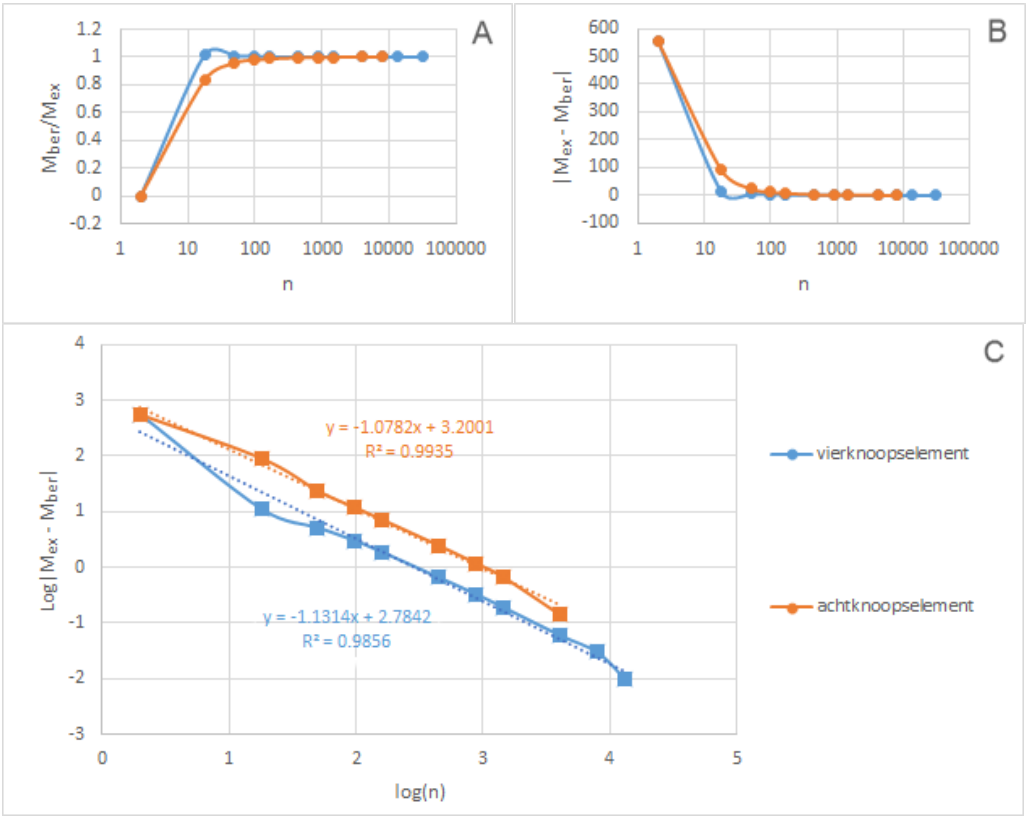
Tabel B1.5 – Vlakke plaat, vier randen ingeklemd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,000048011	-4,1541E-16	1,1474
18	-0,0033239	462,39	0,67116
50	-0,0038394	529,31	0,48484
98	-0,0039815	540,95	0,47524
162	-0,0040403	545,71	0,47395
450	-0,0040987	550,36	0,47384
882	-0,0041149	551,64	0,47384
1458	-0,0041216	552,16	0,47384
4050	-0,0041282	552,68	0,47384
7938	-0,00413	552,82	0,47384

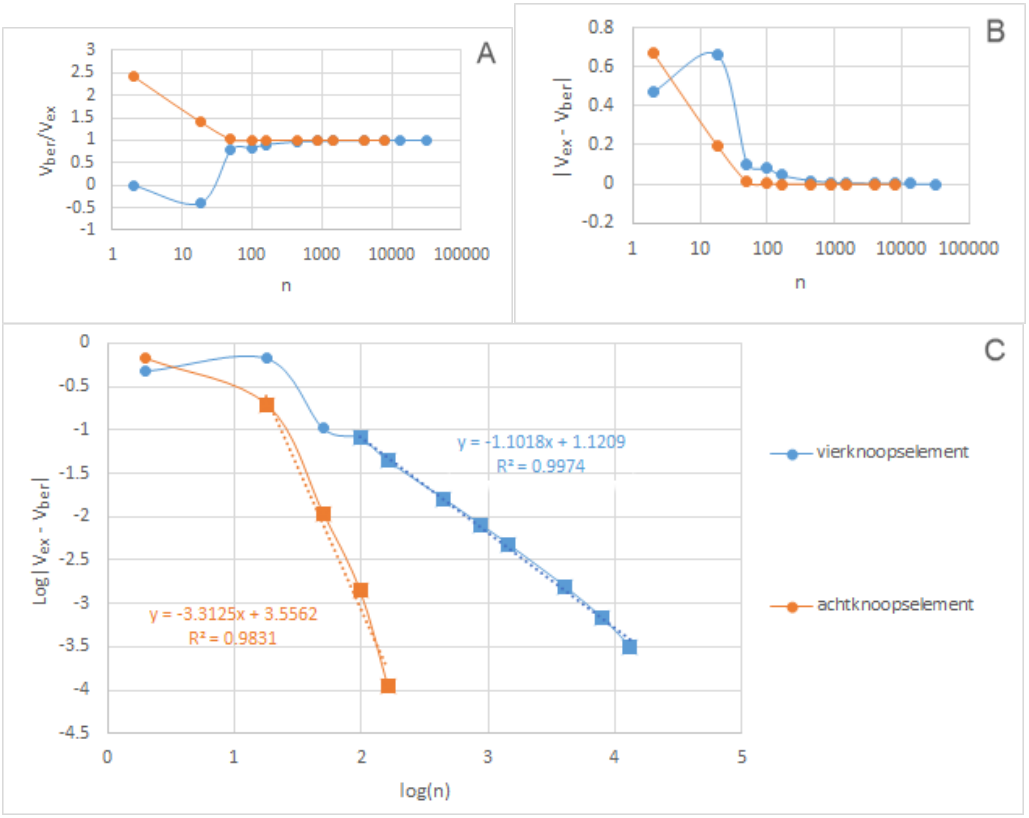
Tabel B1.6 – Vlakke plaat, vier randen ingeklemd, achtknoopselementen



Figuur B1.9 – Verplaatsing, vlakke plaat, vier randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.10 – Moment, vlakke plaat, vier randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.11 – Dwarskracht, vlakke plaat, vier randen ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Bijlage 1.5 – Vlakke plaat, 1 rand scharnierend opgelegd en 1 rand ingeklemd, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,027852	-908.28	8,0527
18	-0,072667	-66,614	6,5977
50	-0,078424	-56,005	8,1937
98	-0,0801	-74,991	7,9458
162	-0,080816	-77,287	8,087
450	-0,08155	-73,665	8,0806
882	-0,081767	-72,146	8,078
1458	-0,081859	-71,469	8,0766
4050	-0,081954	-70,751	8,075
7938	-0,081981	-70,536	8,0745
13122	-0,081993	-70,444	8,0743
31250	-0,082003	-70,358	8,0741

Tabel B1.7 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant scharnierend, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,089277	-923,7	8,697
18	-0,082053	-192,53	9,8646
50	-0,082022	-105,4	8,3999
98	-0,08202	-86,957	8,095
162	-0,082017	-80,56	8,0741
450	-0,082012	-74,007	8,0731
882	-0,082011	-72,209	8,0735
1458	-0,08201	-71,463	8,0736
4050	-0,08201	-70,722	8,0738
7938	-0,082011	-70,514	8,0739

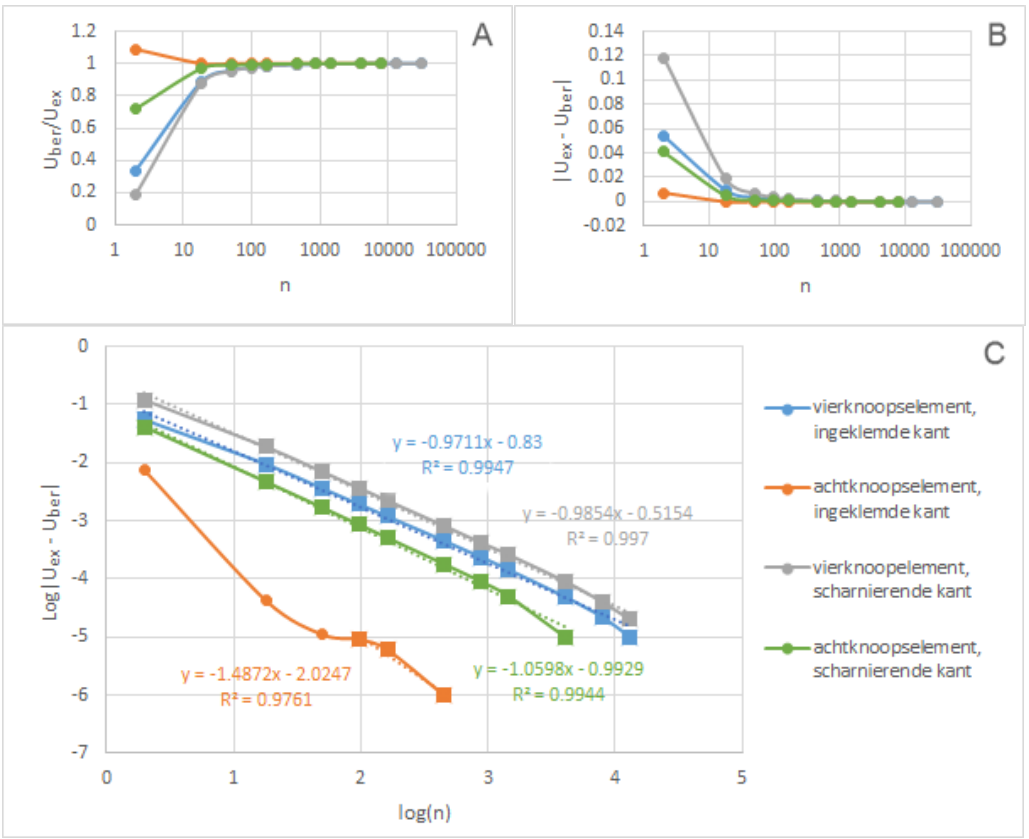
Tabel B1.8 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant scharnierend, achtknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,027852	2565,6	-3,4209
18	-0,12791	4002,3	-1,9016
50	-0,1395	4131,6	-2,5648
98	-0,14281	4167,7	-2,3443
162	-0,14419	4181,8	-2,3892
450	-0,14559	4195,5	-2,3825
882	-0,14599	4199	-2,3829
1458	-0,14615	4200,4	-2,3833
4050	-0,14632	4201,7	-2,384
7938	-0,14637	4202,1	-2,3842
13122	-0,14639	4202,2	-2,3843
31250	-0,14641	4202,3	-2,3844

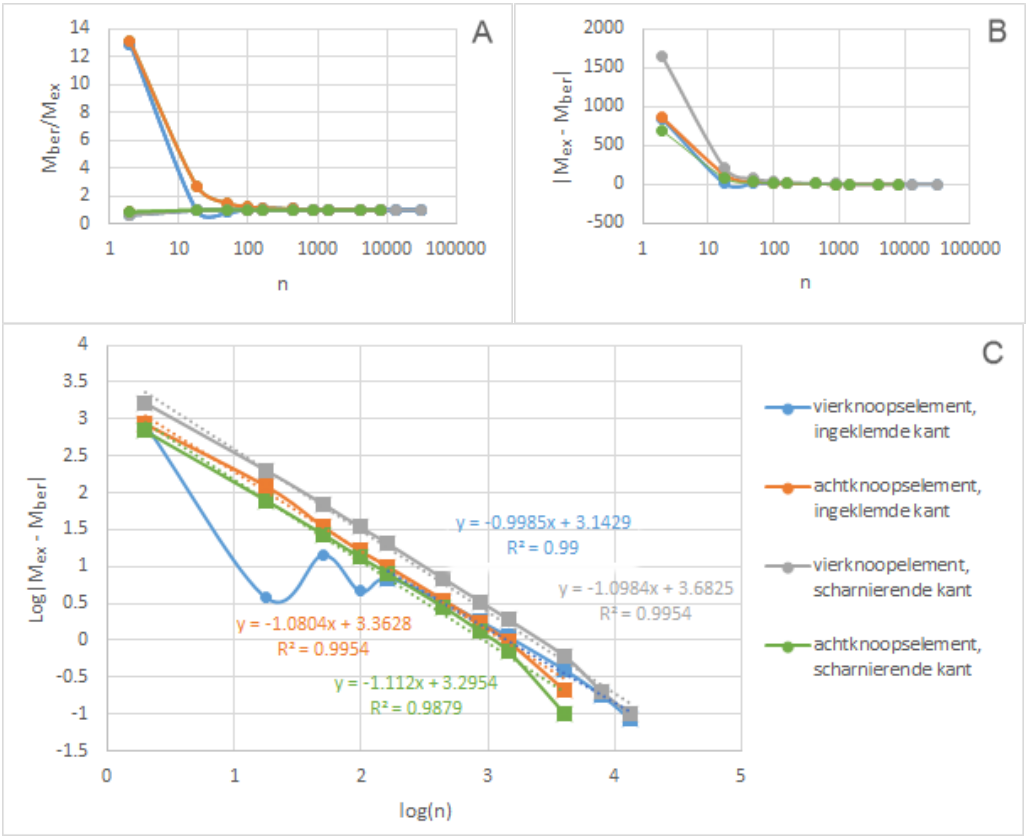
Tabel B1.9 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant ingeklemd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,10554	3516,6	-2,7766
18	-0,14174	4124,1	-2,7628
50	-0,14473	4174,8	-2,5297
98	-0,14556	4188,7	-2,3994
162	-0,1459	4194,1	-2,3846
450	-0,14623	4199,4	-2,3843
882	-0,14632	4200,9	-2,3844
1458	-0,14636	4201,5	-2,3844
4050	-0,1464	4202,1	-2,3845
7938	-0,14641	4202,2	-2,3845

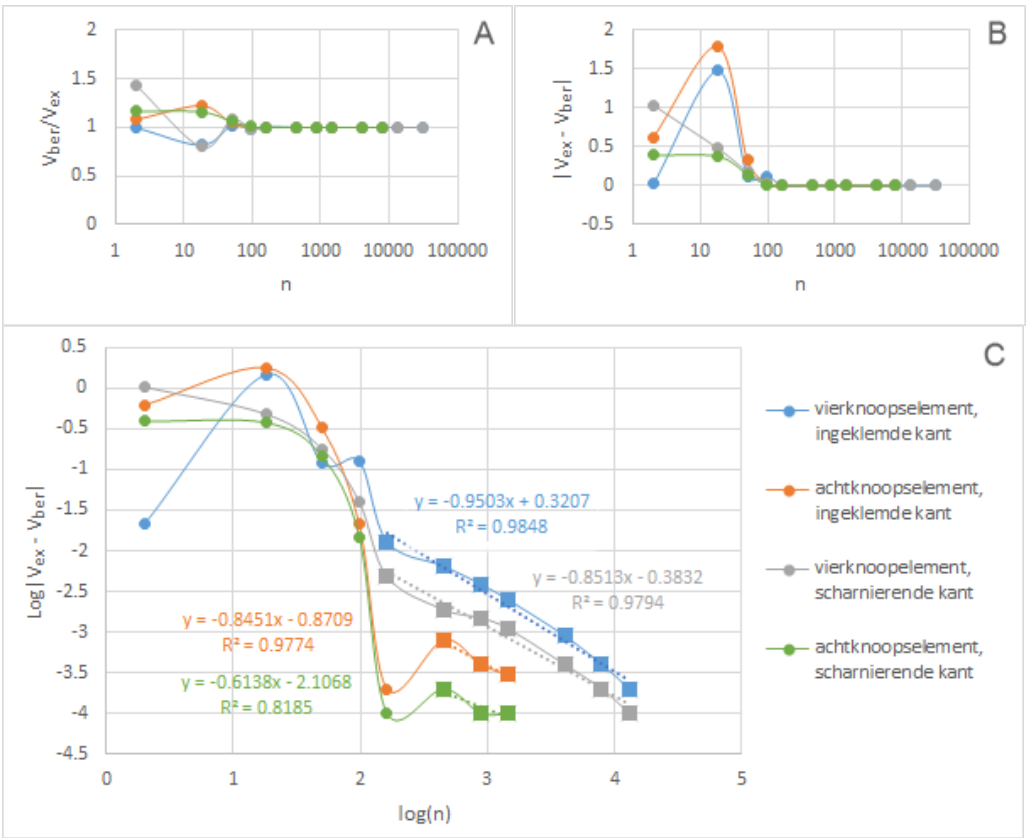
Tabel B1.10 – Vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, kant ingeklemd, achtknoopselementen



Figuur B1.12 – Verplaatsing, vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.13 – Moment, vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B1.14 – Dwarskracht, vlakke plaat, één korte rand scharnierend opgelegd en één korte kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

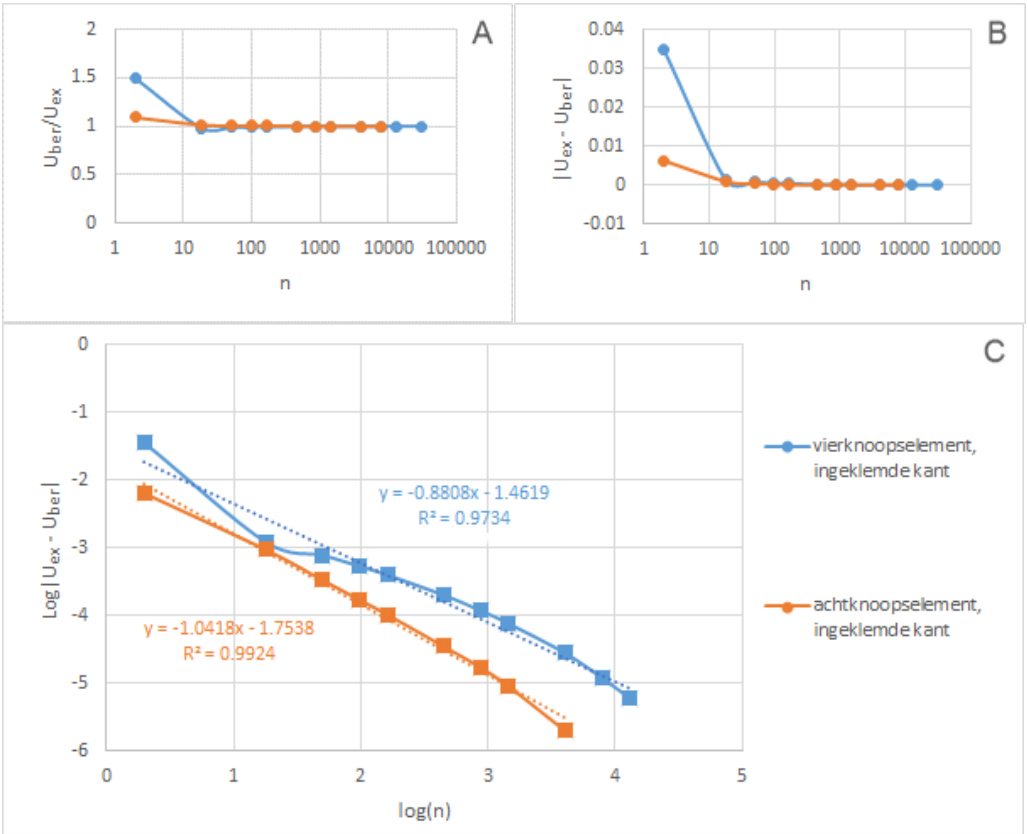
Bijlage 1.6 – Vlakke plaat, 2 randen naast elkaar ingeklemd, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,10648	-3189,7	0,20388
18	-0,070326	-1321,4	-1,1633
50	-0,070753	-1214,1	-0,34126
98	-0,070994	-1197,5	-0,54
162	-0,071131	-1189,4	-0,50766
450	-0,071327	-1182,3	-0,5142
882	-0,071409	-1181,6	-0,51344
1458	-0,071451	-1181,8	-0,51303
4050	-0,071499	-1182,4	-0,51254
7938	-0,071515	-1182,6	-0,51239
13122	-0,071521	-1182,7	-0,51232
31250	-0,071527	-1182,8	-0,51226

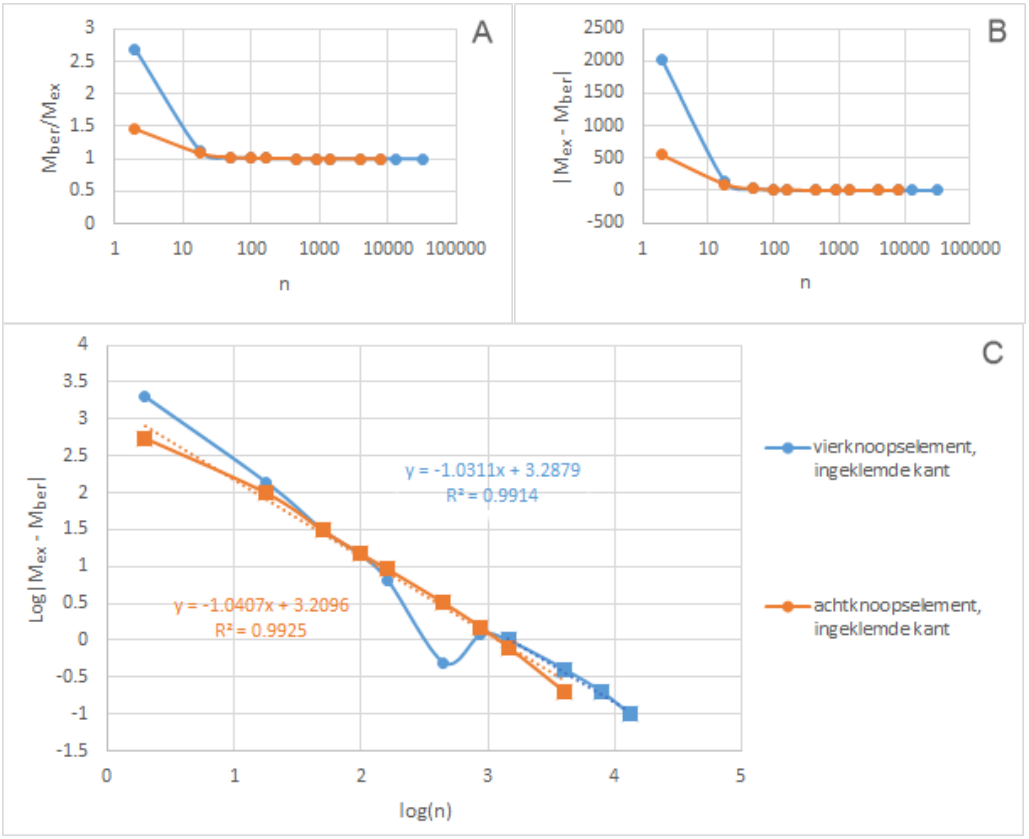
Tabel B1.11 – Vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-0,07782	-1729,3	0,039766
18	-0,072462	-1282,1	-0,30639
50	-0,071866	-1214	-0,40318
98	-0,071703	-1198,3	-0,49902
162	-0.071636	-1192,3	-0,51264
450	-0,071568	-1186,3	-0,51248
882	-0,07155	-1184,6	-0,51236
1458	-0,071542	-1183,9	-0,5123
4050	-0,071535	-1183,3	-0,51225
7938	-0,071533	-1183,1	-0,51223

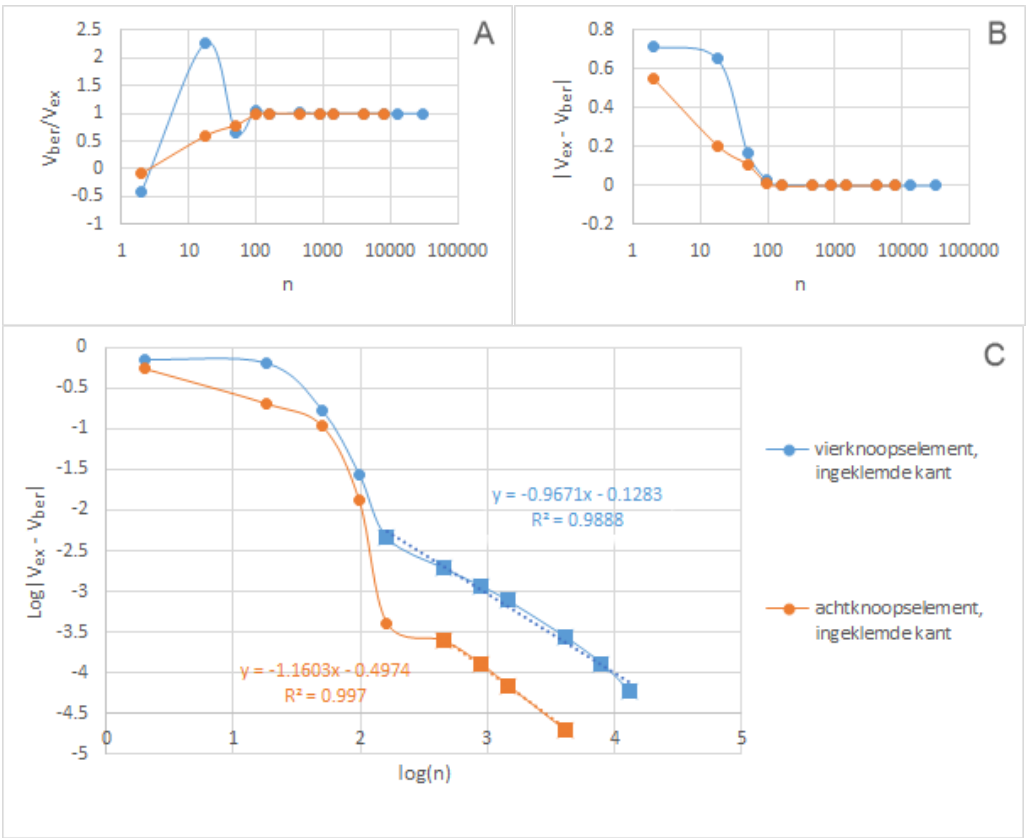
Tabel B1.12 – Vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, achtknoopselementen



Figuur B1.15 – Verplaatsing, vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

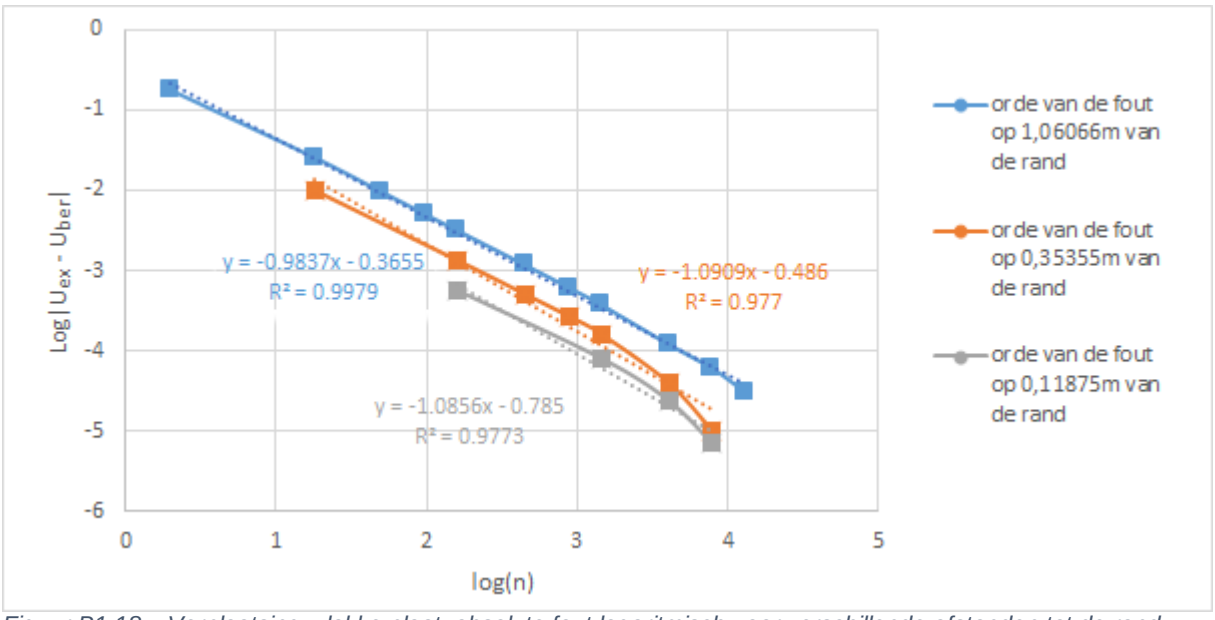


Figuur B1.16 – Moment, vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

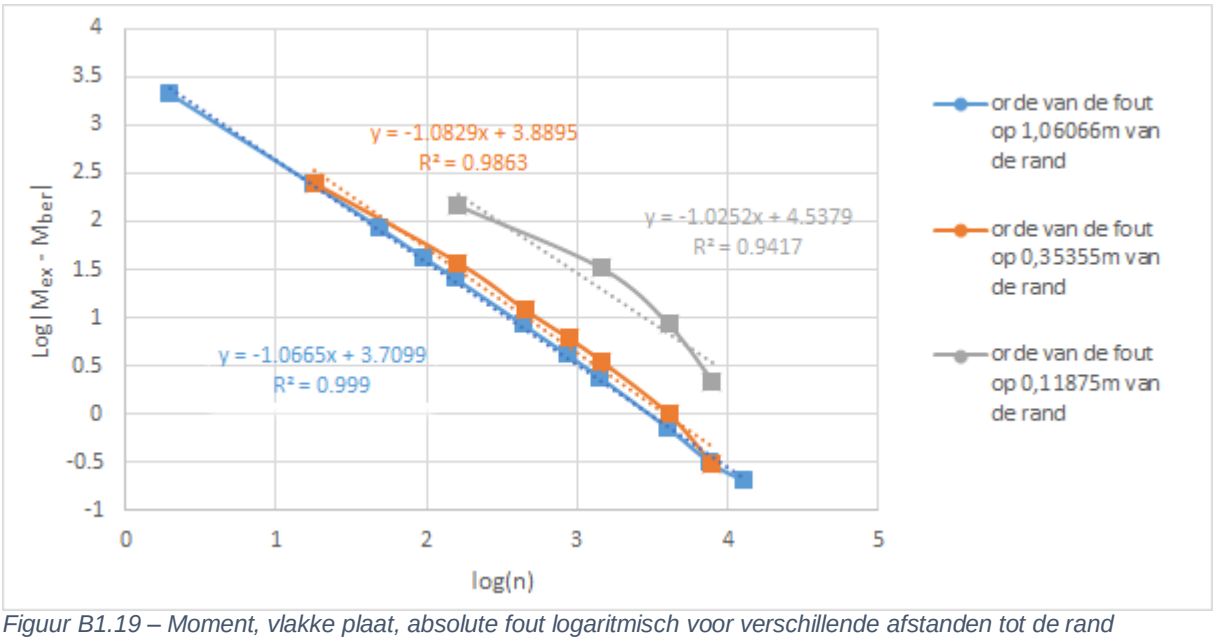


Figuur B1.17 – Dwarskracht, vlakke plaat, één korte rand ingeklemd en één lange kant ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Bijlage 1.7 – Vlakke plaat, orde van de fout aan de rand



Figuur B1.18 – Verplaatsing, vlakke plaat, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B1.19 – Moment, vlakke plaat, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand

Bijlage 2 – Vergelijking tussen Ansys en SCIA

Bijlage 2.1 – Vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-13,831	430,26	0,57368
18	-28,345	610,8	0,38358
50	-29,949	626,7	0,53253
98	-30,399	631,05	0,47342
162	-30,585	632,82	0,49583
450	-30,768	634,56	0,49046
882	-30,819	635,03	0,49075
1458	-30,84	635,22	0,49079
4050	-30,86	635,41	0,49084
7938	-30,866	635,45	0,49087
13122	-30,869	635,46	0,49088
31250	-30,872	635,47	0,4909

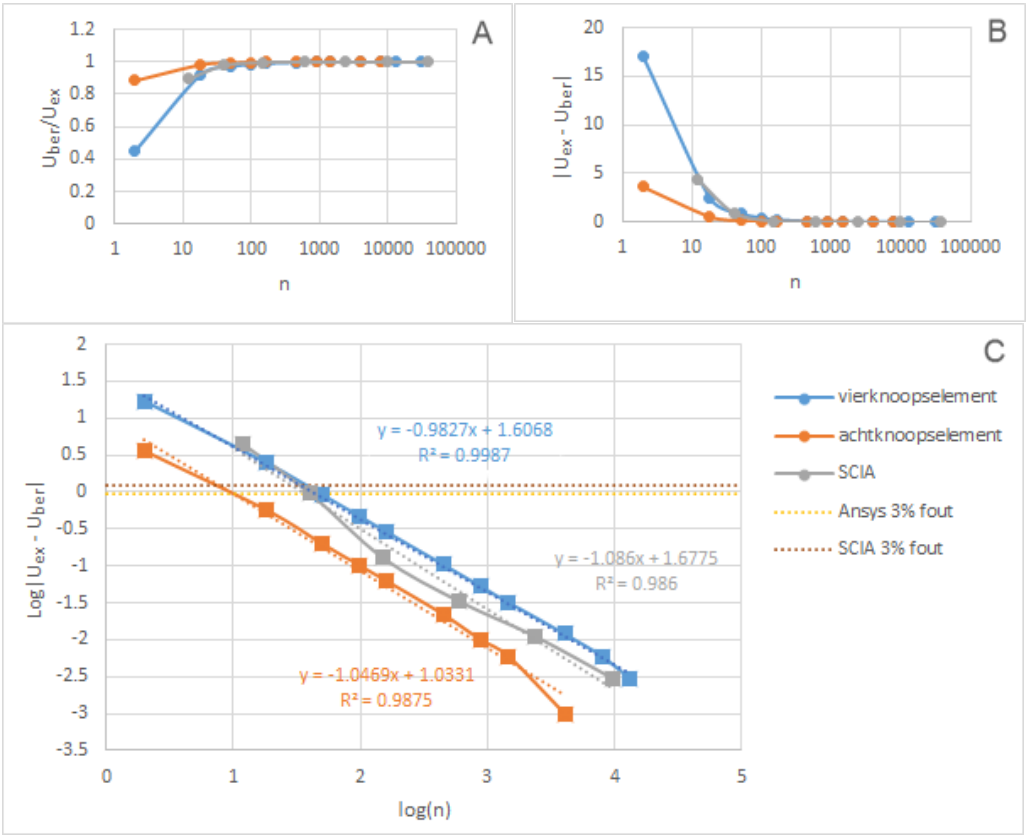
Tabel B2.1 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, Ansys, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-27,263	573,68	0,57368
18	-30,295	623,55	0,89083
50	-30,673	632,68	0,56611
98	-30,771	634,11	0,58531
162	-30,811	634,66	0,57742
450	-30,851	635,17	0,53992
882	-30,863	635,31	0,50315
1458	-30,867	635,36	0,49221
4050	-30,872	635,42	0,49089
7938	-30,873	635,43	0,49089

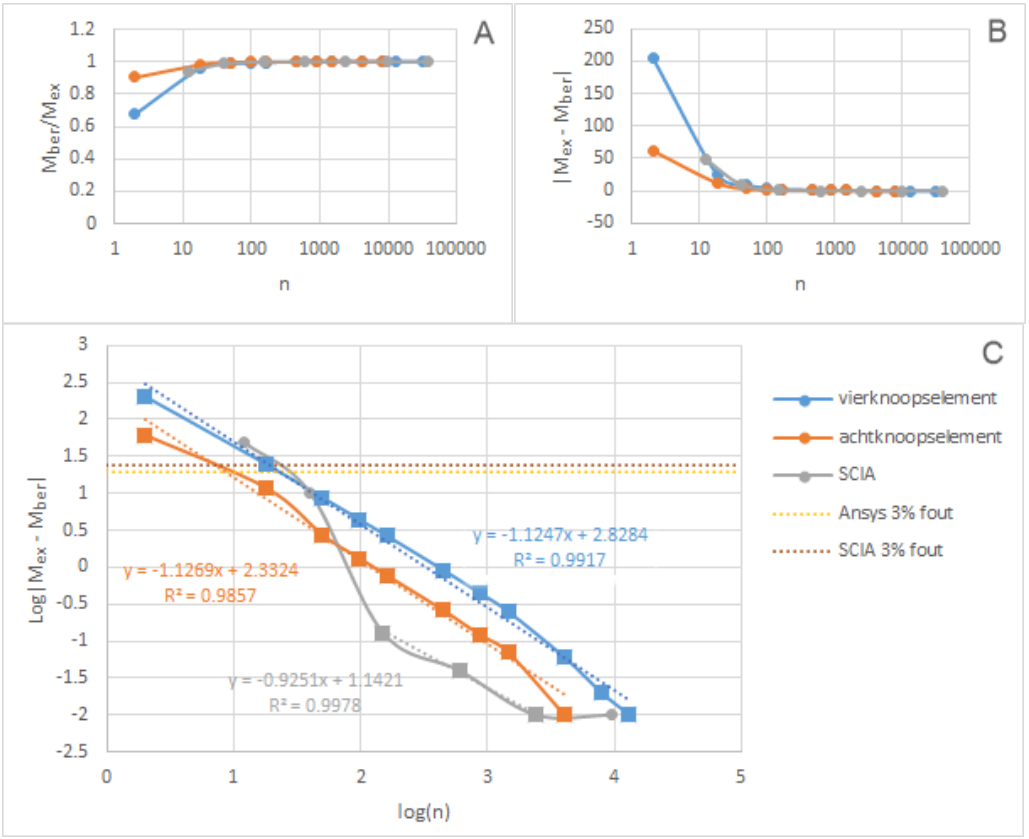
Tabel B2.2 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, Ansys, achtknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
12	-37.26	771.18	0.1473
40	-40.739	810.23	0.19112
150	-41.57	820.45	0.19411
600	-41.666	820.36	0.19505
2400	-41.688	820.33	0.19528
9600	-41.696	820.33	0.195348
38400	-41.699	820.32	0.195353

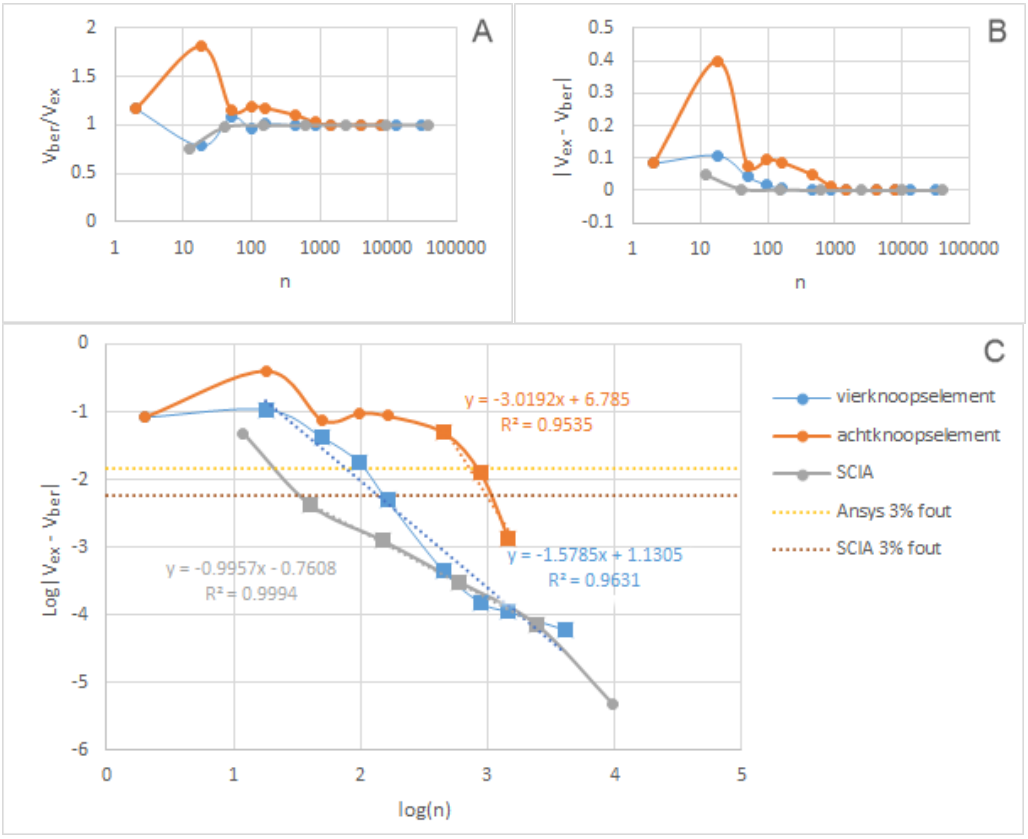
Tabel B2.3 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, SCIA



Figuur B2.1 – Verplaatsing, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B2.2 – Moment, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B2.3 – Dwarskracht, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 10mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Bijlage 2.2 – Vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-55,32	215,13	0,28684
18	-113,38	305,4	0,19181
50	-119,79	313,35	0,26629
98	-121,59	315,52	0,23668
162	-122,34	316,41	0,24793
450	-123,07	317,28	0,24522
882	-123,27	317,52	0,24537
1458	-123,35	317,62	0,24538
4050	-123,44	317,71	0,24541
7938	-123,46	317,74	0,24541
13122	-123,47	317,75	0,24542
31250	-123,48	317,75	0,24542

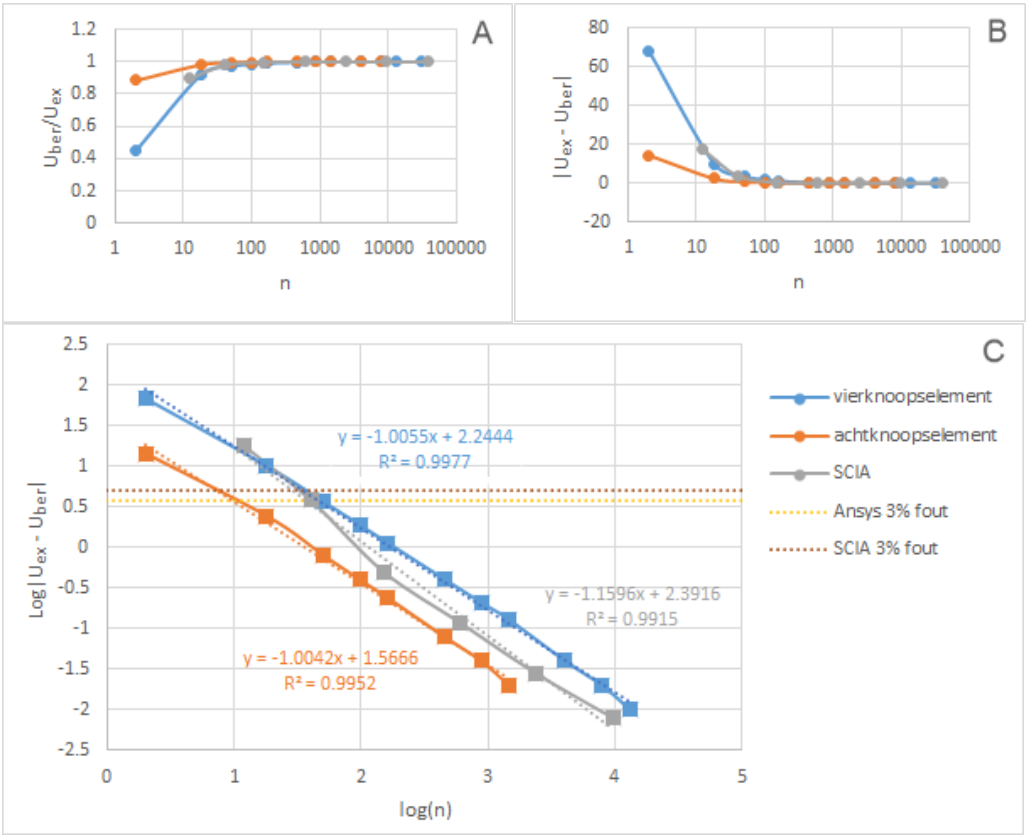
Tabel B2.4 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, Ansys, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
2	-109,05	286,84	0,28684
18	-121,03	309,55	0,59405
50	-122,67	316,25	0,27469
98	-123,08	317,07	0,29445
162	-123,24	317,34	0,29194
450	-123,4	317,61	0,28519
882	-123,44	317,68	0,27049
1458	-123,46	317,7	0,25586
4050	-123,48	317,73	0,24549
7938	-123,48	317,74	0,24543

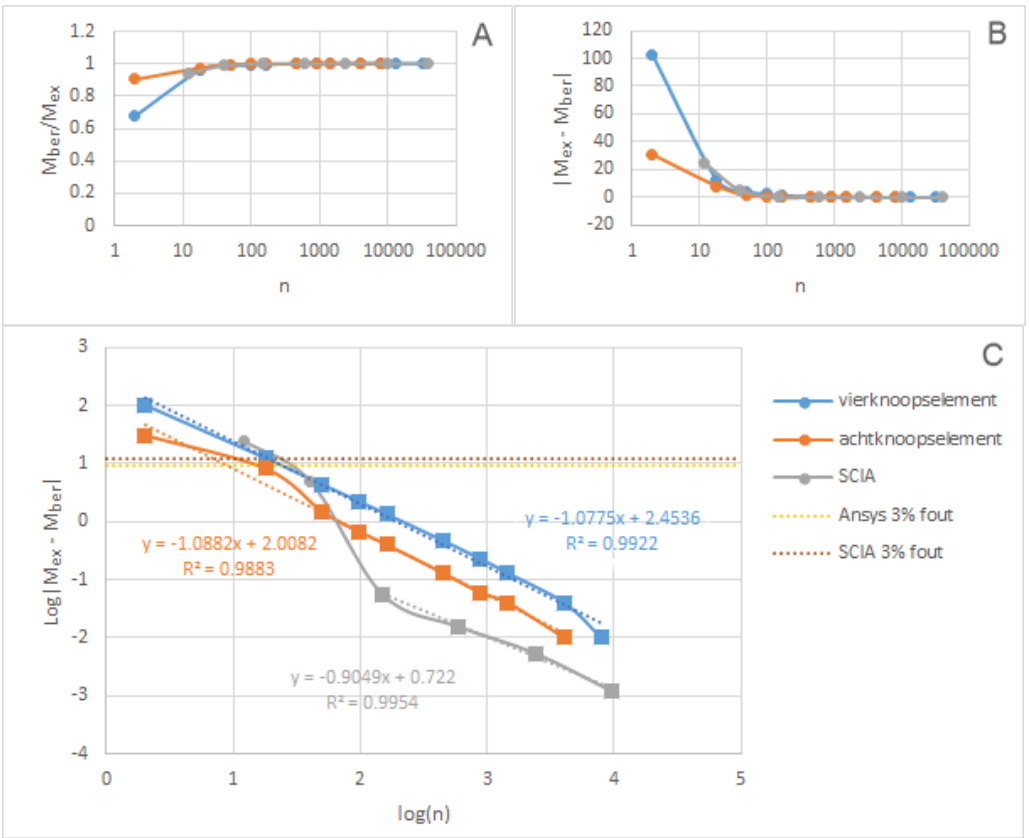
Tabel B2.5 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, Ansys, achtknoopselementen

n	U_z (mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
12	-149,039	385,59	0,07585
40	-162,956	405,12	0,09711
150	-166,28	410,22	0,09992
600	-166,662	410,18	0,10042
2400	-166,753	410,17	0,10054
9600	-166,773	410,1658	0,1005755
38400	-166,781	410,1646	0,1005852

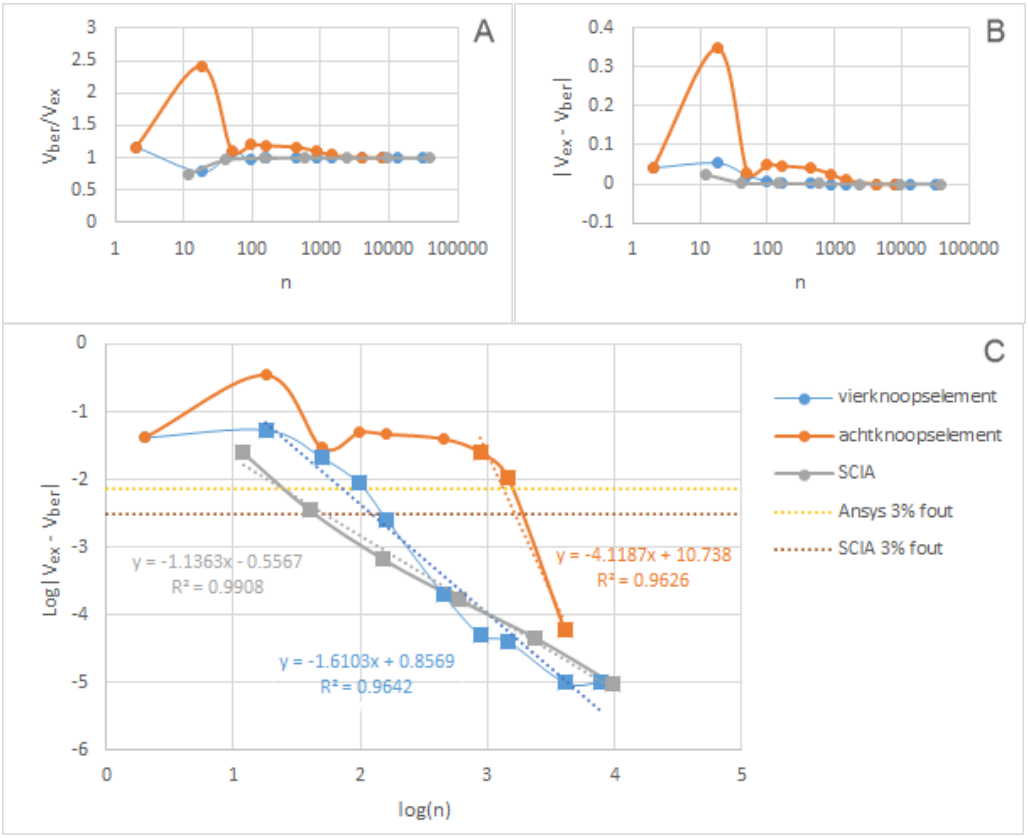
Tabel B2.6 – Vlakke plaat, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, SCIA



Figuur B2.4 – Verplaatsing, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B2.5 – Moment, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B2.6 – Dwarskracht, vergelijking tussen Ansys en SCIA, dikte 5mm, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

Bijlage 3 – Cilinder

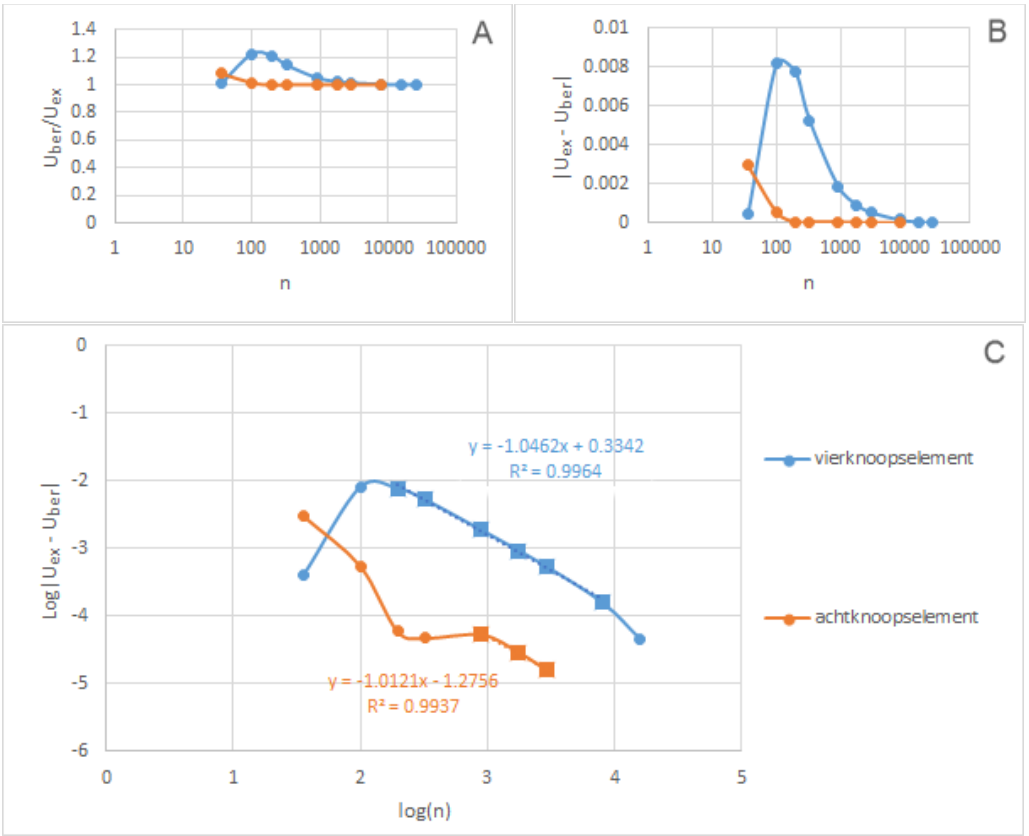
Bijlage 3.1 – Cilinder, ingeklemd, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
36	0,037219	0,099414	-1,9874	-17,218	-0,38445
100	0,045	-3,8984	4,3223	-9,2284	-1,1035
196	0,04453	-1,7395	10,052	-16,941	-0,3578
324	0,042072	0,51342	11,009	-8,7921	-0,14016
900	0,038673	0,86637	10,228	-3,5241	0,032271
1764	0,037733	1,0414	9,9206	-2,9369	0,073615
2916	0,037345	1,0866	9,7923	-2,7337	0,092906
8100	0,03696	1,1218	9,6624	-2,542	0,11571
15876	0,036849	1,1294	9,621	-2,4856	0,12253
26244	0,036803	1,1322	9,6034	-2,4621	0,12482

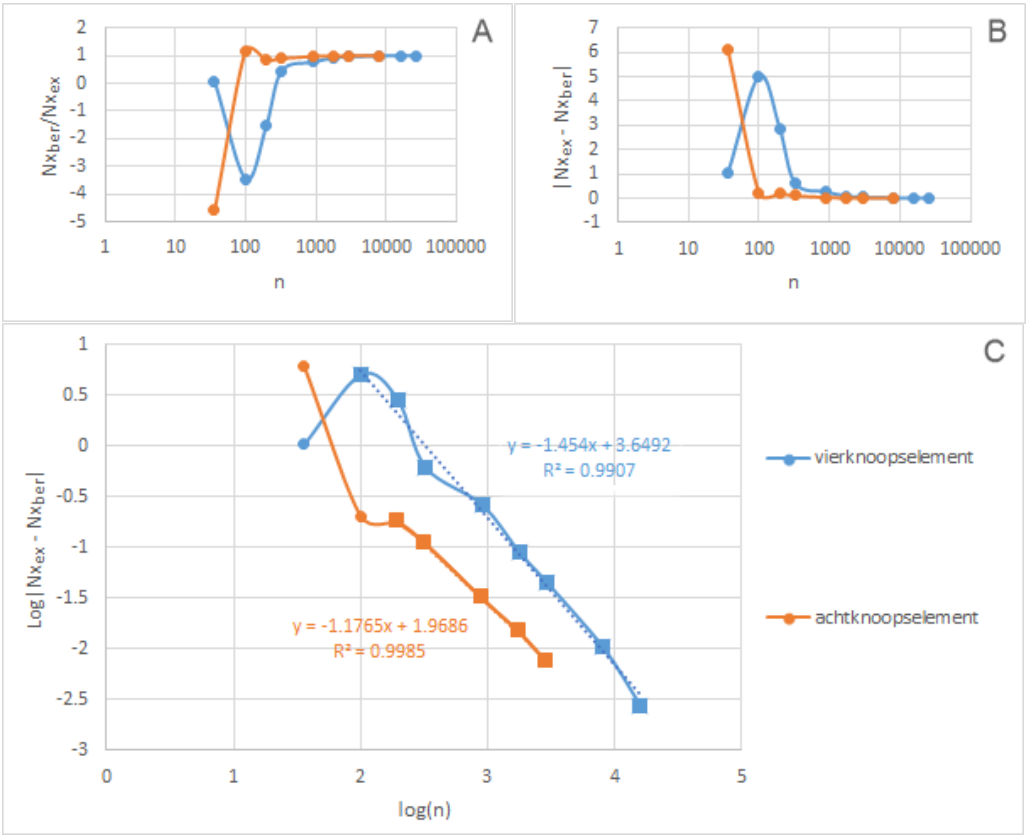
Tabel B3.1 – Cilinder, ingeklemd, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
36	0,0397	-5,0254	4,3769	4,745	0,11965
100	0,037301	1,302	7,4997	0,085763	1,27053
196	0,036699	0,92054	8,2022	-2,1438	0,12008
324	0,036805	0,98826	8,7315	-2,3705	0,14862
900	0,036811	1,0655	9,2812	-2,7211	0,12426
1764	0,036787	1,0825	9,4217	-2,712	0,12303
2916	0,036774	1,0898	9,4799	-2,7017	0,12267
8100	0,036758	1,0972	9,5371	-2,688	0,12251

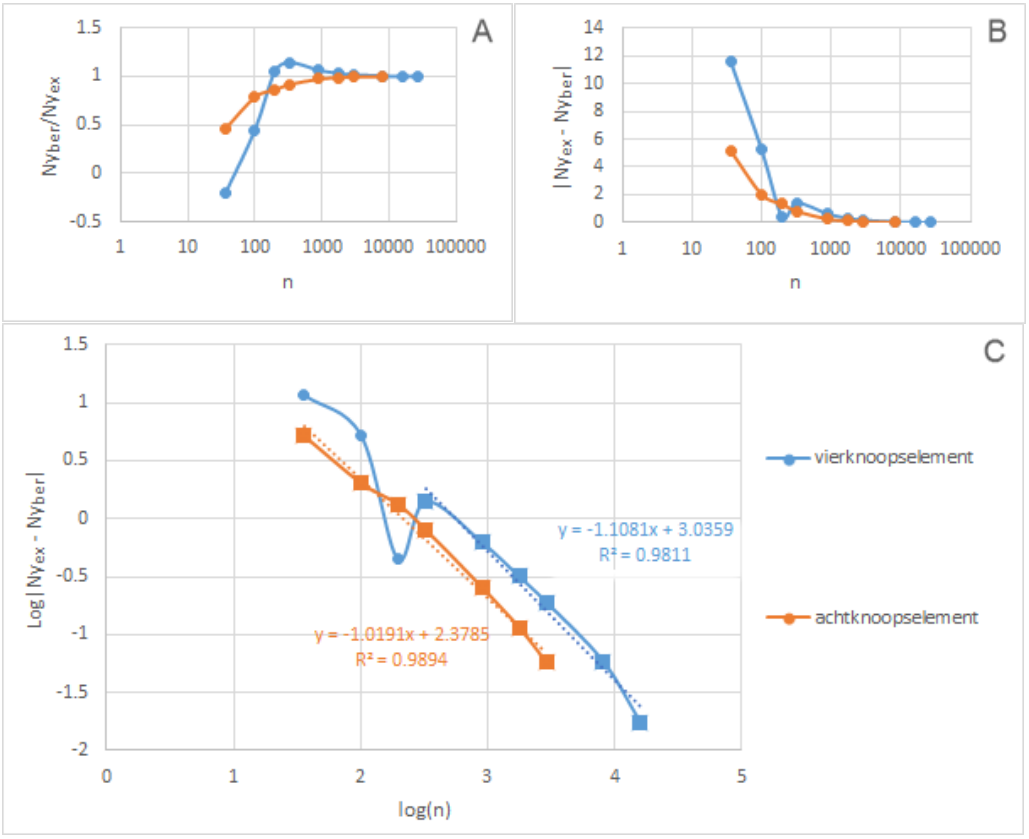
Tabel B3.2 – Cilinder, ingeklemd, achtknoopselementen



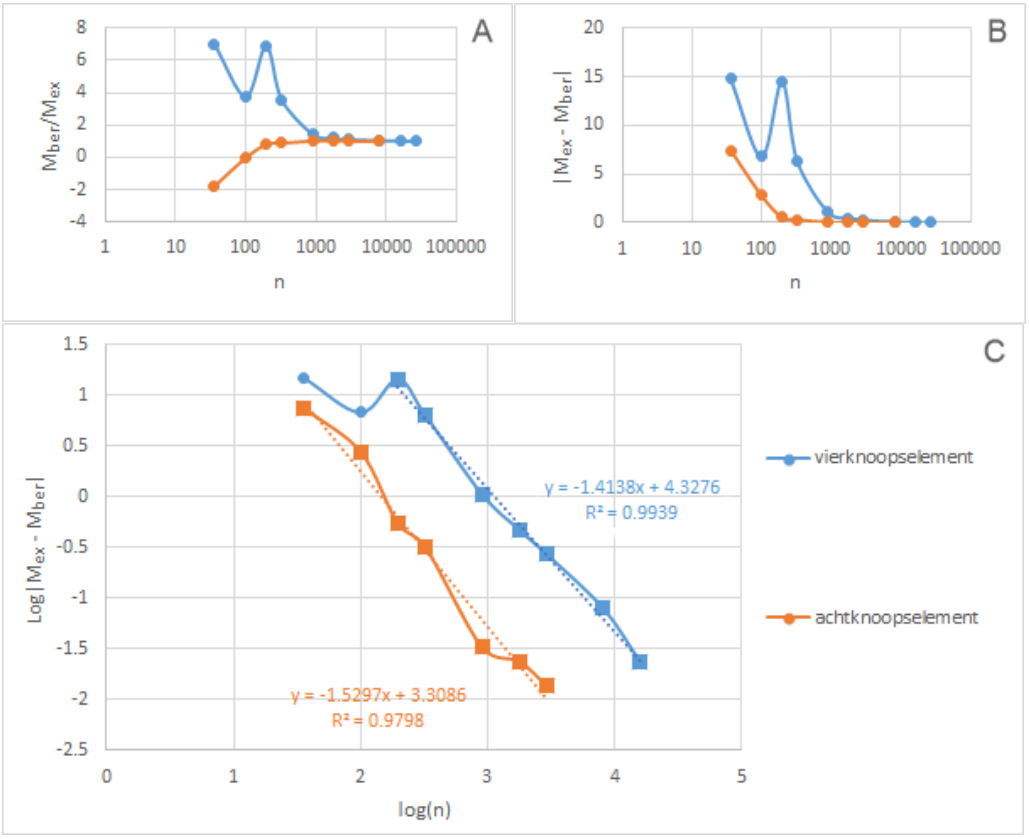
Figuur B3.1 – Verplaatsing, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



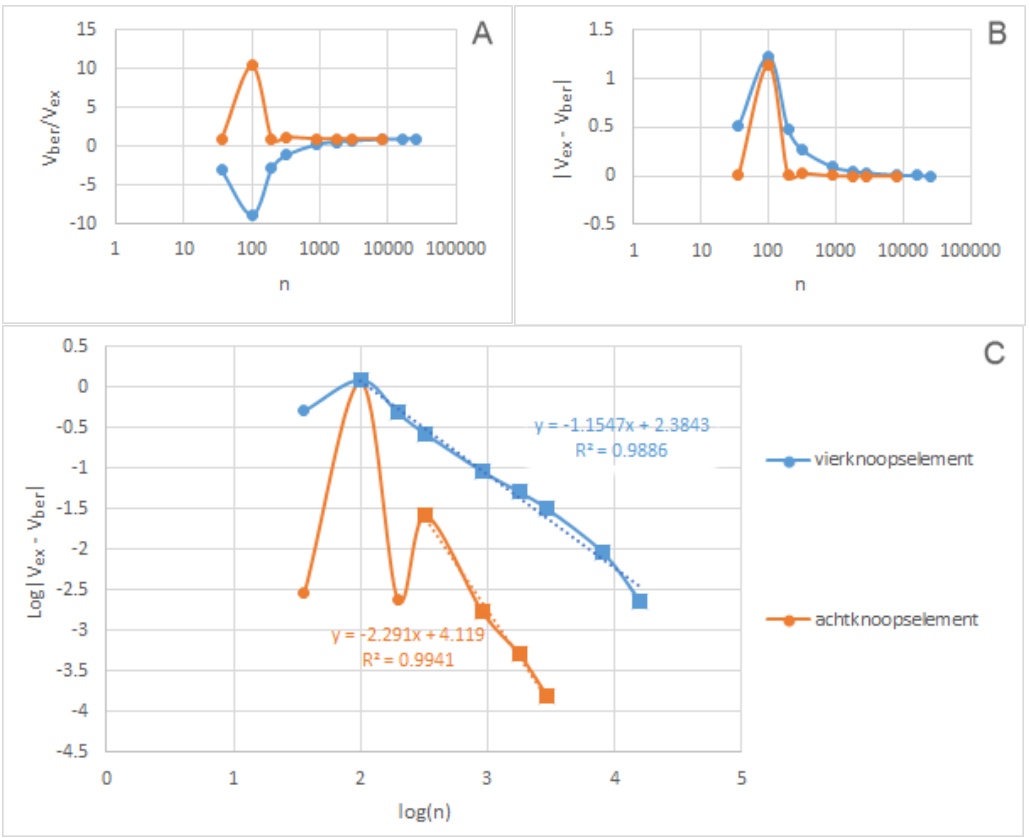
Figuur B3.2 – Ringkracht, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B3.3 – Membraankracht, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B3.4 – Moment, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B3.5 – Dwarskracht, Cilinder, ingeklemd, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

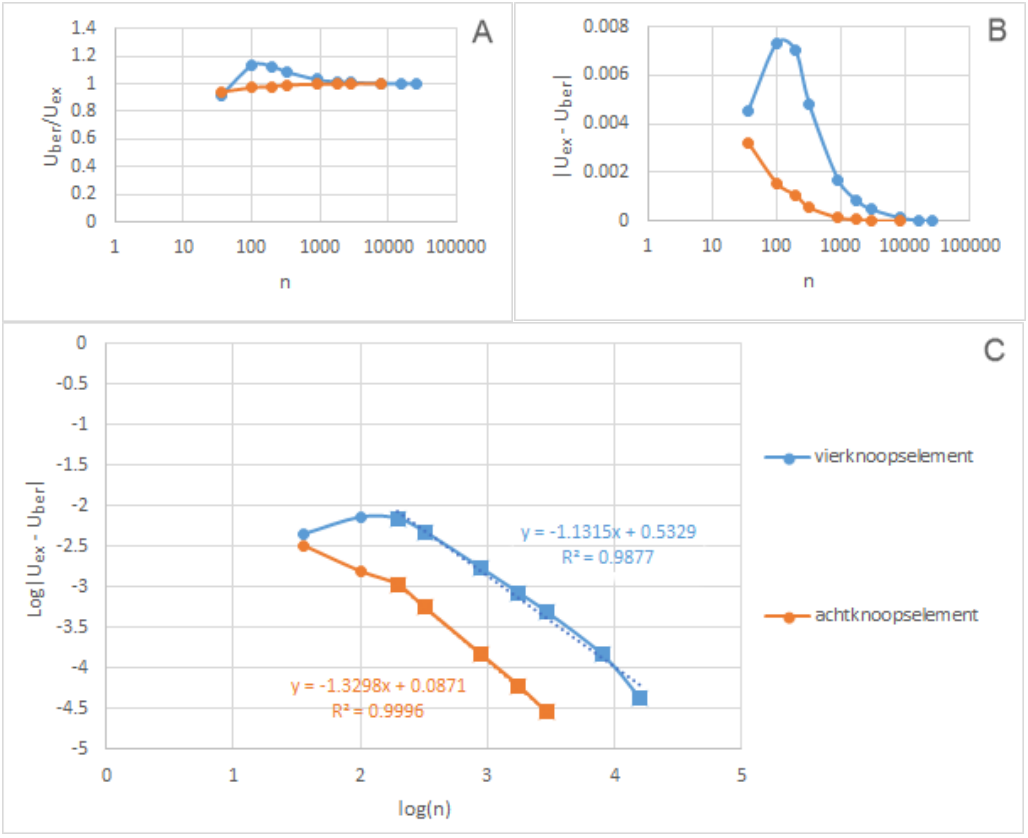
Bijlage 3.2 – Cilinder, roloplegging, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
36	0,051187	1,1729	-8,6035	-27,369	-0,4207
100	0,063052	-5,6123	-0,13003	-25,394	-0,84518
196	0,062754	-0,63768	6,2559	-18,659	-0,37346
324	0,060506	0,11999	7,3384	-9,7683	-0,23904
900	0,057432	0,72859	6,7322	-6,4219	-0,00045659
1764	0,056577	0,91106	6,4992	-5,7619	0,04082
2916	0,056224	0,95685	6,4021	-5,5439	0,060181
8100	0,055872	0,99267	6,3031	-5,3405	0,082917
15876	0,055769	1,0005	6,2708	-5,2811	0,08976
26244	0,055726	1,0034	6,2568	-5,2564	0,09219

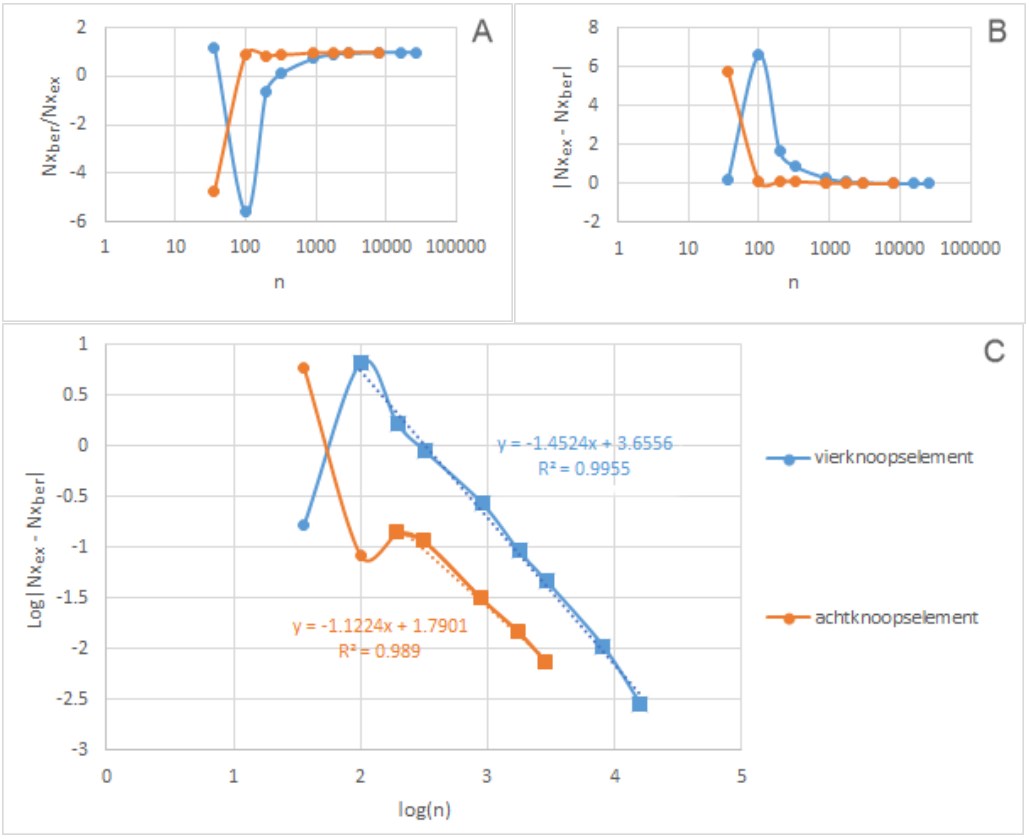
Tabel B3.3 – Cilinder, roloplegging, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
36	0,05244	-4,7871	1,4766	1,4616	0,054138
100	0,054112	0,9332	4,3159	-2,5543	0,19854
196	0,054605	0,87731	4,9908	-4,7364	0,087529
324	0,05513	0,90446	5,4859	-5,0144	0,11332
900	0,05554	0,98518	5,9957	-5,4153	0,090639
1764	0,055626	1,0019	6,1228	-5,4152	0,089494
2916	0,055658	1,0091	6,1753	-5,4086	0,089161
8100	0,055687	1,0164	6,227	-5,3987	0,088984

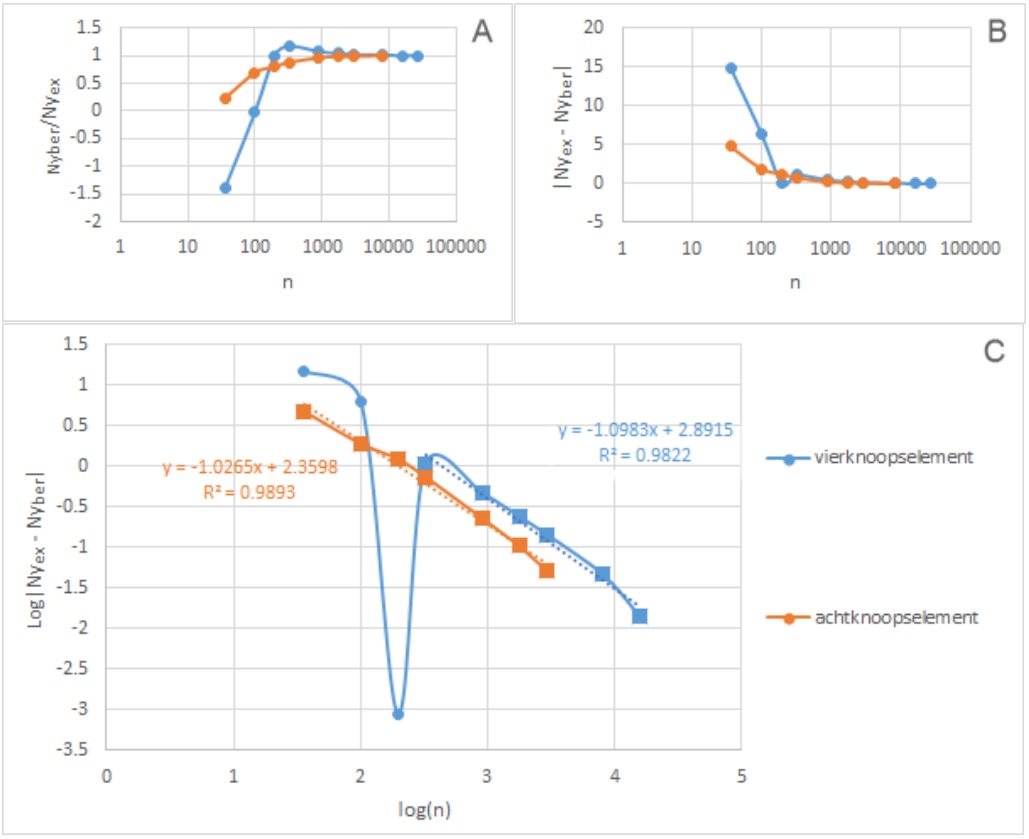
Tabel B3.4 – Cilinder, roloplegging, achtknoopselementen



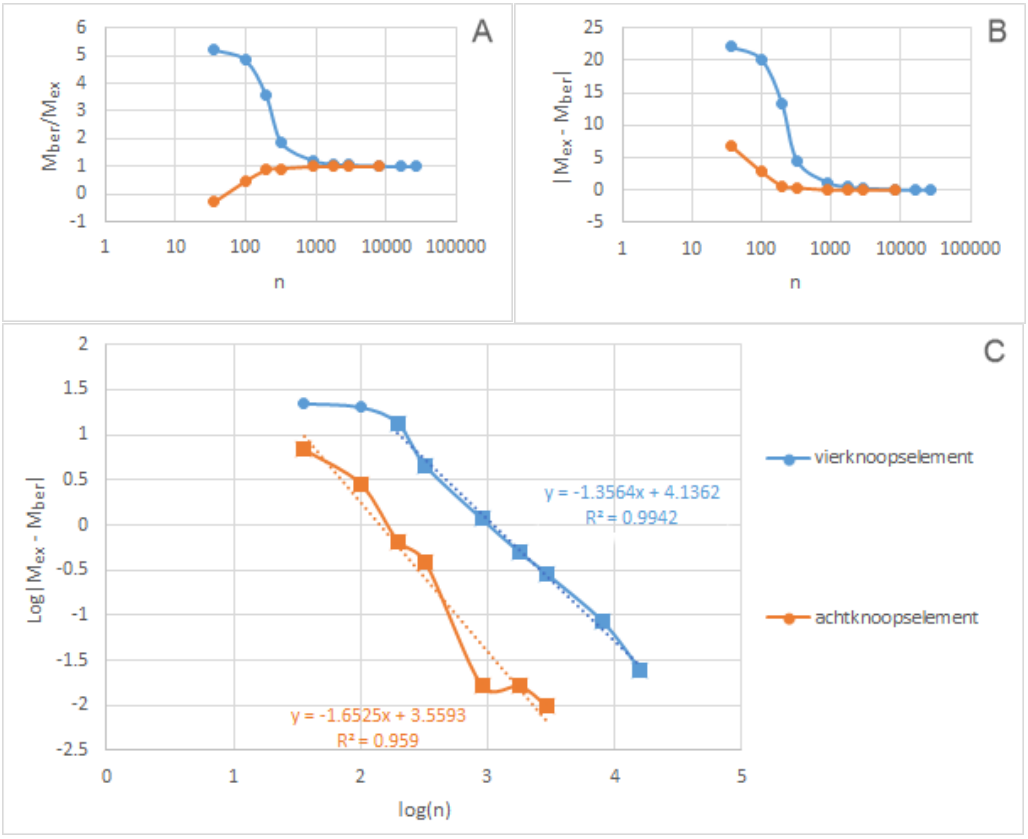
Figuur B3.6 – Verplaatsing, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



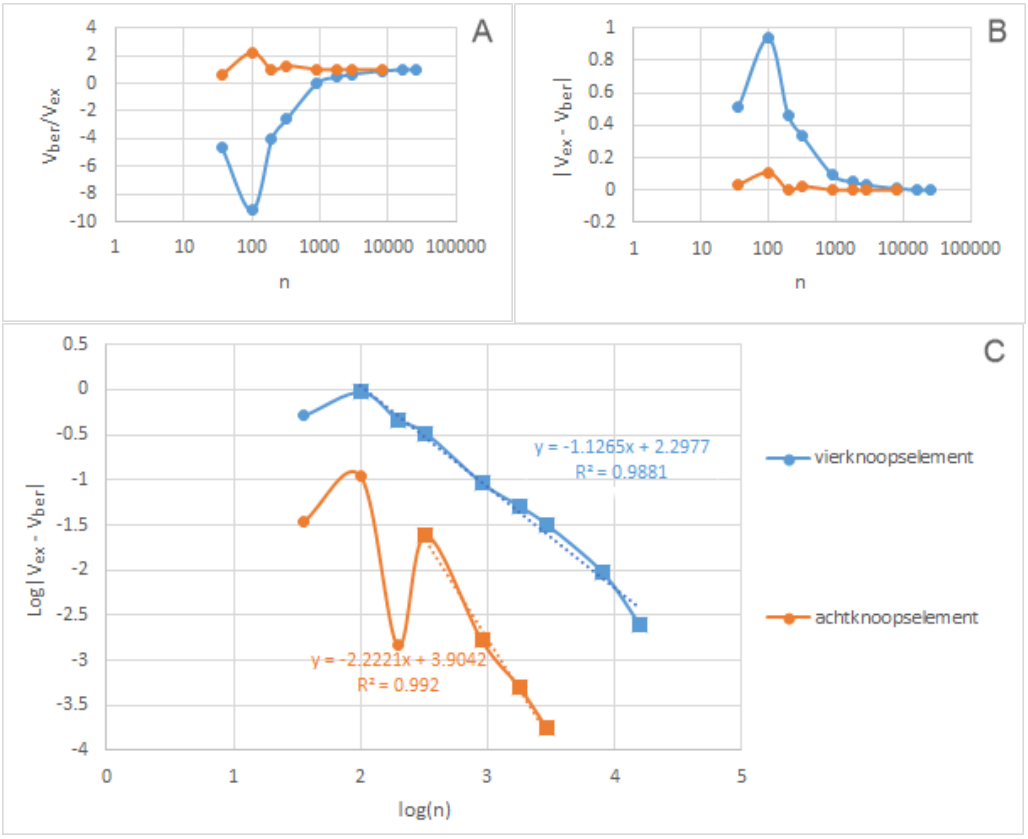
Figuur B3.7 – Ringkracht, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B3.8 – Membraankracht, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

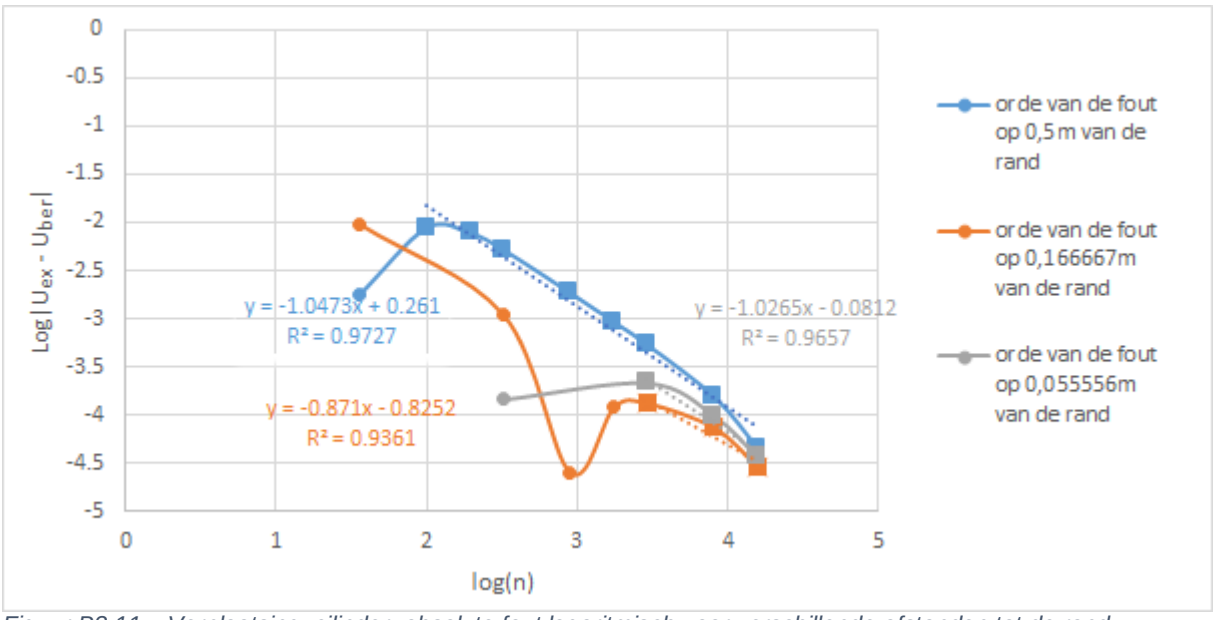


Figuur B3.9 – Moment, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

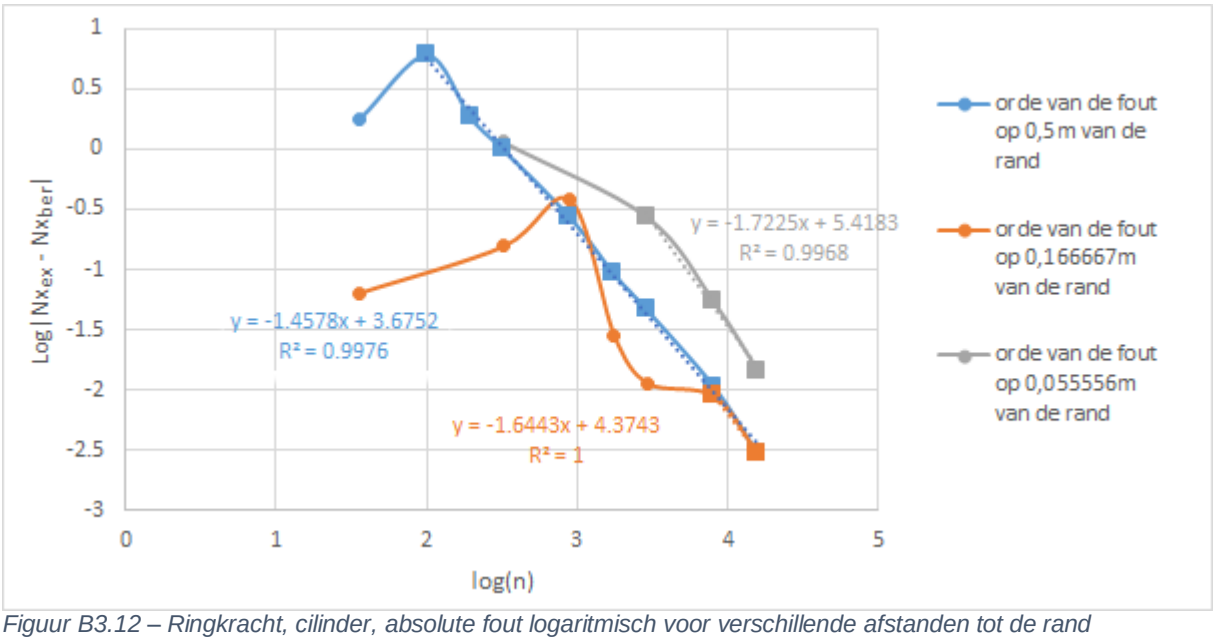


Figuur B3.10 – Dwarskracht, Cilinder, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

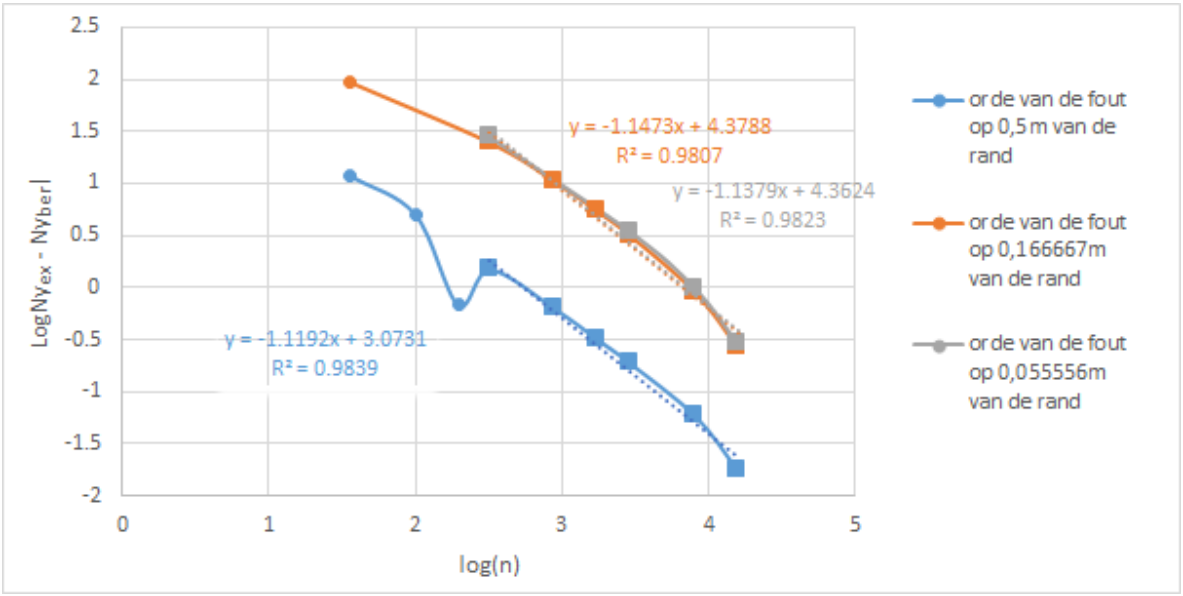
Bijlage 3.3 – Cilinder, orde van de fout aan de rand



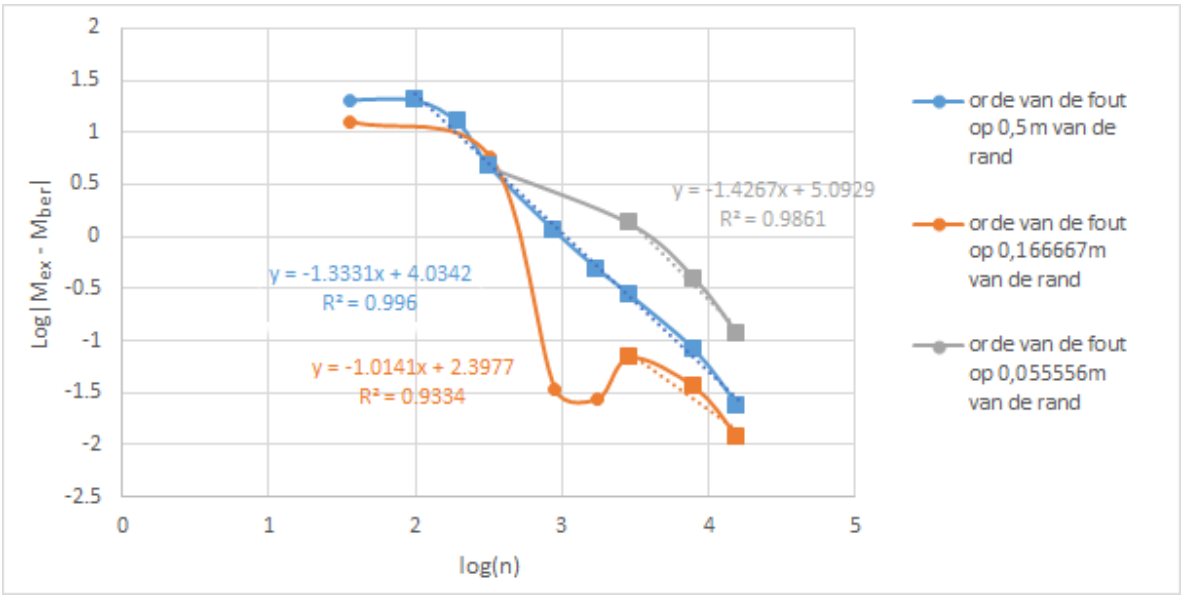
Figuur B3.11 – Verplaatsing, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



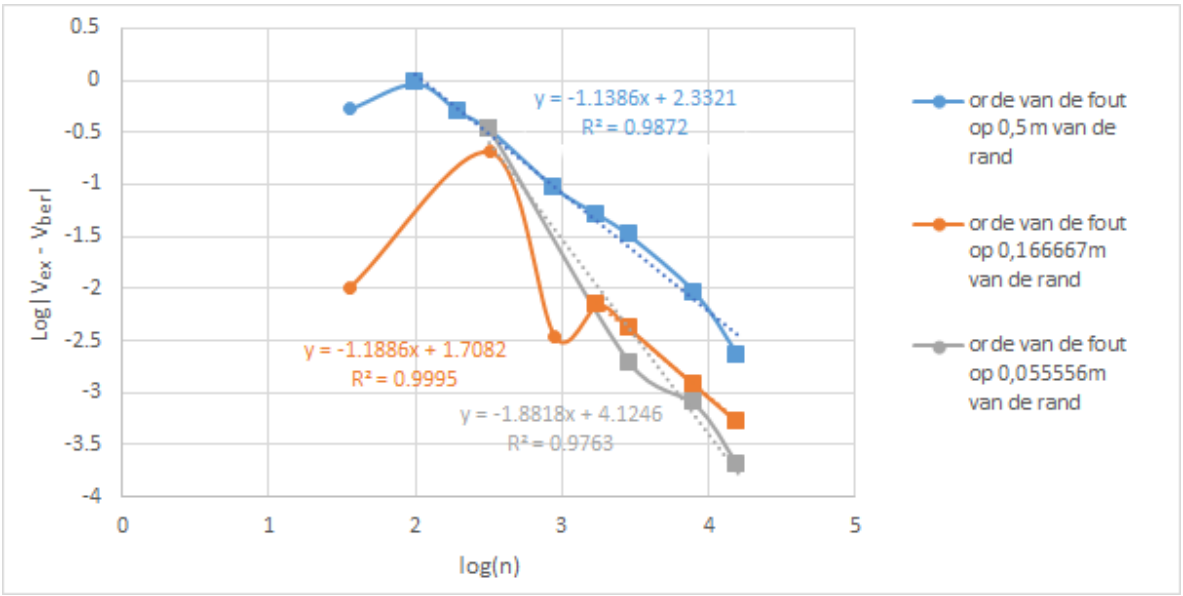
Figuur B3.12 – Ringkracht, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B3.13 – Membraankracht, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B3.14 – Moment, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B3.15 – Dwarskracht, cilinder, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand

Bijlage 4 – koepel met opening

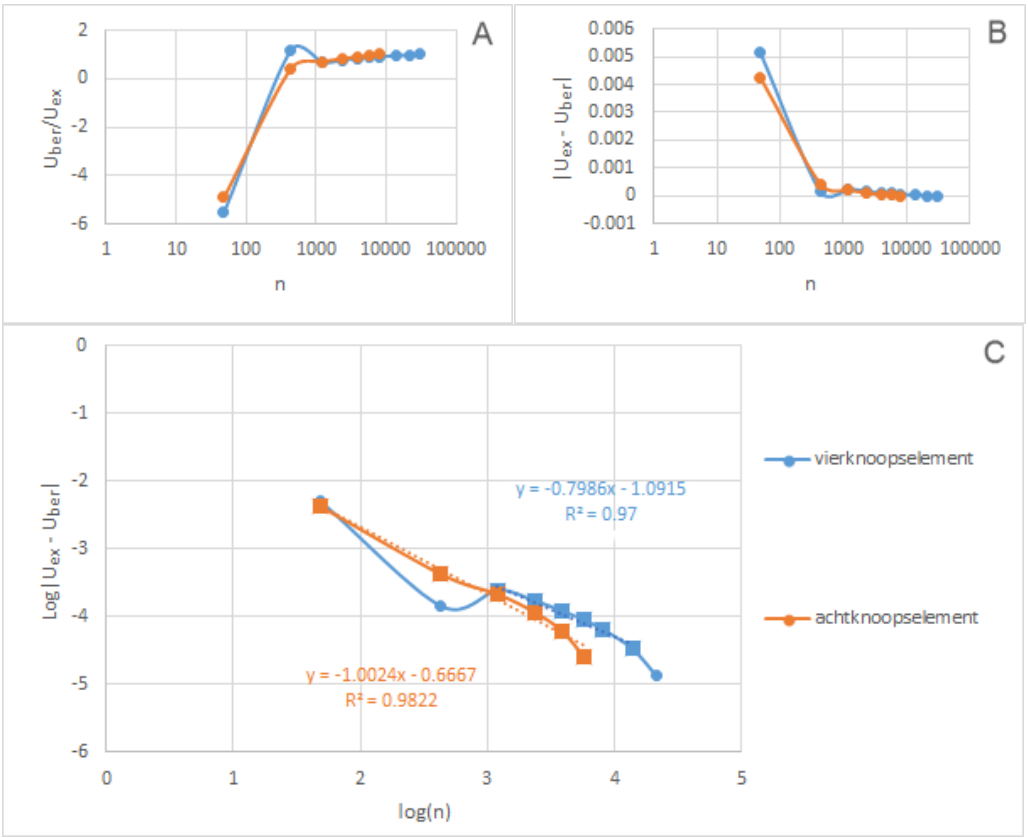
Bijlage 4.1 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, resultaten en grafieken

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
48	-0,0043659	-0,84999	-13,467	-2,5315	0,057714
432	0,00093396	-0,16481	3,0717	-0,39377	0,16831
1200	0,00054451	-0,81123	0,82149	0,2268	-0,015998
2352	0,00061876	-0,99203	0,8491	-0,0015371	-0,011232
3888	0,00066827	-1,0797	0,9447	-0,06293	-0,0042347
5808	0,00070167	-1,1336	1,0136	-0,079285	-0,0015738
8112	0,00072547	-1,1709	1,06	-0,084011	-0,00086516
13872	0,00075698	-1,2197	1,1157	-0,087374	-0,00066999
21168	0,00077682	-1,2504	1,1473	-0,089332	-0,00064728
30000	0,00079043	-1,2715	1,1678	-0,090728	-0,00064262

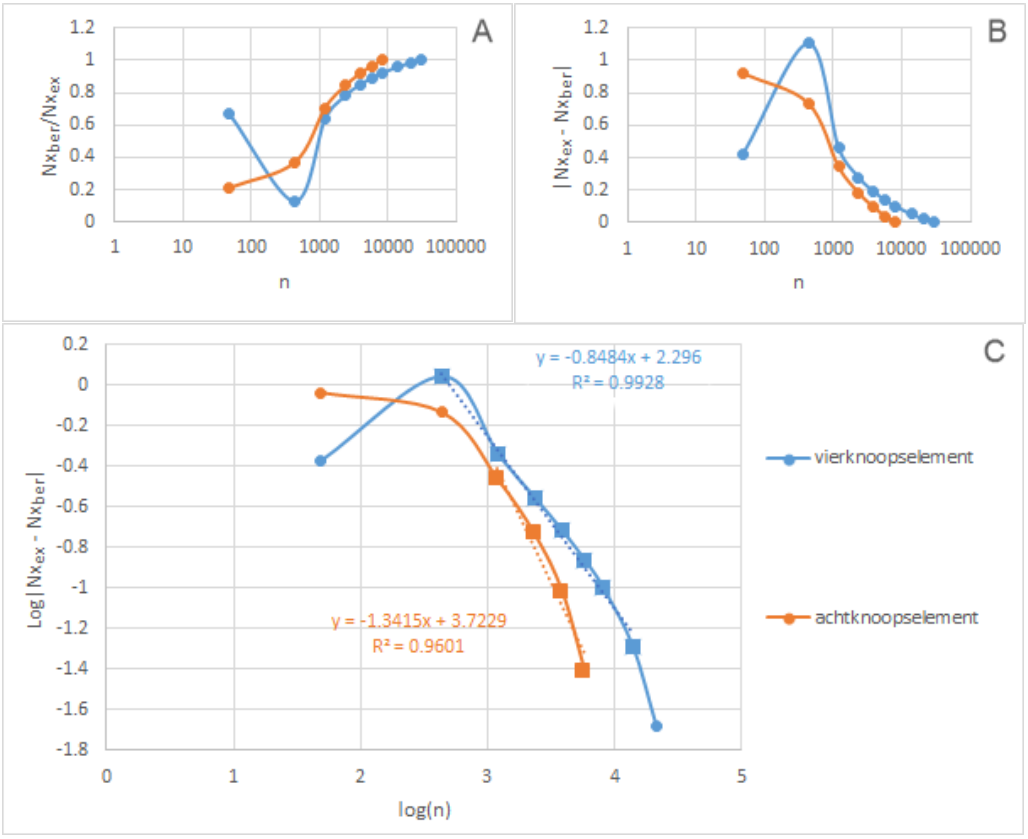
Tabel B4.1 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
48	-0,0035443	-0,24888	-1,2768	-2,1394	-0,24875
432	0,00030091	-0,43227	0,41607	0,12752	0,0040311
1200	0,00050822	-0,82614	0,75543	-0,064845	0,0018803
2352	0,00060699	-0,98514	0,90558	-0,056767	0,0010595
3888	0,0006626	-1,0741	0,9873	-0,065306	0,00051925
5808	0,00069839	-1,1306	1,0392	-0,070248	0,0001964
8112	0,00072335	-1,1696	1,075	-0,073566	-0,000010438

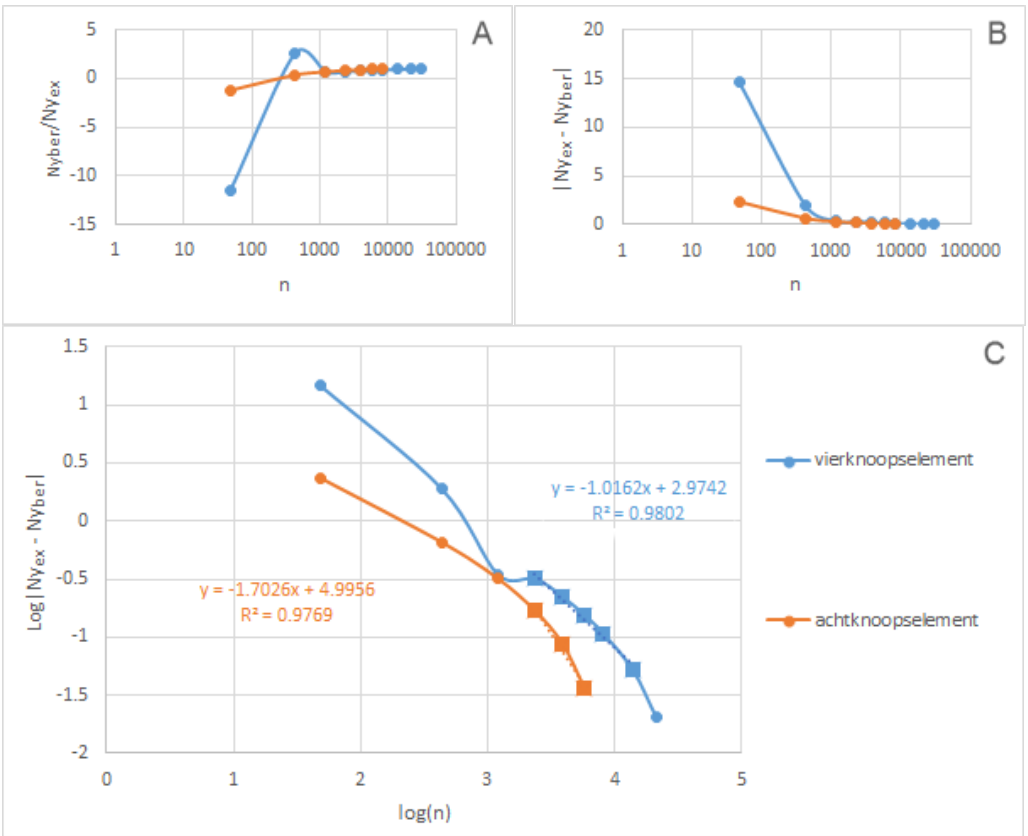
Tabel B4.2 – Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, achtknoopselementen



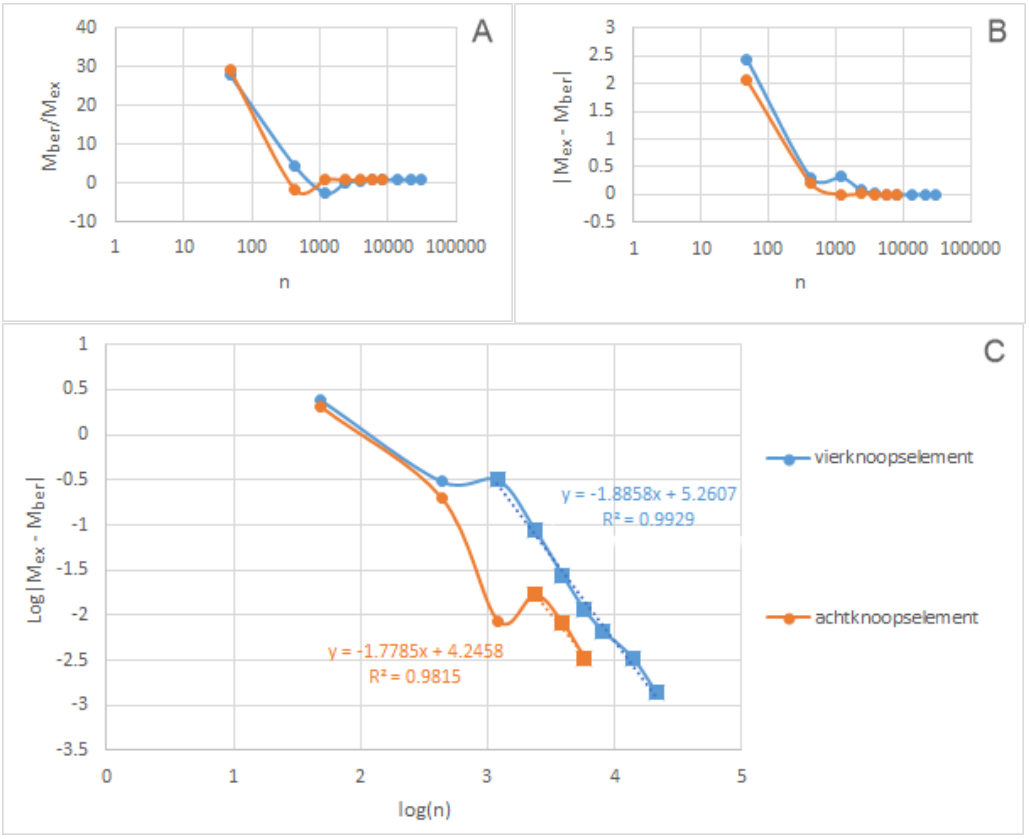
Figuur B4.1 – Verplaatsing, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



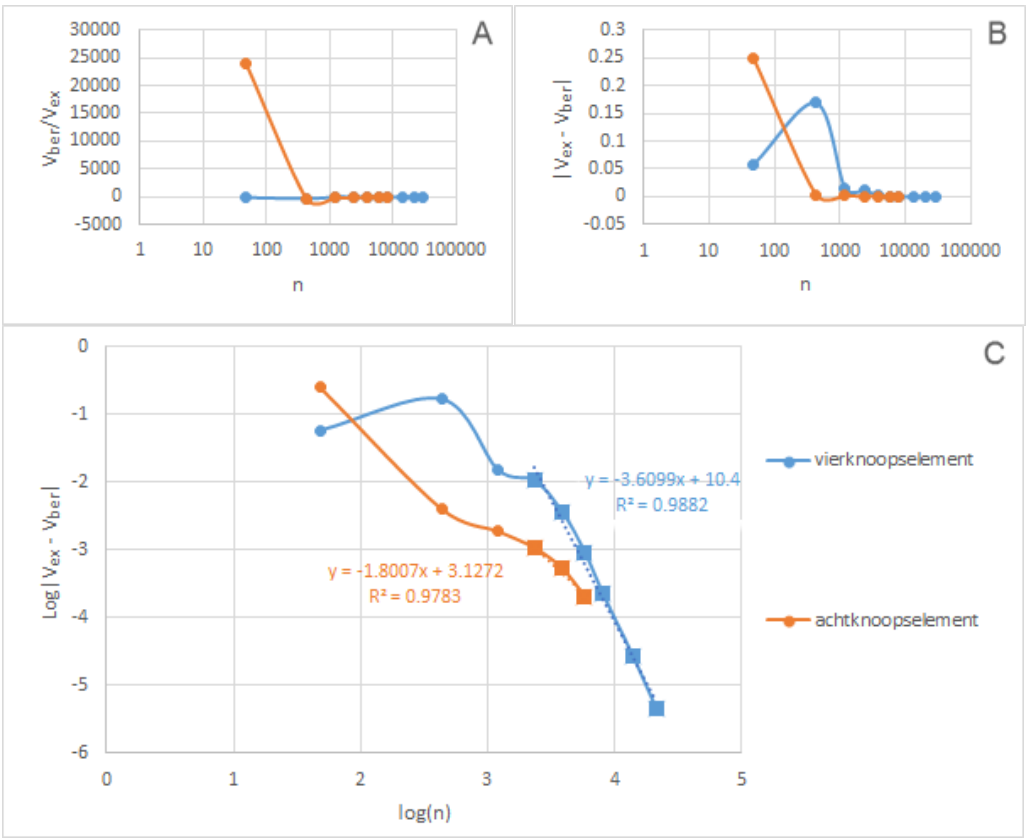
Figuur B4.2 – Ringkracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B4.3 – Membraankracht, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B4.4 – Moment, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



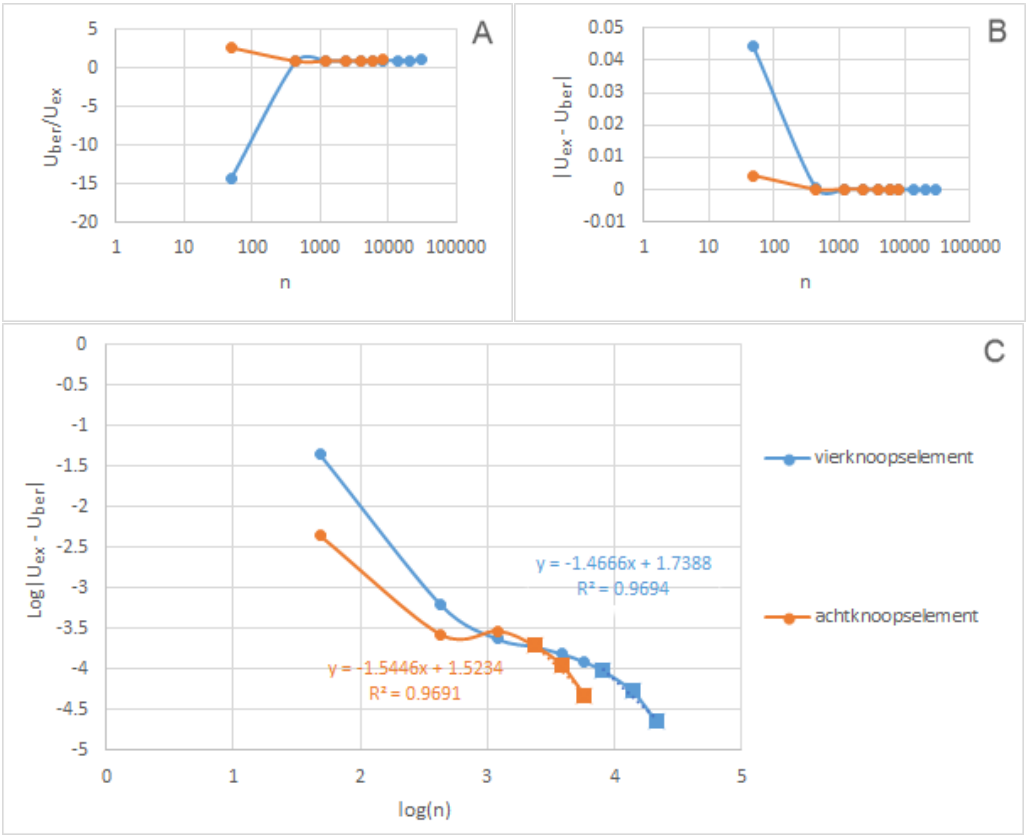
Figuur B4.5 – Moment, koepel met opening, scharnierend opgelegd onderkant en bovenkant, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
48	0,041299	-4,2959	-13,896	-5,1853	0,097601
432	-0,0022576	-0,92395	2,9676	3,7148	0,1358
1200	-0,0026355	-0,64702	0,73491	0,57738	-0,013328
2352	-0,0026821	-0,83674	0,71965	0,39821	-0,0098223
3888	-0,0027173	-0,90681	0,79311	0,33916	-0,0032564
5808	-0,0027487	-0,94819	0,84828	0,32777	-0,00072969
8112	-0,0027755	-0,97649	0,88571	0,32817	-0,000071312
13872	-0,0028173	-1,0138	0,9303	0,33334	0,000091388
21168	-0,0028477	-1,0375	0,95535	0,33768	0,00010562
30000	-0,0028706	-1,0539	0,97152	0,34101	0,00010816

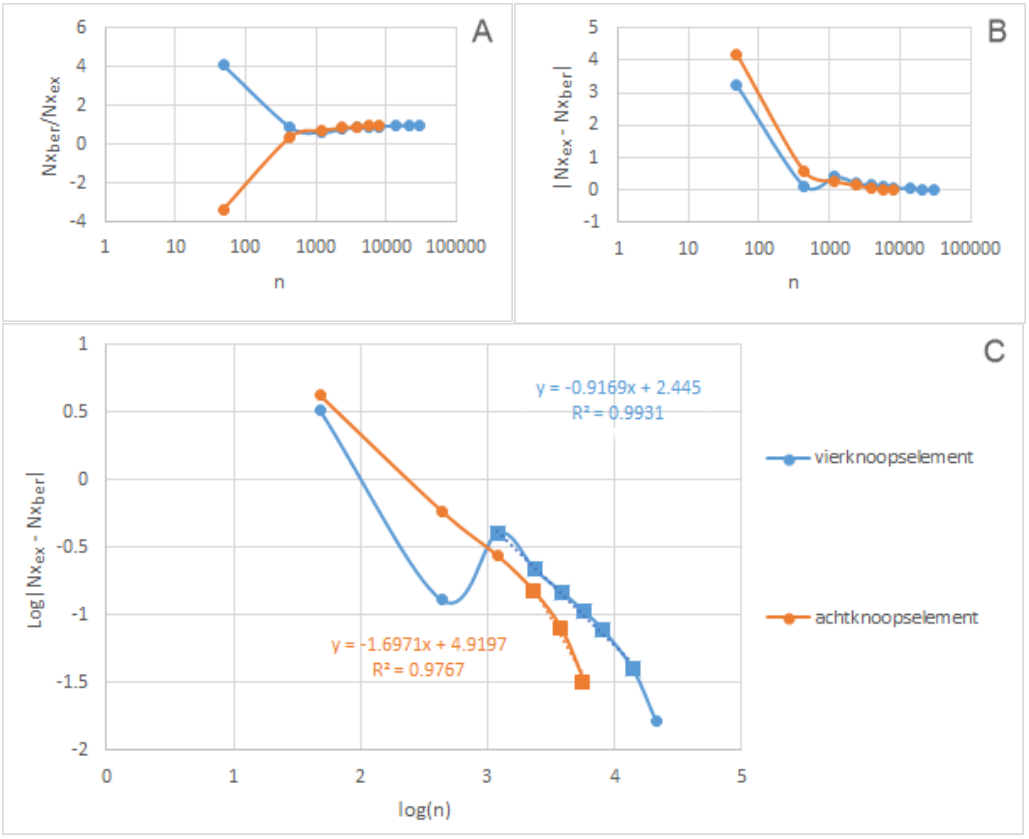
Tabel B4.3 – Koepel met opening, roloplegging, vierknoopselementen

n	U_z (mm)	N_x (N/mm)	N_y (N/mm)	M_y (Nmm/mm)	V_y (N/mm)
48	-0,0071672	3,2306	-3,4589	-12,741	-0,31597
432	-0,0024557	-0,37984	0,36582	0,31768	0,0047239
1200	-0,0024254	-0,69622	0,63774	0,22422	0,0023644
2352	-0,0025287	-0,82236	0,75817	0,27982	0,0016162
3888	-0,0026129	-0,89376	0,82399	0,29862	0,001125
5808	-0,0026756	-0,9393	0,866	0,31137	0,00083494
8112	-0,0027229	-0,97083	0,89511	0,3204	0,00065117

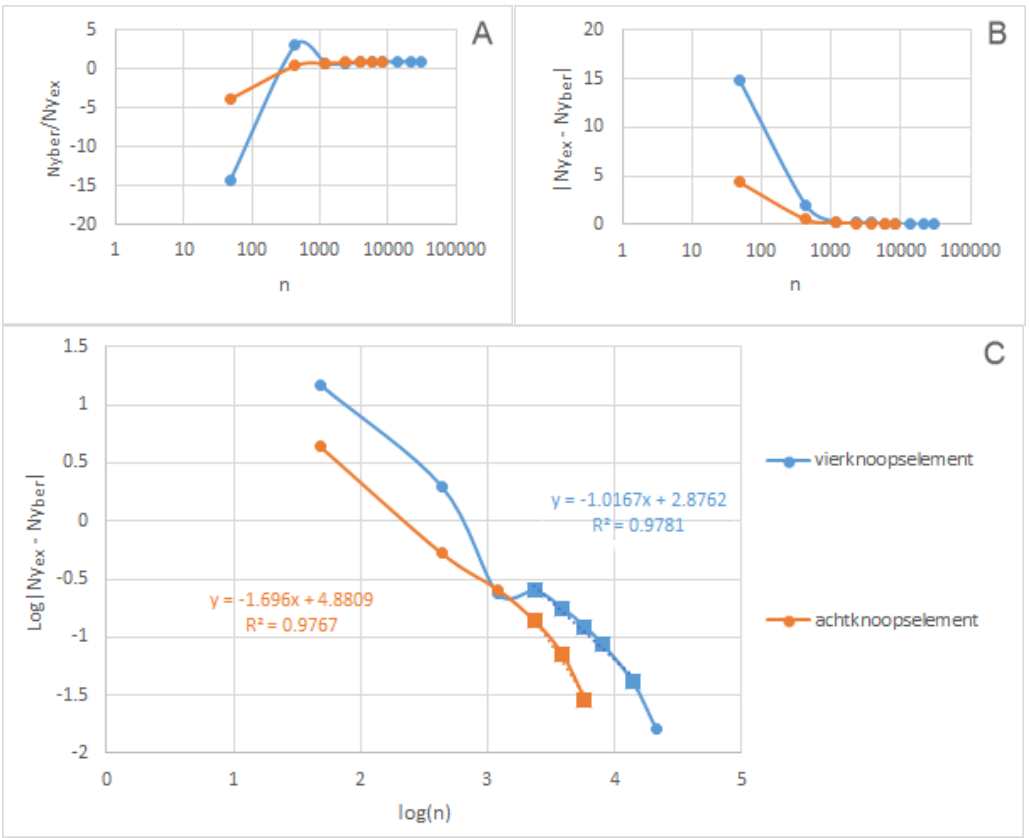
Tabel B4.4 – Koepel met opening, roloplegging, achtknoopselementen



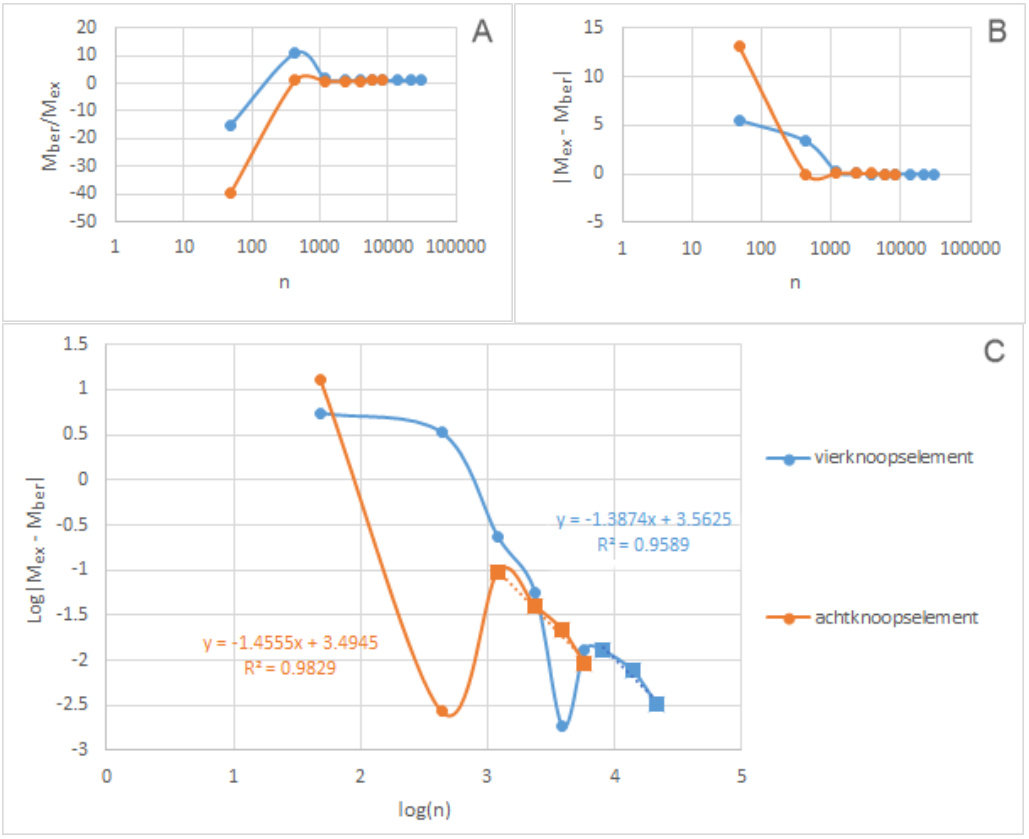
Figuur B4.6 – Verplaatsing, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



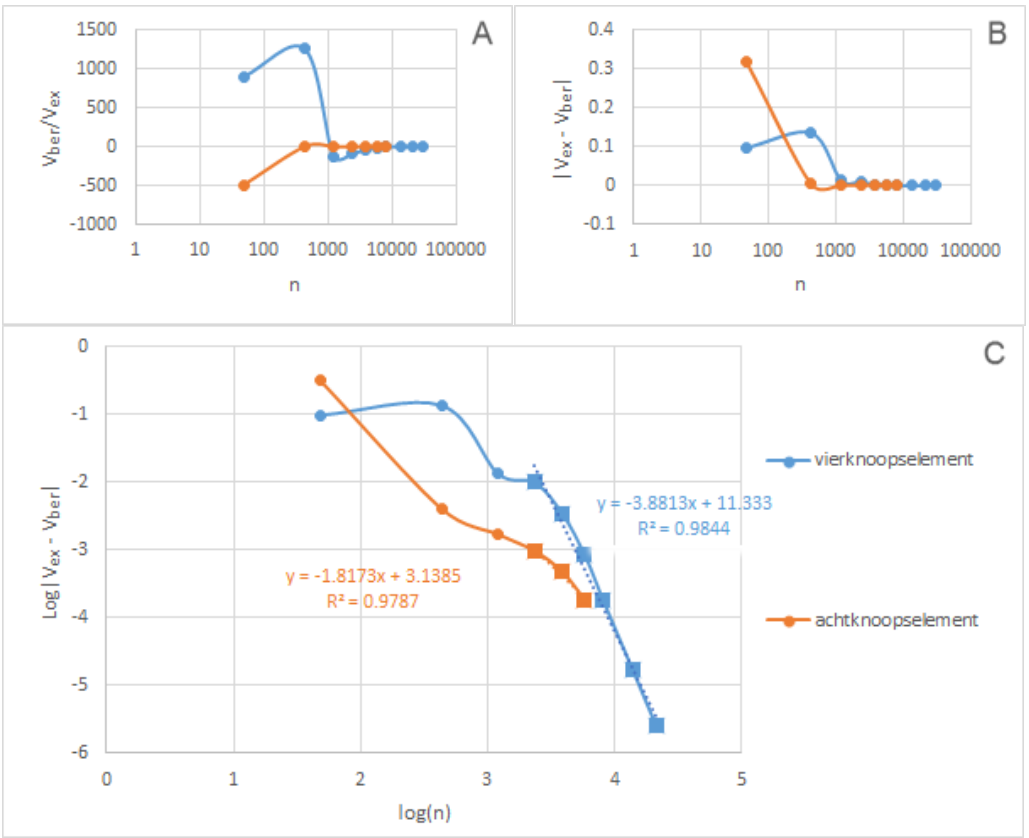
Figuur B4.7 – Ringkracht, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch



Figuur B4.8 – Membraankracht, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

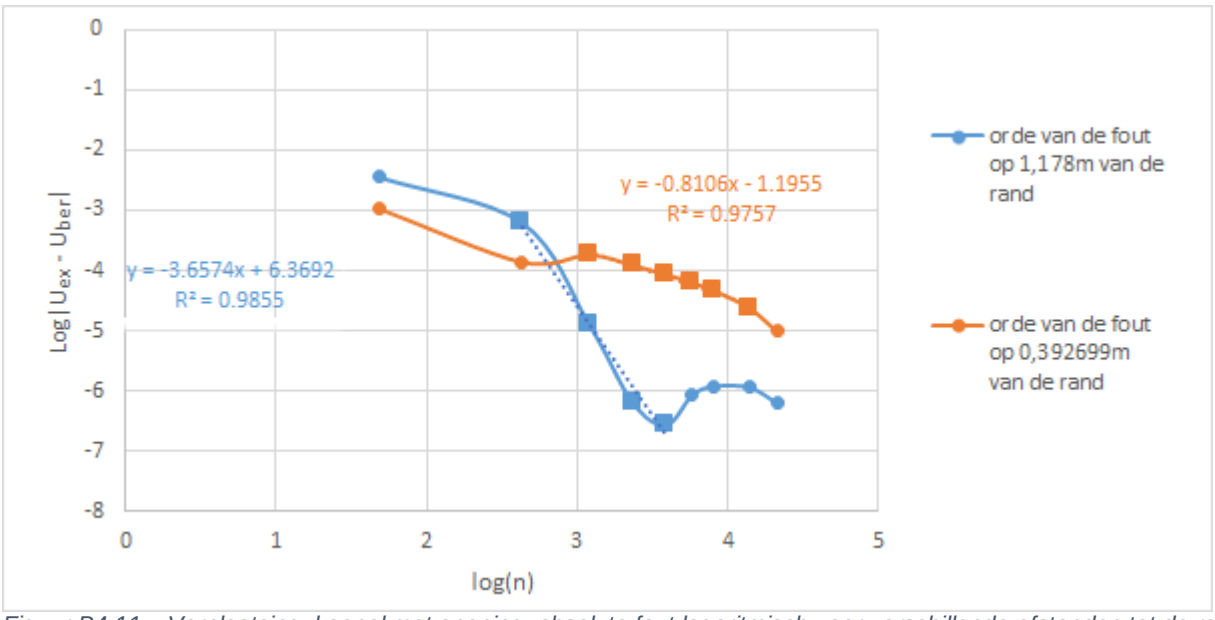


Figuur B4.9 – Moment, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

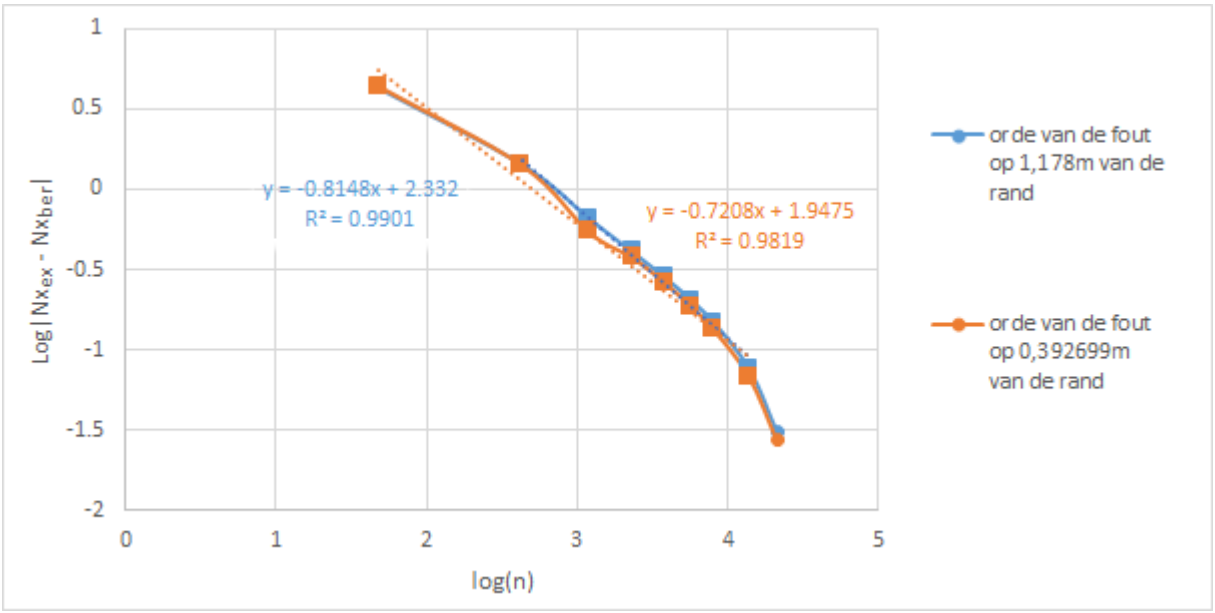


Figuur B4.10 – Dwarskracht, koepel met opening, roloplegging, (a) genormaliseerde waarde, (b) absolute fout, (c) absolute fout logaritmisch

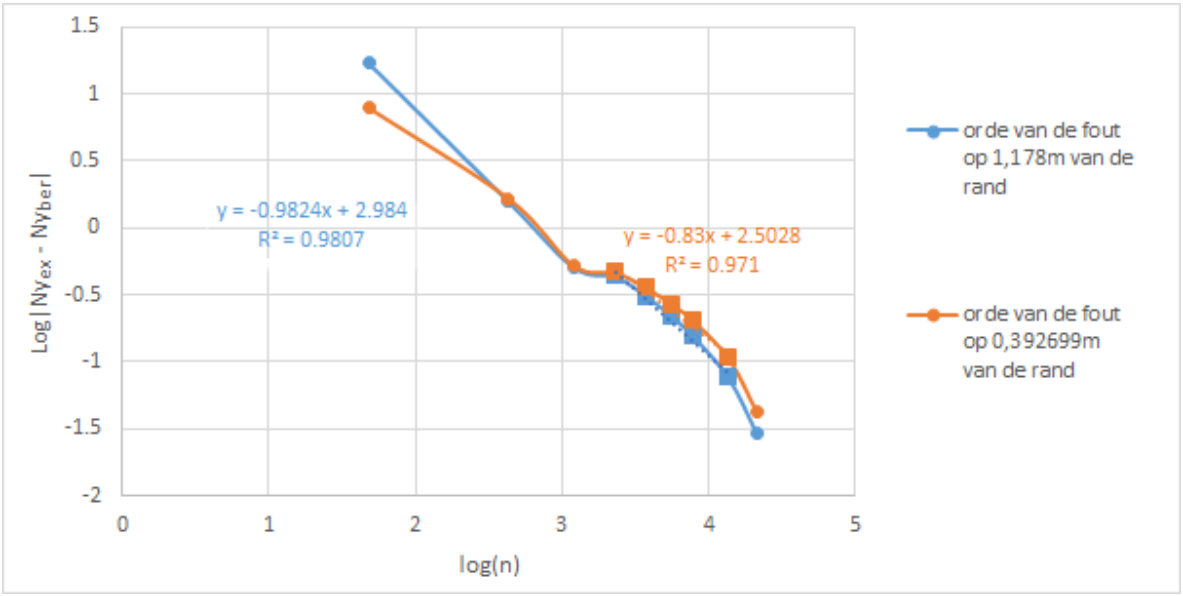
Bijlage 4.3 – Koepel met opening, orde van de fout aan de rand



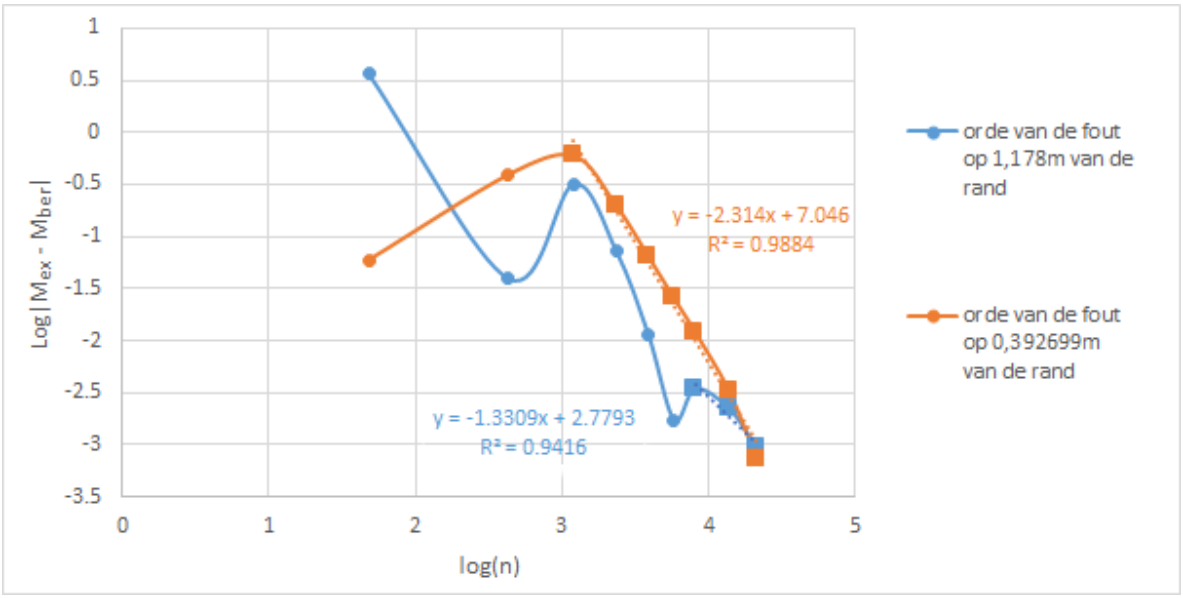
Figuur B4.11 – Verplaatsing, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



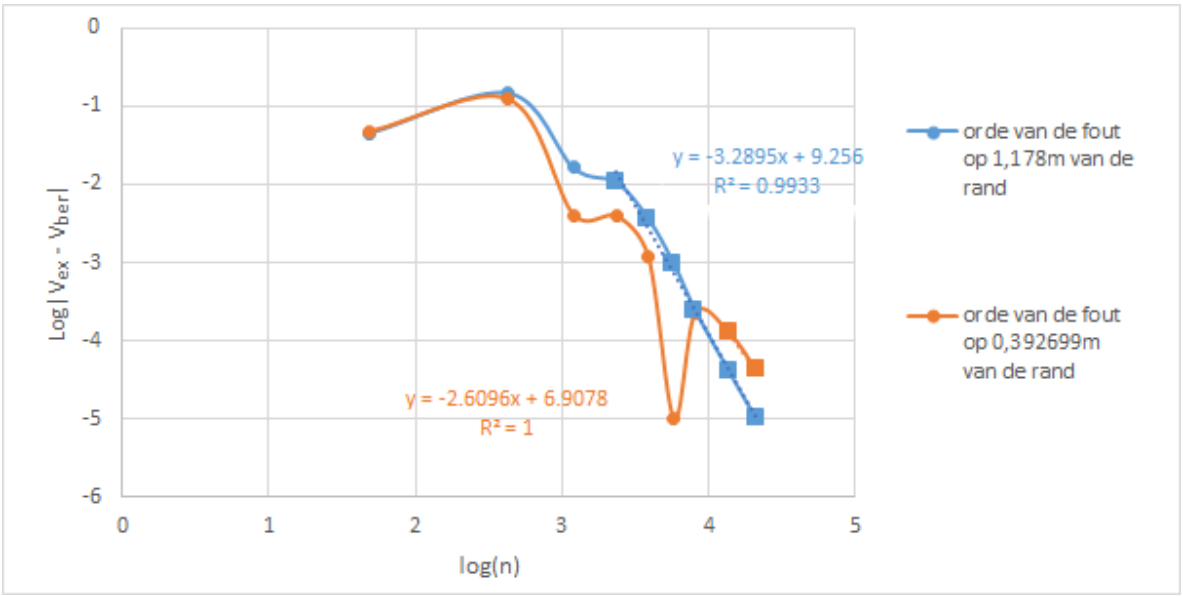
Figuur B4.12 – Ringkracht, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B4.13 – Membraankracht, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B4.14 – Moment, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand



Figuur B4.15 – Dwarskracht, koepel met opening, absolute fout logaritmisch voor verschillende afstanden tot de rand

Bijlage 5 – Ansys codes

Bijlage 5.1 – Ansys code vlakke plaat

```
/Title, Model Vlakke plaat
E = 210000          !E modulus in N/mm2
t = 100             !dikte in mm
v = 0.3             !poisson's ratio
nx = 10             !aantal elementen lengte richting
ny = 5              !aantal elementen breedte richting
l = 3000            !lengte
b = 1500            !breedte
rho = 0.000007800   !dichtheid in kg/mm3

/PREP7
ET,1,SHELL281       !element type
R,1,t,t,t,t,,,      !dikte elementen
MP,EX,1,E           !Young's Modulus
MP,PRXY,1,v         !poisson's ratio
MP,DENS,1,rho       !Dichtheid

*DO,i,1,nx+1        !invoeren knopen
 *DO,j,1,ny+1
  x=(l/nx)*i
  y=(b/ny)*j
  z=1
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nx          !invoeren knopen (alleen voor shell281)
 *DO,j,1,ny+1
  x=(l/nx)*i+(l/nx/2)
  y=(b/ny)*j
  z=1
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nx+1        !invoeren knopen (alleen voor shell281)
 *DO,j,1,ny
  x=(l/nx)*i
  y=(b/ny)*j+(b/ny/2)
  z=1
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nx          !plaatsen elementen (voor shell181 alleen eerste 4 invoeren)
 *DO,j,1,ny
  E,(i-1)*(ny+1)+j,(i-1)*(ny+1)+j+1,i*(ny+1)+j+1,i*(ny+1)+j,(nx+1)*(ny+1)+nx*(ny+1)+ny*(i-
1)+j,(nx+1)*(ny+1)+(ny+1)*(i-1)+j+1,(nx+1)*(ny+1)+nx*(ny+1)+ny*(i-1)+j+ny,(nx+1)*(ny+1)+(ny+1)*(i-1)+j
 *ENDDO
*ENDDO
```

```
FINISH
/SOLU

ANTYPE,0                    !Statische analyse

*DO,i,1,ny+1                !toevoegen opleggingen
 D,i,,0,,,,UX,UY,UZ,,       !UX,UY,UZ,,, voor scharnier
*ENDDO                      !UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ voor inklemming
*DO,i,1,ny+1
 D,i+nx*(ny+1),,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO
*DO,i,1,ny
 D,i+(nx+1)*(ny+1)+nx*(ny+1),,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO
*DO,i,1,ny
 D,i+(nx+1)*(ny+1)+nx*(ny+1)+nx*ny,,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO

ACEL,,,9.8065               !belasting eigen gewicht

SOLVE
FINISH

/POST1

ETABLE,doorbuiging,U,Z      !gegevens die worden uitgelezen
ETABLE,M22,SMISC,5
ETABLE,Q23,SMISC,8

/output,Vlakkeplaat,txt     !data wegschrijven
PRETAB,doorbuiging,M22,Q23
/out
```

Bijlage 5.2 – Ansys code Cilinder

```
/Title, Model Cilinder
E = 210000          !E modulus in N/mm2
t = 10              !dikte in mm
v = 0.3             !poisson's ratio
nl = 10             !aantal elementen lengte richting
nr = 10             !aantal elementen per ring
l = 2000            !lengte
r = l/2/3.141592654 !straal
rho = 0.007800      !dichtheid in kg/mm3


/PREP7
ET,1,SHELL281       !element type
R,1,t,t,t,t,,,      !dikte elementen
MP,EX,1,E           !E modulus
MP,PRXY,1,v         !poisson's ratio
MP,DENS,1,rho        !dichtheid

*DO,i,1,nl+1        !invoeren knopen
 *DO,j,1,nr
  x=l/nl*i
  y=r*sin(2*3.141592654/nr*j-3.141592654/2)
  z=r*cos(2*3.141592654/nr*j-3.141592654/2)
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO


*DO,i,1,nl+1        !invoeren knopen (alleen voor shell281)
 *DO,j,1,nr
  x=l/nl*i
  y=r*sin(2*3.141592654/nr*j+3.141592654/nr-3.141592654/2)
  z=r*cos(2*3.141592654/nr*j+3.141592654/nr-3.141592654/2)
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO


*DO,i,1,nl          !invoeren knopen (alleen voor shell281)
 *DO,j,1,nr
  x=l/nl*i+l/nl/2
  y=r*sin(2*3.141592654/nr*j-3.141592654/2)
  z=r*cos(2*3.141592654/nr*j-3.141592654/2)
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO


*DO,i,1,nl          !plaatsen elementen (voor shell181 alleen eerste 4 invoeren)
 *DO,j,1,nr-1
  E,j+nr*(i-1),j+1+nr*(i-1),nr+j+1+nr*(i-1),nr+j+nr*(i-1),nr*(nl+1)+j+nr*(i-1),nr*(nl+1)*2+j+1+nr*(i-
```

```
1),nr*(nl+1)+nr+j+nr*(i-1),nr*(nl+1)*2+j+nr*(i-1)
 *ENDDO
*ENDDO


*DO,i,1,nl                !plaatsen elementen (voor shell181 alleen eerste 4 invoeren)
 E,nr*i,1+nr*(i-1),1+nr+nr*(i-1),nr+i*nr,nr*(nl+1)+nr*i,nr*(nl+1)*2+(i-1)*nr+1,nr*(nl+1)+nr*i+nr,nr*(nl+1)*2+(i-
1)*nr+nr
*ENDDO


FINISH
/SOLU


ANTYPE,0                        !Statische analyse


*DO,i,1,nr                      !toevoegen opleggingen
 D,i,,0,,,,UX,UY,UZ,,,          !UX,UY,UZ,,, voor scharnier
*ENDDO                                  !UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ voor inklemming
*DO,i,1,nr
 D,i+nl*nr,,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO

*DO,i,1,nr
 D,i+(nl+1)*nr,,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO
*DO,i,1,nr
 D,i+nl*nr*2+nr,,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO


F,nr+nr*(nl+1)/2-nr/2,FY,10000          !belasting puntlast
F,nr*(nl+1)/2,FY,-10000


SOLVE
FINISH

/POST1

ETABLE,doorbuiging,U,Z          !gegevens die worden uitgelezen
ETABLE,N11,SMISC,1
ETABLE,N22,SMISC,2
ETABLE,M22,SMISC,5
ETABLE,Q23,SMISC,8

/output,Cilinder,txt            !data wegschrijven
PRETAB,doorbuiging,N11,N22,M22,Q23
/out
```

Bijlage 5.3 – Ansys code koepel met opening

```
/Title, Model koepel met opening
E = 210000          !E modulus in N/mm2
t = 10              !dikte in mm
v = 0.3             !poisson's ratio
nr = 48             !aantal elementen per ring
nb = nr*0.1875      !aantal elementen per kwart boog, 3/16 van aantal per ring
r = 2000            !straal
rho = 0.007800      !dichtheid in kg/mm3

/PREP7
ET,1,SHELL281       !element type
R,1,t,t,t,t,,,      !dikte elementen
MP,EX,1,E           !E modulus
MP,PRXY,1,v         !poisson's ratio
MP,DENS,1,rho       !dichtheid

*DO,i,1,nb+1        !invoeren knopen
 *DO,j,1,nr
  x=r*cos(2*3.141592654/nr*j)*cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*(i-1))
  y=r*sin(2*3.141592654/nr*j)*cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*(i-1))
  z=r*sin(0.5*3.141592654/nb*(i-1))
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nb+1        !invoeren knopen (alleen voor shell281)
 *DO,j,1,nr
  x=r*cos(2*3.141592654/nr*j+3.141592654/nr)*cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*(i-1))
  y=r*sin(2*3.141592654/nr*j+3.141592654/nr)*cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*(i-1))
  z=r*sin(0.5*3.141592654/nb*(i-1))
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nb          !invoeren knopen (alleen voor shell281)
 *DO,j,1,nr
  x=r*cos(2*3.141592654/nr*j)*((cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*(i-1))+cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*i))/2)
  y=r*sin(2*3.141592654/nr*j)*((cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*(i-1))+cos(0.5*3.141592654/(nb/0.75)*i))/2)
  z=(r*sin(0.5*3.141592654/nb*(i-1))+r*sin(0.5*3.141592654/nb*i))/2
  N,,x,y,z,,,
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nb          !plaatsen elementen (voor shell181 alleen eerste 4 invoeren)
 *DO,j,1,nr-1
  E,j+nr*(i-1),j+1+nr*(i-1),nr+j+1+nr*(i-1),nr+j+nr*(i-1),(nb+1)*nr+j+nr*(i-1),(nb+1)*nr*2+j+1+nr*(i-
1),(nb+1)*nr+nr+j+nr*(i-1),(nb+1)*nr*2+j+nr*(i-1)
 *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,nb          !plaatsen elementen (voor shell181 alleen eerste 4 invoeren)
 E,nr*i,1+nr*(i-1),1+nr+nr*(i-1),nr+i*nr,(nb+1)*nr+nr*i,(nb+1)*nr*2+1+nr*(i-
1),(nb+1)*nr+nr+i*nr,(nb+1)*nr*2+nr+nr*(i-1)
*ENDDO
```

```
FINISH
/SOLU

ANTYPE,0                    !Statische analyse

*DO,i,1,nr                  !toevoegen opleggingen
 D,i,,0,,,,UX,UY,UZ,,       !UX,UY,UZ,,, voor scharnier
*ENDDO                              !UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ voor inklemming
*DO,i,1,nr
 D,i+(nb+1)*nr,,0,,,,UX,UY,UZ,,,
*ENDDO

F,nr+nr*nb/3,FX,-10000              !belasting puntlast
F,0.5*nr+nr*nb/3,FX,10000
F,0.25*nr+nr*nb/3,FY,10000
F,0.75*nr+nr*nb/3,FY,-10000

SOLVE
FINISH

/POST1

ETABLE,doorbuiging,U,Z              !gegevens die worden uitgelezen
ETABLE,N11,SMISC,1
ETABLE,N22,SMISC,2
ETABLE,M22,SMISC,5
ETABLE,Q23,SMISC,8

/output,koepel,txt          !data wegschrijven
PRETAB,doorbuiging,N11,N22,M22,Q23
/out
```