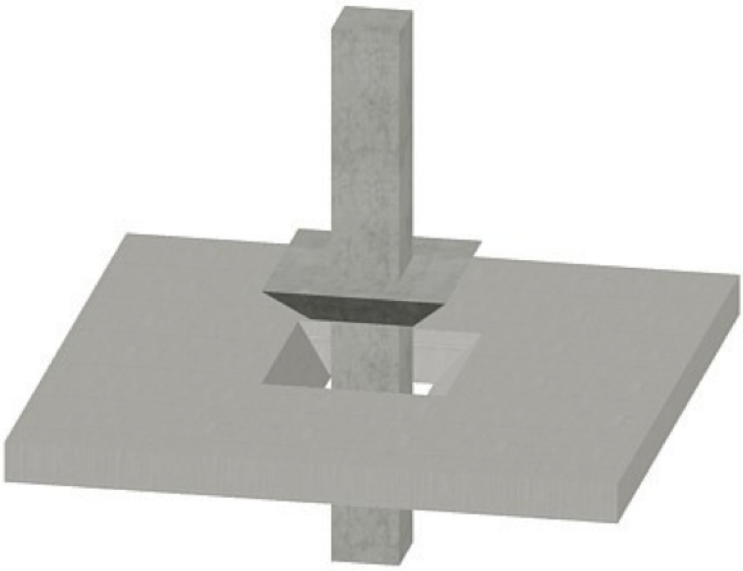
BACHELOR EINDWERK

DE PONSWEERSTAND VAN RAND-, MIDDEN- EN HOEKKOLOMMEN

DE UITERSTE PONSCAPACITEIT VAN BETONNEN KOLOM-VLOER VERBINDINGEN ZONDER VERTICALE WAPENING



Naam : Sharif Mohamed el Hag
Studentnummer : 4245520
Datum : 11-04-2017

TU Delft

VOORWOORD

Dit onderzoek is uitgevoerd als eindwerk voor de bacheloropleiding Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. Mijn dank gaat uit naar dr. ir. drs. C.R. Braam (1e begeleider) en dr. ir. P.C.J. Hoogenboom (2e begeleider) in verband met het leveren van de ondersteuning tijdens de uitvoering van dit onderzoek.

Sharif Mohamed el Hag

11-04-2017, Delft

INHOUDSOPGAVE

Inleiding **4**

1. Invloed van belangrijkste parameters **5**
1.1 Veiligheidsfactoren 5
1.2 Effecten van parameters 6

2. Scheurhoek ponskegel **9**
2.1 Invloed van Deuvelwerking 9
2.2 Spanningstoestand 10

3. Beïnvloeding van momenten op ponscapaciteit **13**
3.1 Interactie Moment-dwarskracht 13

4. Componenten van de afschuifcapaciteit **16**
4.1 De schuifcapaciteit in het ongescheurde beton 16
4.2 De frictieweerstand tussen de ruwe betonoppervlakken in een scheur ('aggregate interlocking') 17
4.3 De deuvelwerking van de langswapening ('dowel action'). 17

5. Uiterste ponscapaciteit **18**
5.1 Betondrukzone 18
5.2 Deuvelwerking 20

6. Conclusies **24**

7. Referenties **24**

INLEIDING

Over het algemeen wordt pons als het maatgevende bezwijkmechanisme gezien voor massieve vloeren ondersteund door kolommen. Om te voorkomen dat er verticale wapening ingebracht dient te worden, moet er gerekend worden op de ponscapaciteit van de vloer zelf.

Pons kan worden gezien als het bezwijken van een vloer op dwarskracht in radiale richting in het horizontale vlak. Lokaal (ter plaatse van de kolommen) nemen de dwarskrachten en momenten sterk toe, waardoor de kolom een kegel uit de vloer wil drukken. Volgens de Eurocode 2[1] kan het verschijnsel pons op 2 manieren worden gecontroleerd; [1] volgens het rekenmodel voor pons (6.4), waarbij een onderscheid wordt gemaakt tussen rand-, midden- en hoekkolommen, en [2] op basis van de controle op dwarskracht, waarbij de vloer als balk wordt beschouwd en berekend (6.2).

Dit rapport weergeeft de uitkomsten van een studie naar de componenten die de samenstelling van de ponsweerstand uitmaken. Daarbij worden de dwarskrachtweerstand leverende mechanismen en de aandelen van deze componenten op de uiterste ponscapaciteit worden onderzocht.

1. INVLOED VAN BELANGRIJKSTE PARAMETERS

Om een beter inzicht te krijgen in belangrijkste parameters die de ponscapaciteit beïnvloeden, wordt een korte parameterstudie uitgevoerd op het rekenmodel gegeven in de Eurocode 2[1]. Dit model berekend de ponscapaciteit als volgt:

$V_{rd} = v_{rd,c}\, u_1\, d_{eff}$

Hierin is:

$v_{rd,c} = C_{rd,c}\, k\, (100\, \rho_{eff}\, f_{ck})^{\frac{1}{3}}$

met :

$k = \sqrt{\frac{200}{d_{eff}}} + 1$

$\rho_{eff} = \sqrt{\rho_x * \rho_y} \leq 0{,}02$

$C_{rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_c}$ (Empirische waarde met veiligheidsfactor $\gamma_c = 1{,}5$)

u_1 Eerste controle perimeter met: Voor vierkante kolommen $u_1 = 4c + 4\,\pi\, {d_{eff}}^2$

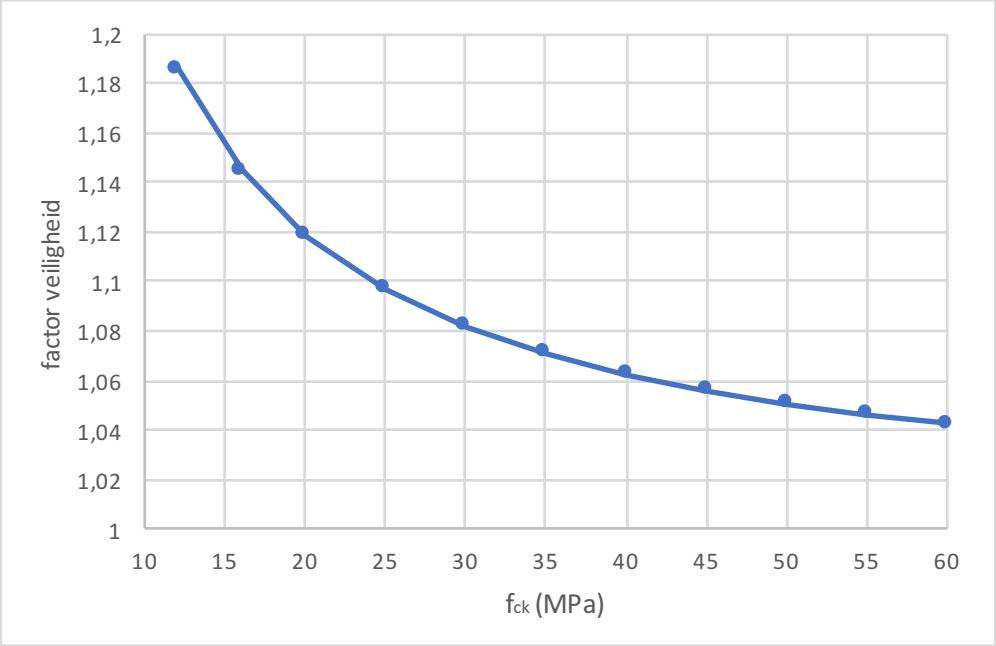
Voor ronde kolommen $u_1 = \frac{\pi}{4}(c + 4d_{eff})^2$

$d_{eff} = \sqrt{{d_x}^2 + {d_y}^2}$

1.1 VEILIGHEIDSFACTOREN

Over de totale ponscapaciteit uit bovenstaande berekening zit een veiligheidsfactor van 1,5 uit de waarde voor $C_{rd,c}$. Daarnaast is er nog een veiligheidsmarge uit de karakteristieke betonsterkte te halen, waar voor het uitvoeren van een exacte berekening de gemiddelde betonsterkte f_{cm} gebruikt kan worden.

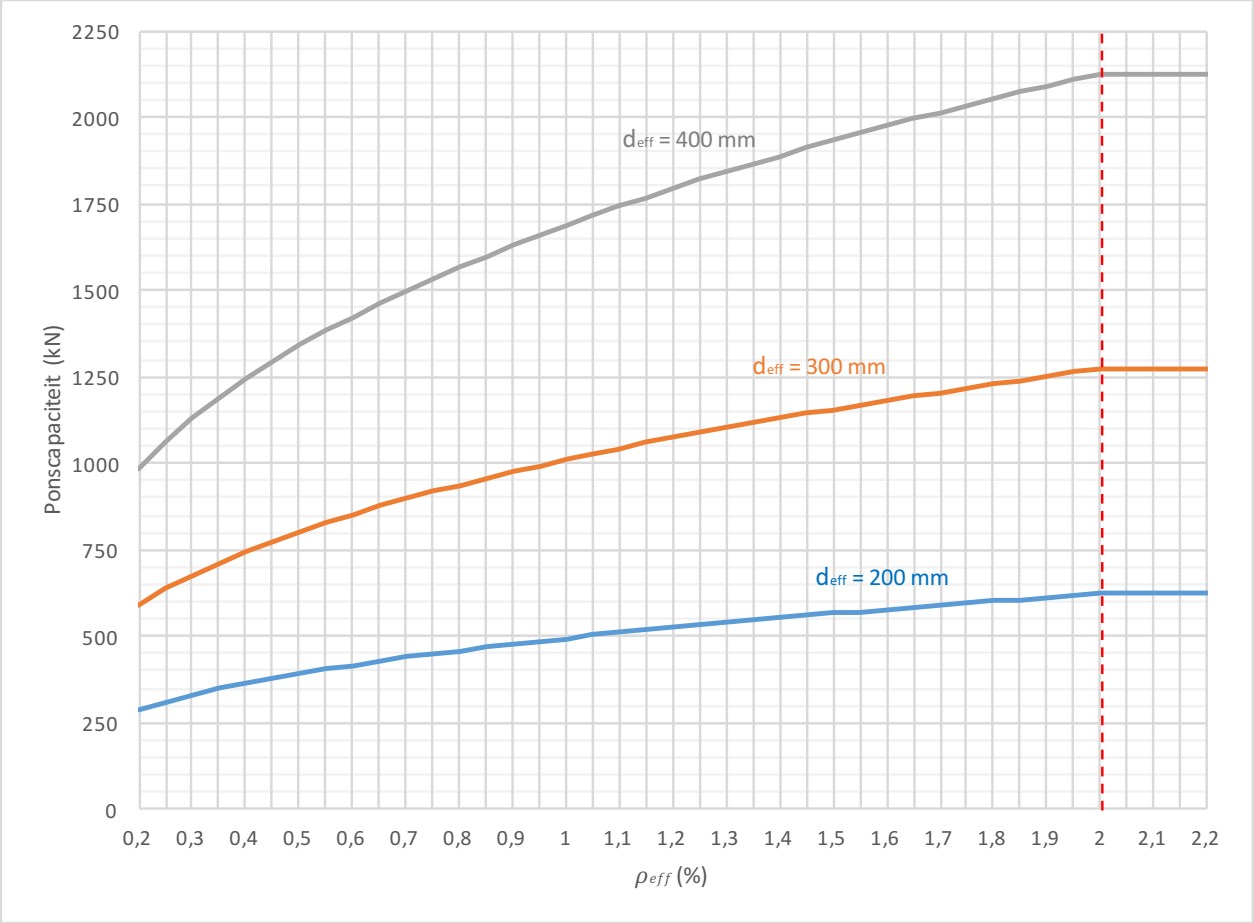
$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)



Zo zien we dat voor de gebruikelijke betonkwaliteiten (C16/20 tot C50/60) de representatieve veiligheidsfactor tussen 1,05 en 1,15 zit. Daarmee komt de totale veiligheidsfactor op de berekende ponscapaciteit uit op 1,58 tot 1,73. Deze ruime veiligheid op de berekende ponscapaciteit geeft de ruimte om voor andere factoren, zoals de factor β en de ponskegel scheurhoek θ een indicatieve waarde te geven en deze complexiteit van de berekening van deze parameters te omzeilen.

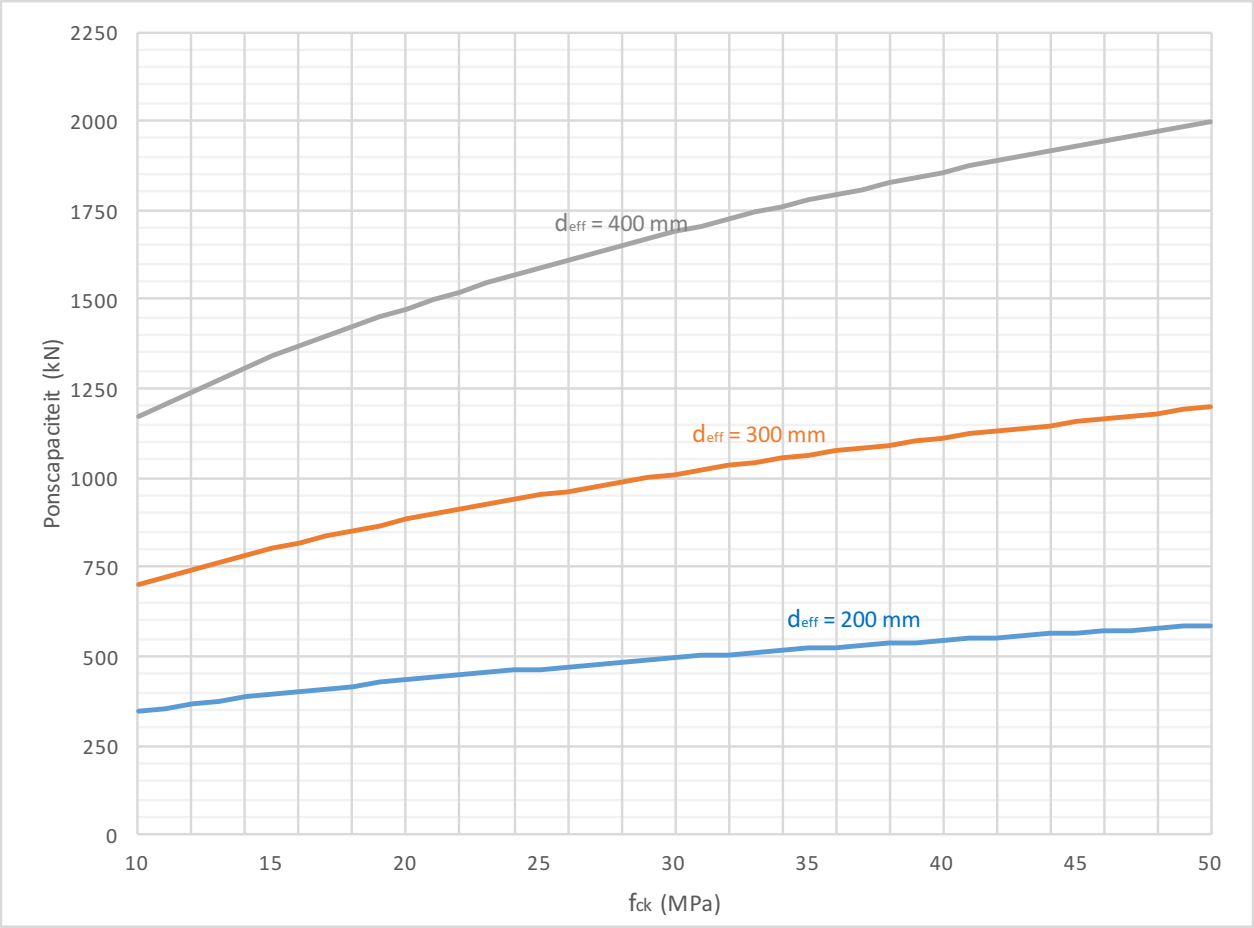
1.2 EFFECTEN VAN PARAMETERS

Onderstaande grafiek weergeeft de invloed van het effectieve wapeningspercentage op de ponscapaciteit volgens Eurocode 2[1]. Hoewel in de praktijk dergelijke ponskrachten gepaard zullen gaan met grote momenten waardoor de wapening al veel eerder is bezweken, wordt hier enkel gekeken naar de maximaal opneembare dwarskracht. Om het moment erbij te betrekken dient de ponscapaciteit V_{rd} nog eens gedeeld te worden door een factor β, welke een (benaderde) waarde heeft van 1,15 voor middenkolommen, 1,4 voor randkolommen en 1,5 voor hoekkolommen.



In deze grafiek is uitgegaan voor van een betonkwaliteit C30/37 en vierkante kolommen waarvoor geldt: $c = d_{eff}$. Zowel de effectieve hoogte d_{eff} als het wapeningspercentage hebben een verhogend effect op de ponscapaciteit. Te zien is dat het wapeningspercentage tot een maximale waarde van 2,0% mag worden meegenomen in de berekening van de dwarskrachtcapaciteit.

In de volgende grafiek is het effect van de betonkwaliteit in beeld gebracht. Het wapeningspercentage is hierbij constant gehouden op een gebruikelijke waarde van 1,0%. Het effect van de betonkwaliteit is vergelijkbaar met het wapeningspercentage, zoals ook zichtbaar is in de formule voor $v_{rd,c}$.



2. SCHEURHOEK PONSKEGEL

In de dwarskrachtcontrole voor balken mag een scheurhoek tussen de 21,8 en 45° worden aangehouden. Naarmate de hoeveelheid dwarskrachtwapening hoger is, mag de krachtafdrachtshoek worden verkleind (staafwerkmodel). Een balk zonder dwarskrachwapening wordt verwacht te gaan scheuren onder een hoek van 45°, de maximale krachtafdrachtshoek die door enkel het beton geleverd kan worden.

Voor vloeren zonder dwarskrachtwapening wordt volgend Eurocode 2[1] artikel 6.4 een ponskegel met een scheurhoek van 26,6° aangenomen (arctan(d/2d)). Wanneer wel dwarskrachtwapening wordt toegepast, wordt ook deze hoek verkleind. De Eurocode schijft voor dat er een controle omtrek $u_{out,eff}$ moet worden gevonden waarvoor geen dwarskrachtwapening meer is vereist. Deze omtrek wordt als volgt bepaald:

$$u_{out,eff} = \frac{\beta * V_{ed}}{v_{rd,c} * d_{eff}}$$

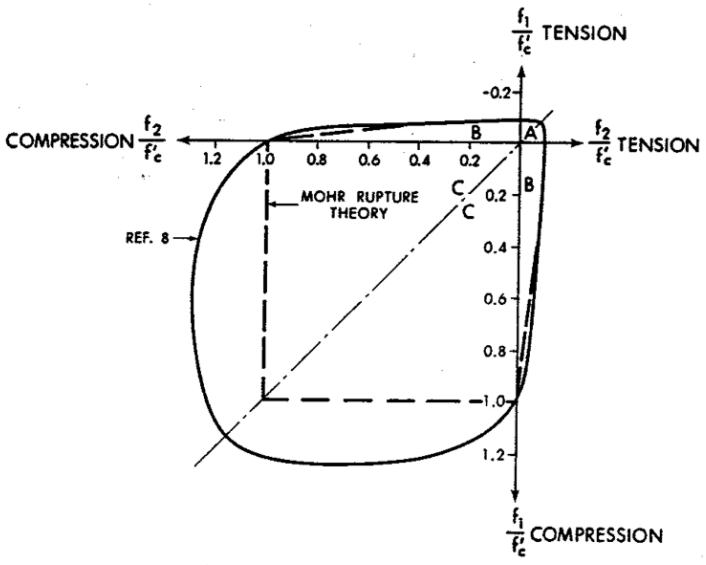
De controleperimeter in de ponsberekening uit de Eurocode, met een afstand van 2d tot de dag van de kolom en een ponsscheurhoek θ van 26,6°, is een empirisch gekozen waarde. In de werkelijkheid zal deze hoek afhankelijk zijn van meerdere factoren.

2.1 INVLOED VAN DEUVELWERKING

Ten opzichte van balken beschikken vloeren over een aantal extra mechanismen die de capaciteit van dwarskracht verhogen, en om die reden een lagere scheurhoek kunnen garanderen. De dwarskracht moet worden afgedragen in radiale richtingen naar de steunpunten. De aanwezigheid van langswapening in de vloeren in x- en y-richting levert de vloer, naast het kunnen opnemen van de momenten, het voordeel van de deuvelwerking. Deuvelwerking is de weerstand tegen afschuiving van in een scheur blootliggende langswapening. Over de invloed van de deuvelwerking op de ponscapaciteit is veel discussie. Sommigen beweren dat de het effect minimaal bijdraagt, terwijl door anderen 30% (S. Kinnunen, 1963) tot 35% (Theodorakopoulos/Swamy[6]) van de ponscapaciteit toeschrijven aan het de deuvelwerking. Zeker in vloeren, waar het effect van deuvelwerking in 2 richtingen aanwezig is, is het aandeel op de dwarskrachtcapaciteit proportioneel groter dan in balken. In hoofdstuk 5 zal het effect van deuvelwerking verder worden behandeld.

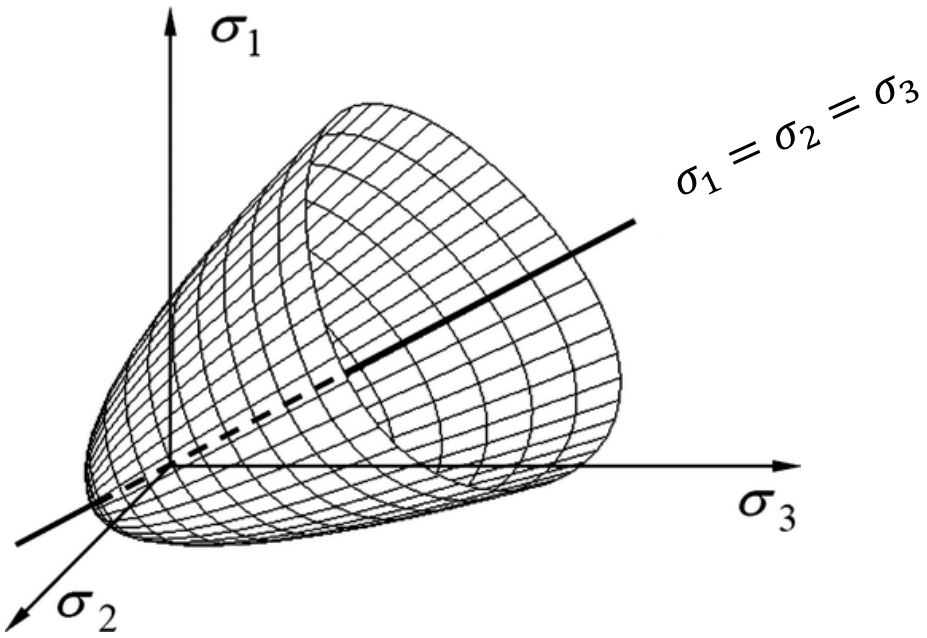
2.2 SPANNINGSTOESTAND

Daarnaast zijn de spanningscondities ter plaatse van het uiterste puntje van de scheur, in de plastische zone (daar waar de elastische capaciteit van het beton bereikt is en plastische vervormingen, oftewel scheuren, zicht voordoen), zeer verschillend ten opzichte van in een balk. In een vloer zijn er door de momenten in 2 richtingen, complexe 3-dimensionale spanningen aanwezig. In de drukzone worden drukspanningen gegenereerd door zowel de momenten in beide horizontale directies, als verticale spanningen ten gevolge van de dwarskrachtafdracht. Voor een 2-dimensionale spanningstoestand is het hieronder weergegeven model bekend.



ASCE/ACI TASK COMMITTEE 426, 1973[5]

De grafiek geeft weer hoe de verhouding van de hoofdspanningen in 2 richtingen (f_1 en f_2) de schuifspanningscapaciteit van het beton beïnvloeden, zoals dit in balken mogelijk is. Te zien is dat onder invloed van drukspanningen in beide hoofdspanningsrichtingen de betonsterkte tot ongeveer 20% kan toenemen. In een spanningstoestand zoals in de drukzone bij vloeren komt hier nog een 3e hoofdspanningsrichting bij, waardoor dit effect wordt versterkt. De spanningstoestand ziet eruit zoals weergegeven in onderstaande afbeelding.



Eurocode artikel 6.5.4 (6) geeft aan dat onder een 3-dimensionale drukspanningstoestand voor de maximale spanning moet gelden:

$\sigma_{Ed,max} \leq k_4\, \upsilon' f_{cd}$ Waarin $k_4 = 3{,}0$ en $\upsilon' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$

Wanneer we voor f_{cd} de materiaalfactor verwaarlozen en voor f_{ck} de gemiddelde sterkte f_{cm} gebruiken levert dit de volgende formule:

$$\sigma_{Ed,max} \leq 3{,}0\ (1 - \frac{f_{cm}}{250}) f_{cm}$$

Uitgaande van een betonkwaliteit C30/37 levert dit een sterktetoename van:

$$\sigma_{Ed,max} = 2{,}544 f_{cm}$$

$$f_{ctm} = 0{,}30\ {\sigma_{Ed,max}}^{2/3} = 0{,}30\ (2{,}544 f_{cm})^{2/3} = 0{,}30\ (1{,}864)\ {f_{cm}}^{2/3}$$

De gemiddelde trekspanningscapaciteit kan hiermee tot 86,4% toenemen in een 3-dimensionale drukspanningstoestand. Een lagere betonklassen leidt tot een hoger percentage.

Door bovengenoemde factoren is een ponsscheurhoek met meer zekerheid vast te stellen, in tegenstelling tot de dwarskrachtscheur in een balk die veel meer kan variëren. Hoewel in de Eurocode[2] het effect van de hoeveelheid langswapening in de vloer op de scheurhoek niet wordt meegenomen, blijkt de scheurhoek van 26,6˚ een goede benadering voor gebruikelijke wapeningspercentage.

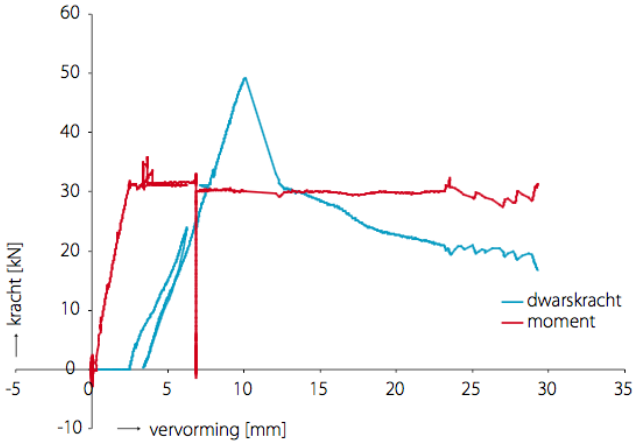
De drukspanningen hebben een verhogend effect op de afschuifweerstand, waardoor vloeren in verhouding tot balken een hogere dwarskrachtweerstand en dus een lagere hoek θ kunnen leveren. De hogere dwarskrachtcapaciteit van vloeren is ook de reden dat er in de Eurocode geen minimale dwarskrachtwapening wordt voorgeschreven, zoals dat wel het geval is voor balken.

3. BEÏNVLOEDING VAN MOMENTEN OP PONSCAPACITEIT

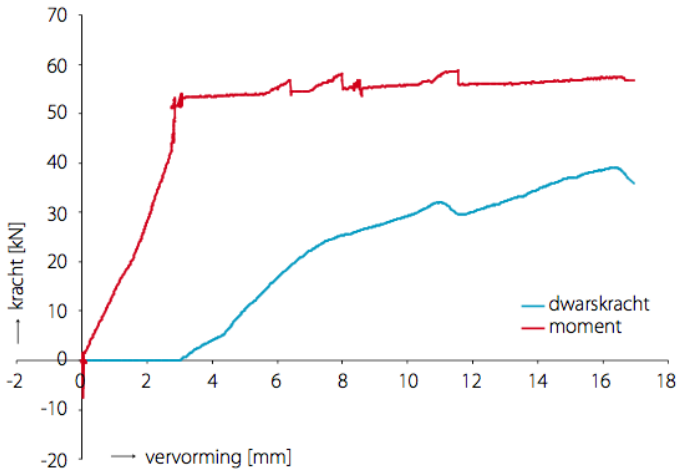
In de Eurocode[2] wordt voor de berekening van de dwarskrachtcapaciteit en de ponscapaciteit geen invloed van momenten opgegeven. Zoals aangegeven in het vorige hoofdstuk ontstaan er in de vloer in het ponsgebied een drukzone ten gevolge van de momenten in beide richtingen, waardoor de trekspanningscapaciteit toeneemt. Er is dus wel degelijk een interactie tussen het moment en de dwarskrachtweerstand.

3.1 INTERACTIE MOMENT-DWARSKRACHT

In een onderzoek van De Goeij/Kleinman[3] worden 2 bezwijkvormen op dwarskracht in een balk naast elkaar gelegd. In de eerste situatie wordt een laag moment op de bezwijkzone aangebracht en vervolgens met een vervormingsgestuurde kracht de dwarskracht wordt verhoogd. Om het moment in de bezwijkzone constant te houden wordt tegelijk met de vervormingsgestuurde kracht een tegengesteld moment aangebracht. De dwarskracht wordt opgevoerd tot bezwijken van de balk (zie onderstaande grafiek). Er ontstaat een typische brosse diagonale dwarskrachtscheur.



In de tweede situatie wordt volgens dezelfde methode belast, maar nu wordt er eerst een hoog moment aangebracht. Hierbij ontstaan verticale momentscheuren. Na het opvoeren van de dwarskracht ontstaat er eenzelfde soort dwarskrachtscheur als bij de eerste situatie, maar door de hoge drukspanningen in de drukzone, houdt een deel van de draagcapaciteit stand. Er ontstaat een 2e draagmechanisme, met een hogere draagcapaciteit.

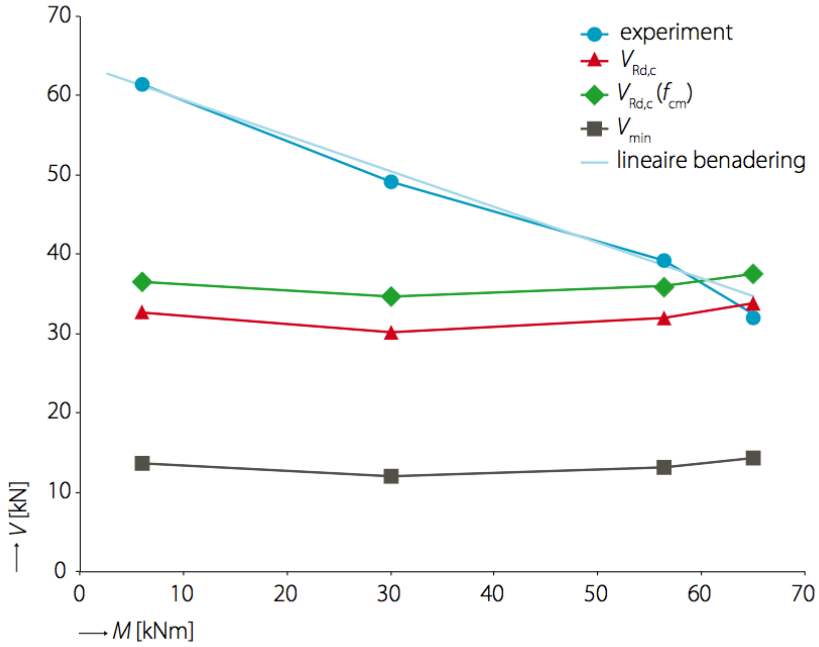


Op het moment dat de diagonale dwarskrachtscheur de betondrukzone heeft bereikt vindt er bezwijking plaats.

Het moment beïnvloedt de dwarskracht op twee manieren:

- Verticale scheuren drijven de neutrale lijn richting de drukzijde van het element. De betondrukhoogte neemt af waardoor het effectieve betonoppervlak en daarmee de dwarskrachtcapaciteit kleiner wordt.
- De drukspanning in de betondrukzone neemt toe om het momentenevenwicht te herstellen. Hogere drukspanningen in horizontale richting leiden tot een toename van de schuifspanningscapaciteit, zoals vermeld in hoofdstuk 3.2.

Het resultaat van het onderzoek is weergegeven in onderstaande grafiek.



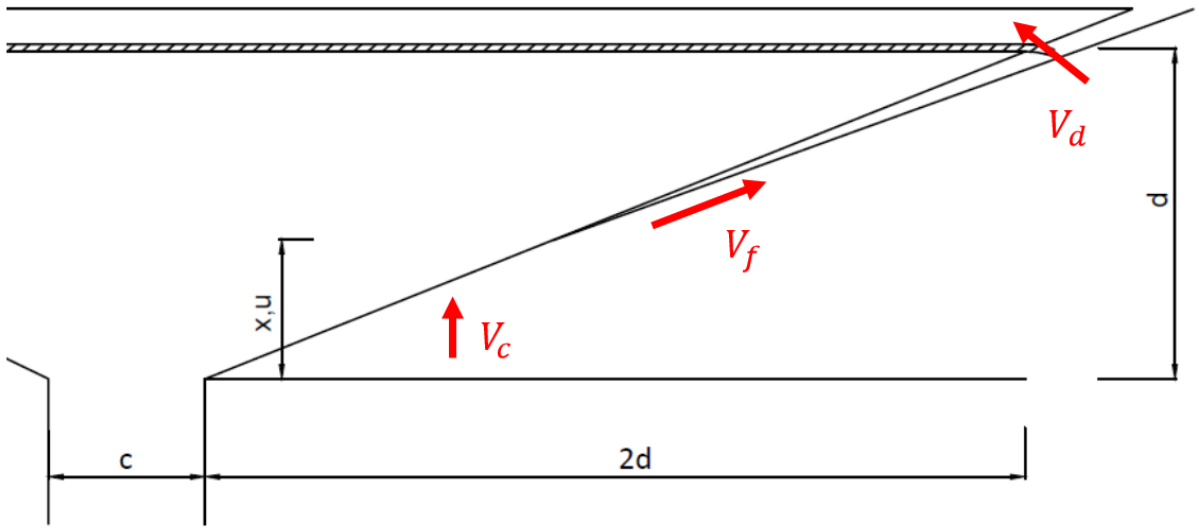
Hieruit volgt dat de dwarskrachtcapaciteit in een balk afneemt naarmate het moment toeneemt. Dat betekent dat in een balk het effect van de reductie van het effectieve betonoppervlak opweegt tegen de toename van de betoncapaciteit ten gevolge van de drukspanning.

4. COMPONENTEN VAN DE AFSCHUIFCAPACITEIT

De afschuifcapaciteit (ter plaatse van de kritische scheur) wordt over het algemeen onderverdeeld in 3 componenten. ASCE-ACI Committee 455[5] voegt hier nog 2 mechanismen aan toe, namelijk de boogwerking ('arching action') en overgebleven trekspanningen die direct kunnen worden overgedragen tussen de scheuroppervlakken ('residual tensile stresses').

De boogwerking in een vloer kan worden verwaarloosd, gezien vloeren in verhouding tot balken over het algemeen grotere overspanningen bij een lagere hoogte hebben.

$V_{rd} = V_c + V_f + V_d$



4.1 DE SCHUIFCAPACITEIT IN HET ONGESCHEURDE BETON

Om het aandeel hiervan ten opzichte van de totale afschuifcapaciteit te bepalen, kan dit oppervlak worden beperkt tot de betondrukzone. De belangrijkste factoren die het aandeel van de schuifspanning in de betondrukzone beïnvloeden zijn de betonkwaliteit en het optredende moment, wat de hoogte van de drukzone en de drukspanning in deze drukzone bepaald. Zoals genoemd in hoofdstuk 3.2 neemt de schuifspanningscapaciteit toe bij een toename van normaaldrukspanning.

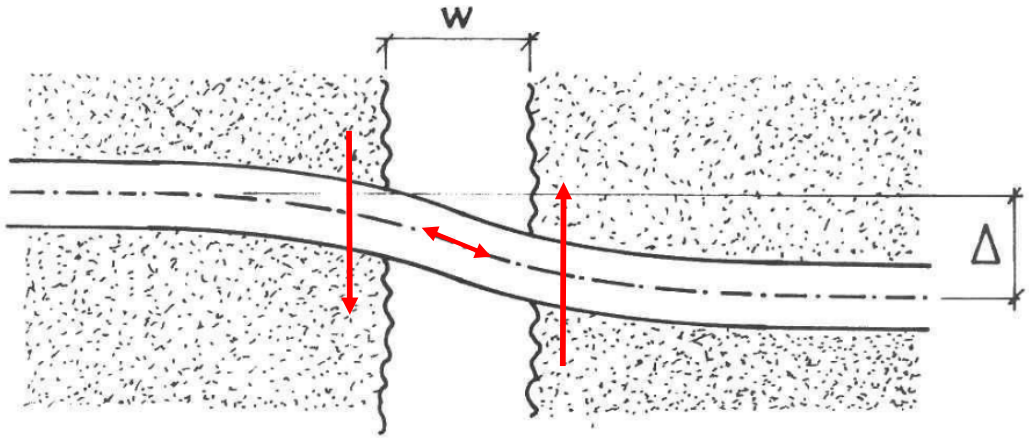
4.2 DE FRICTIEWEERSTAND TUSSEN DE RUWE BETONOPPERVLAKKEN IN EEN SCHEUR ('AGGREGATE INTERLOCKING')

Gezien het cement meestal een lagere sterkte heeft dan toeslagmaterialen als zand en grind treden scheuren op tussen de toeslagmaterialen en het cement. De scheur vormt ruwe oppervlakken aan beide zijden van de scheur waartussen afschuifkrachten kunnen worden overgedragen. Omdat bij pons de scheur onder een vlakke helling optreedt is dit effect veel minder dan bij verticaal afschuivende delen. Het onderste vloerdeel 'valt' met weinig frictie uit het bovenste vloerdeel. Het aandeel van 'aggregate interlocking' op de uiterste ponscapaciteit kan ten opzichte van deuvelwerking en de schuifcapaciteit in de drukzone worden verwaarloosd.

4.3 DE DEUVELWERKING VAN DE LANGSWAPENING ('DOWEL ACTION').

De weerstand die de wapeningsstaven in een scheur leveren tegen het afschuiven van de 2 delen wordt deuvelwerking genoemd. Deze weerstand bestaat uit 3 mechanismen;

1. De afschuifkracht in de doorsnede van een wapeningsstaaf ten gevolge van de verticale verplaatsing tussen de vloerdelen.
2. Door de verticale verplaatsing ontstaat er een moment in de wapeningsstaaf. Hierbij zal ook een deel van de wapeningsstaaf dat ingebed ligt in het beton mee vervormen.
3. Daarnaast krijgt, door een verticale verplaatsing, de axiale trekkracht in de wapeningsstaaf tussen de scheur een verticale component waardoor een dwarskracht tussen de afschuivende delen kan worden overgedragen. Dit zorgt ervoor dat de afschuifcapaciteit van vloeren toeneemt bij hogere afschuiving/rotatie tussen de vloerdelen. In de afbeelding hieronder is het principe van deuvelwerking geschematiseerd. In de praktijk is de scheurwijdte *w* veel kleiner ten opzichte van de diameter van de wapeningsstaaf.



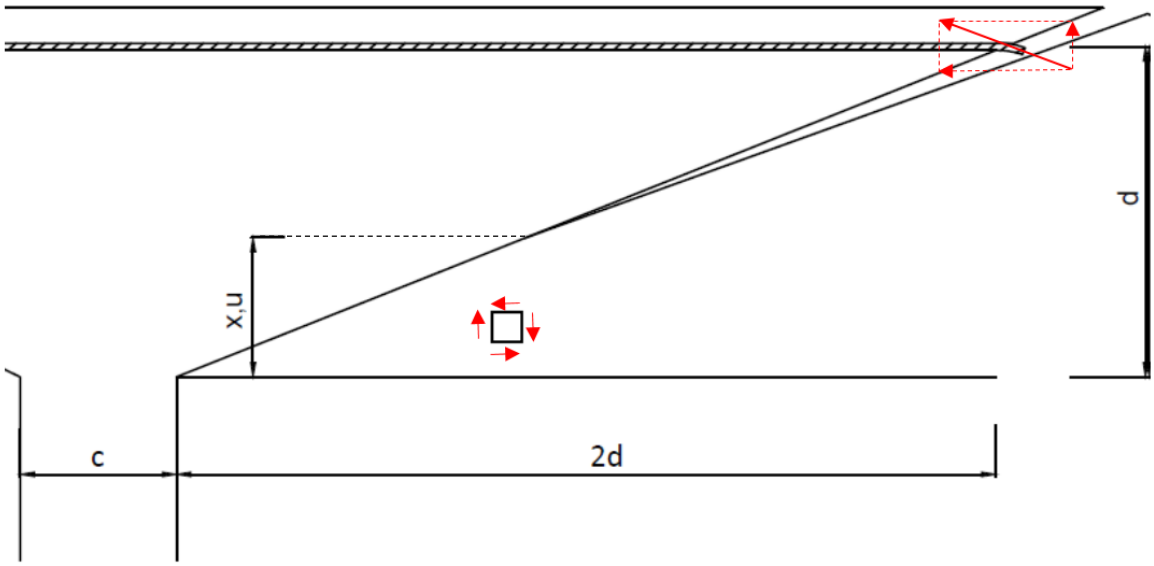
In het volgende hoofdstuk zal dieper in worden gegaan op de componenten en de aandelen ervan op de totale ponscapaciteit.

5. UITERSTE PONSCAPACITEIT

In de analyse van Theodorakopoulos en Swamy[6] wordt voorgesteld om bij de bepaling van de uiterste ponscapaciteit het aandeel voor 'aggregate interlocking' te verwaarlozen. De totale ponscapaciteit wordt opgebouwd uit het aandeel afkomstig van dwarskrachtcapaciteit uit de betondrukzone en het aandeel van deuvelwerking van de langswapening.

$$V_{rd} = V_c + V_d$$

Het is bekend dat de dwarskrachtcapaciteit van betonnen elementen voornamelijk gehaald wordt uit de betondrukzone. In dit hoofdstuk wordt een vergelijking gemaakt tussen de aandelen van V_c en V_d op de totale ponscapaciteit V_{rd}.



5.1 BETONDRUKZONE

Het aandeel van de drukzone wordt bepaald door het oppervlak dat onder hoek θ vanaf de dag van de kolom tot aan de neutrale lijn strekt. Voor een vierkante kolomdoorsnede komt dit neer op het volgende meewerkende oppervlak:

$$A_{c,v,eff} = 4\,c\,\frac{x_u}{\sin\theta} + \pi\,cot\theta\,{x_u}^2$$

Hierin is x_u de betondrukhoogte en c de kolombreedte. Zo is de totale kracht die kan worden overgedragen in de drukzone:

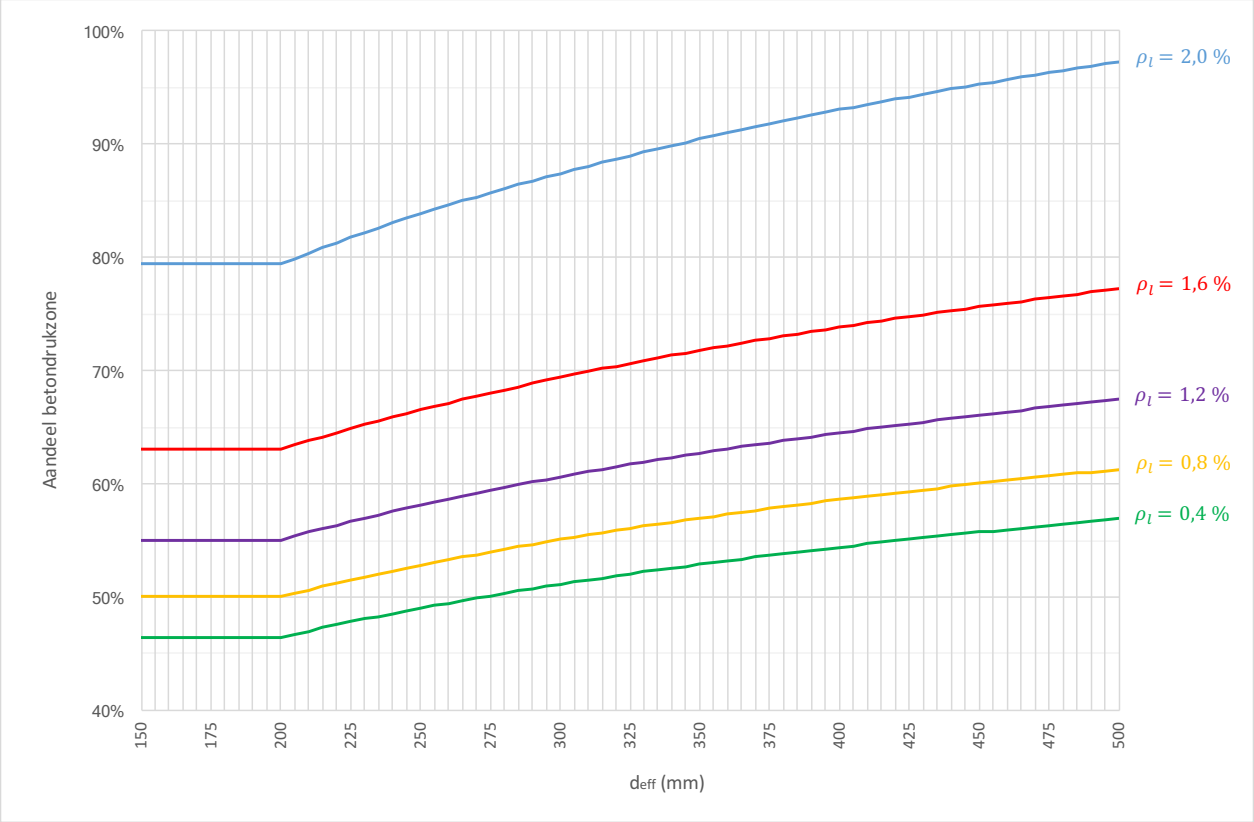
$$V_c = A_{c,v,eff}\,f_{ctm} = \left(4\,c\,\frac{x_u}{\sin\theta} + \pi\,cot\theta\,{x_u}^2\right) f_{ctm}$$

De betondrukhoogte x_u kan worden geschat met de volgende formule:

$$x_u = \left(-\alpha_e \rho_{l,eff} + \sqrt{(\alpha_e \rho_{l,eff})^2 + 2\alpha_e \rho_{l,eff}}\right) d_{eff} \qquad \text{met} \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

De waarde van f_{ctm} mag hierbij worden verhoogd met een factor ten gevolge van de 3-dimensionale drukspanningen die optreden in het gebied. Volgens de vergelijking in hoofdstuk 3.2 kan deze factor tot een maximum van 1,864 oplopen.

Uitgaande van een toename van 50% op de trekcapaciteit geeft dit het volgende beeld van het aandeel van de betondrukzone op de totale ponscapaciteit.



Hierbij is de kolombreedte gelijkgesteld aan de effectieve hoogte van de vloer. Te zien is dat bij vloeren met een effectieve hoogte kleiner dan 200 mm het aandeel constant is. De reden hiervoor is de schaalfactor k, die voor effectieve hoogte kleiner dan 200 mm een constante waarde van 2 aanhoudt.

We zien dat voor gebruikelijke wapeningspercentages ($\pm$ 0,8% tot 1,6%) en vloerdikten tot ongeveer 400 mm een aandeel tussen de 50% en 75% wordt gevonden.

Theodorakopoulos en Swamy[6] stelden dat de deuvelwerking voor ongeveer 25% tot 35% van de totale ponscapaciteit verantwoordelijk is. Uitgaande van 0% tot 15% aandeel voor de verwaarloosde effecten van aggregate interlocking, arching action en residual tensile stresses, is het gevonden aandeel uit de betondrukzone met ongeveer 50% tot 75% van de totale ponscapaciteit een reële uitkomst.

5.2 DEUVELWERKING

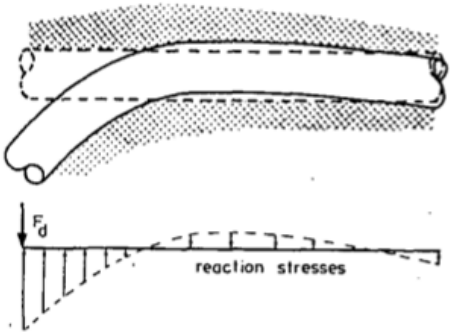
De bijdrage van deuvelwerking van de langswapening aan de uiterste ponscapaciteit wordt begrensd door bezwijken op een van de drie mechanismen genoemd in hoofdstuk 5.3, en kan met het hieronder beschreven model worden benaderd.

De afschuifcapaciteit van de wapeningsstaven $V_{d,V}$ wordt als volgt bepaald.

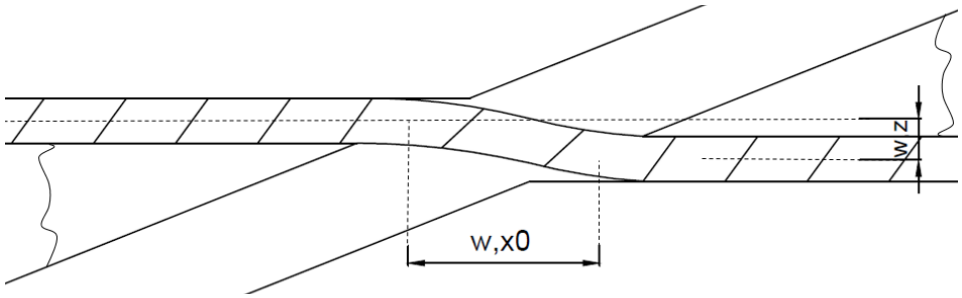
$$V_{d,V} = \rho_l \, h \, u_1 \, f_{yk}$$

De totale over te dragen dwarskracht via deuvelwerking moet onder deze waarde uitkomen om bezwijken op afschuiving van de staven te voorkomen.

Daarnaast ondervinden de wapeningsstaven een moment. Bij het optreden van de verticale verplaatsing tussen de twee vlakken zal aan beide zijden van de scheur een deel beton afbrokkelen, veroorzaakt door de bij het moment behorende dwarskracht die via de wapeningsstaven het beton ingeleid moet worden.



Het beton scheurt uit tot de dekkende betonhoogte op de wapeningsstaaf groot genoeg is en de trekkracht kan opnemen. Daarmee neemt de vrije lengte aan beide zijden met een horizontale lengte Δw_x toe. Aan de hand van de scheurhoek θ is te bepalen over welke afstand de vrije lengte moet toenemen zodat er voldoende dekkende betonhoogte Δh_b aanwezig is.

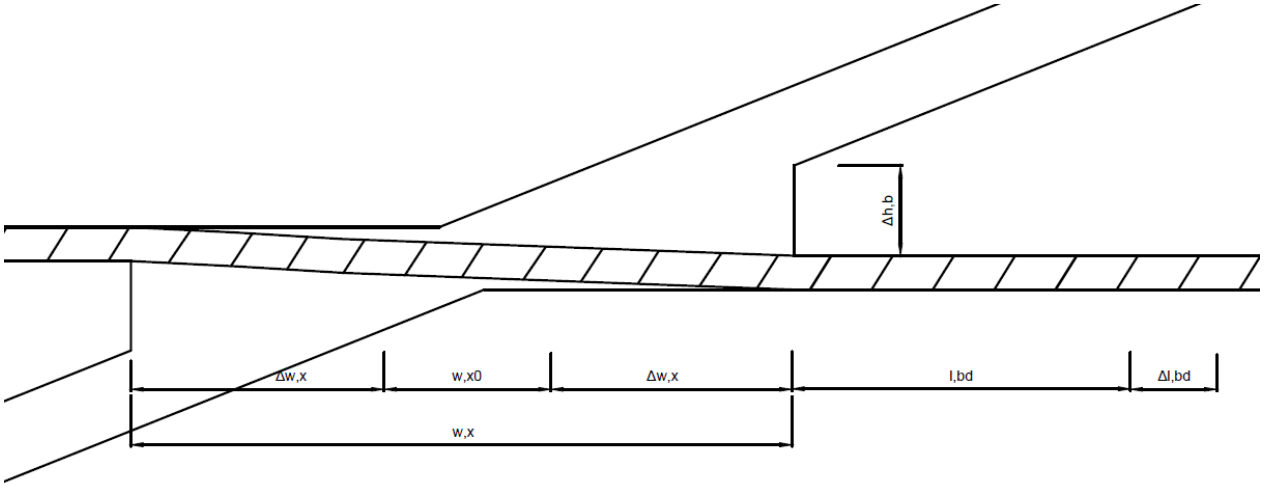


$$\Delta h_b(\Delta w_x) = \tan(\theta)\,\Delta w_x - \frac{\emptyset}{2}$$

Er wordt uitgegaan van een directe inleiding van de dwarskrachten (puntlasten) op het punt waar de wapeningsstaaf weer met het beton in aanraking komt, zodat er halve kegelvormige scheurvlakken ontstaan, kan deze hoogte de volgende dwarskrachtcapaciteit leveren over een betonkegeloppervlak $A_{c,eff}$ per wapeningsstaaf:

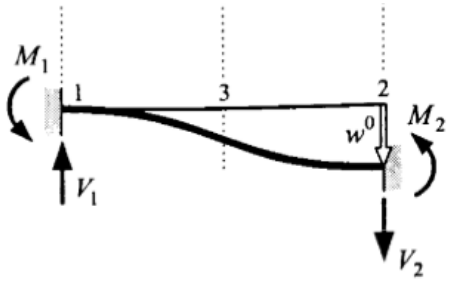
$$A_{c,eff} = \frac{\pi\,(\Delta h_b(\Delta w_x))^2}{2}$$

$$V_{rd}(\Delta w_x) = \frac{\pi\,(\Delta h_b(\Delta w_x))^2\,f_{ct}}{2}\,\frac{4\,\rho\,h\,u_1}{\pi\,\emptyset^2} = \frac{2(\tan(\theta)\,\Delta w_x - \frac{\emptyset}{2})^2\,f_{ct}\,\rho\,h\,u_1}{\emptyset^2}$$



Ten gevolge van het moment moet de volgende dwarskracht worden overgedragen:

$$V_{V,M}(\Delta w_x) = \frac{12EI(\Delta w_x)}{(w_x)^3}\,w_z$$ (zie onderstaande schematisering)



$$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2}w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3}w^0$$

$$\theta_3 = \frac{3}{2}\frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2}w^0$$

Stellen we $V_{rd}(\Delta w_x)$ en $V_{V,M}(\Delta w_x)$ aan elkaar gelijk, dan vinden we de volgende vergelijking:

$$\frac{2(\tan(\theta)\,\Delta w_x - \frac{\emptyset}{2})^2\, f_{ct}\, \rho\, h\, u_1}{\emptyset^2} = \frac{12EI(\Delta w_x)}{(w_x)^3} w_z$$

Met: $I(\Delta w_x) = I * w_x$ en $w_x = w_{x,0} + 2\Delta w_x$

De waarde voor Δw_x is op te lossen bij een aanname van de initiële horizontale verplaatsing $w_{x,0}$ en de verticale verplaatsing w_z, en daarmee is ook de totale horizontale vrije lengte w_x en de hoek φ bepaald. De benodigde hoogte Δw_z mag hierbij niet groter zijn dan de dekking op de buitenste wapening. Hoewel de gebruikte perimeter hiermee ook toeneemt, is het gebruik van u_1 voor de benadering van $\Delta w_{x,a}$ aan de conservatieve kant.

Met de nieuwe vrije lengte stelt zich een nieuw evenwicht in. Wanneer overige vervormingen in het beton worden verwaarloosd kan het systeem worden gezien als een ligger met aan beide zijden een inklemming. Het moment dat per wapeningsstaaf optreedt is:

$$M = \frac{6EI}{{w_x}^2} w_z \qquad \text{zodat} \qquad \frac{M}{W_s} < f_{yk}$$

W_s is hierin het weerstandsmoment van de wapeningsstaaf.

De dwarskracht die door deuvelwerking van de wapening kan worden overgedragen wordt vervolgens bepaald door de verticale component van de trekkracht in de vrije lengte van de wapeningsstaaf. Deze trekkracht wordt in eerste instantie veroorzaakt door het moment M_{2d} dat aanwezig is op de locatie waar de kritische scheur de bovenwapening bereikt, oftewel op een afstand van 2d van de rand van de kolom. Het moment wordt berekend over een strook boven het hart van de kolom met breedte b_{eff}. De wapening die binnen b_{eff} ligt mag als meewerkende trekwapening worden beschouwd, mits de wapeningsstaven voldoende in de vloer verankerd liggen.

Bij gelijke overspanningen l_x en l_y, gelijke wapeningspercentages ρ_x en ρ_y en gelijk verdeelde belastingen is de (voor beide richtingen) gemiddelde trekkracht per wapeningsstaaf te bepalen met:

$$F_{t,2d} = \frac{M_{2d}}{z} \frac{\pi\, \phi^2}{4\rho_l\, h\, b_{eff}} \qquad \text{Met} \qquad b_{eff} = c + 6\, d_{eff}$$

Hierin is z de inwendige hefboomsarm die voor de bepaling van de trekkracht in x-richting z_x is en voor de trekkracht in y-richting z_y is. De langswapening in de binnenste wapeningslaag heeft een kleinere inwendige arm waardoor de trekkracht in deze wapeningsrichting iets groter is. In die richting zullen daarom iets grotere scheuren optreden. Het verschil is verwaarloosbaar waardoor voor de eenvoud wordt uitgegaan van een gemiddelde waarde voor zowel de nuttige hoogte als de inwendige hefboomsarm.

Bij de reeds aanwezige trekkracht uit het moment $F_{t,2d}$ wordt vervolgens een trekkracht opgeteld afkomstig uit de verlenging die de wapeningsstaven ondervinden. De benodigde verankeringslengte voordat er verplaatsingen tussen de vlakken optreden ($l_{bd,0}$) wordt direct gevonden uit de trekkracht ten gevolge van het moment $F_{t,2d}$.

$$l_{bd,0} = \frac{F_{t,2d}}{\pi \, \emptyset \, \tau_{bd}}$$

De verlening van de overdrachtslengte Δl_{bd} wordt bepaald met ΔF_x, de bijkomende trekkracht in de wapeningsstaaf ten gevolge van de verlenging van de staaf.

$$\Delta l_{bd} = \frac{\Delta F_x}{\pi \, \emptyset \, \tau_{bd}}$$

Uitgaande van een constante aanhechtspanning τ_{bd} waarmee de trekkracht in de wapening op omringend beton wordt overgedragen kan de lengte in het overdrachtsgebied waarover rek plaatsvindt ten gevolge van de verlenging worden vereenvoudigd tot een lengte $(l_{bd} + \Delta l_{bd})/2$. De rek over deze lengte neemt evenredig af met de trekspanning in de wapeningsstaaf, waardoor de rek op een halve overdrachtslengte representatief is voor de gehele overdrachtslengte. De totale rek is nu als volgt te bepalen:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sqrt{{w_z}^2 + {w_{x,0}}^2}}{l_{bd} + \Delta l_{bd} + 2\Delta w_x} \qquad \text{waarmee} \qquad \Delta F_x = \varepsilon \, E \, A_s$$

De waarden voor Δl_{bd} , ε en ΔF_x kunnen iteratief worden bepaald.

Het effect van de trekkrachten $F_{t,2d}$ en ΔF_x worden opgeteld bij de dwarskrachtweerstand ten gevolge van het moment $V_{V,M}$ om de totale dwarskracht te bepalen die door middel van deuvelwerking kan worden overgedragen tussen de scheurvlakken.

De gemiddelde hoek φ die de wapeningsstaaf over de vrije lengte maakt tussen beide scheurvlakken is:

$$\varphi = arc\tan\left\{\frac{w_z}{w_{x,0} + 2\Delta w_x}\right\}$$

De horizontale component van de onder hoek φ verlopende trekkracht in de scheur is gelijk aan $F_{t,2d}$. De reductie van de inwendige hefboomsarm door de verticale zakking wordt verwaarloosd. De verticale component van de trekkracht per wapeningsstaaf in de scheur ten gevolge van het moment volgt uit het krachtenevenwicht. Daarbij wordt de verticale component afkomstig uit de onder hoek φ verlopende trekkracht ΔF_x opgeteld. De totale dwarskracht die door middel van deuvelwerking kan worden overgedragen is:

$$V_d = \left(\tan\varphi * F_{t,2d} + \sin\varphi * \Delta F_x + V_{V,M}\right)\frac{4\,\rho_l\,h\,u_1}{\pi\,\phi^2}$$

6. CONCLUSIES

De complexiteit van het bezwijken op pons ligt in het combineren van spanningen ten gevolge van het moment en de diagonale trekspanningen ten gevolge van de dwarskracht in een 3-dimensionale beschouwing. In de drukzone van de vloer zijn drukspanningen in beide richtingen in het x,y-vlak aanwezig. Deze drukspanningen hebben een verhogend effect op de afschuifweerstand. Door bi-axiale werking in vloeren kan dit effect tot 86,4% toenemen. Ten opzichte van balken, waar een 2-dimensionale drukspanningstoestand heerst, is er een maximale toename van trekspanningscapaciteit tot ongeveer 20%, waardoor vloeren in verhouding tot balken een hogere dwarskrachtweerstand kunnen leveren.

De ponscapaciteit van vloeren wordt opgebouwd door voornamelijk weerstand uit de betondrukzone en de deuvelwerking van de trekwapening in langsrichting. De aandelen verhouden zich in de ordegrootte van 50% tot 75% uit de betondrukzone, 25% tot 35 % uit deuvelwerking en 0% tot 15 % afkomstig uit de verwaarloosde effecten van 'aggregate interlocking', 'arching action' en 'residual tensile stresses'.

7. REFERENTIES

[1] NEN: NEN-EN 1992-1-1+C2 *'Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen'*. 01-11-2011.

[2] Aurelio Muttoni: "*Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement"*. ACI Structural Journal, Titel no. 105-S42, No. 4, July-August 2008.

[3] Rick de Goeij, Cees Kleinman: *"Interactie moment en dwarskracht".* Cement, editie 8, 18-12-2013.

[4] Adrian Ernest Long, Douglas Bond: *"Punching failure of reinforced concrete slabs".* Paper No. 7002, 1967.

[5] ASCE-ACI Task Committee 426: "*The Shear Strength of Reinforced Concrete Members".* Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 99, No. ST6, June 1973.

[6] D.D. Theodorakopoulos, R.N. Swamy: "*Ultimate punching shear strength analysis of slab-column connections"*. Cement & Concrete Composites, Volume 24, pages 509-521, December 2002.

[7] Stefano Guandalini, Olivier L. Burdet, and Aurelio Muttoni: *"Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios*". ACI Structural Journal, Title no. 106-S10, January-February 2009.

[8] K.H.Reineck: *"Model for structural concrete members without transverse reinforcement"*. IABSE Rep. Volume 62, pages 643-648, 1991.