THEORETISCHE RANDVOORWAARDEN EN SCIA BEREKENINGEN VOOR DUNNE SCHAALCONSTRUCTIES

Hemin Sindy
Datum: 7-4-2020
Eerste begeleider: Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom
Tweede begeleider: Dr. Ir. F.P. van der Meer
Afdeling: Materials, Mechanics, Management & Design (3Md)
Sectie: Applied Mechanics

Voorwoord

Dit rapport is een onderdeel van mijn BSc-Eindwerk voor mijn bachelor Civiele Techniek. Het eindwerk bouwt voort op het werk van E.M.J. Vicca en W.J.G. van Dommelen die onderzoek hebben gedaan naar de convergentie van berekeningen aan schaalconstructies in SCIA Engineer. Ten slotte wil ik dr. ir. P.C.J. Hoogeboom en dr. ir. F.P. van der Meer beiden bedanken voor hun begeleiding en feedback die ik tijdens het opstellen van dit rapport gebruikt heb.

Hemin Sindy

Sittard, Juni 2020

Samenvatting

SCIA Engineer is een eindige elementenprogramma. Hoe precies een berekening achter de schermen uitgevoerd wordt, is niet bekend. Daarom wordt onderzoek gedaan naar de convergentie van SCIA Engineer berekeningen. In dit rapport worden alleen de randen van de schaalconstructies beschouwd en algehele netverfijning toegepast.

Op basis van de kennis dat SCIA Engineer een eindige elementenprogramma is, kan de nauwkeurigheid bepaalt worden door na te gaan of de resultaten uit SCIA Engineer inderdaad richting de theoretische waarde convergeren. Het is dan ook interessant om te bepalen wat de snelheid van deze convergentie is.

Om te kunnen achterhalen of de resultaten uit SCIA Engineer inderdaad richting de theoretische waarde convergeren (zie hoofdstuk 5) wordt eerst de hypothese getoetst worden (zie hoofdstuk 4). De hypothese is dat de orde van convergentie 2 is wat in lijn is met de theorie. De benodigde resultaten om de convergentie en orde daarvan te bepalen worden verkregen door een constructie te berekenen bij verschillende grote van netverfijning. De resultaten van deze berekeningen zijn in bijlage 2 te vinden. Wanneer de orde van convergentie m.b.v. de hypothese bepaald is kan ook iets over de snelheid van convergeren gezegd worden (hoofdstuk 4.4).

Uit de resultaten van hoofdstuk 4 en 5 blijkt dat de momenten naar de theoretische waarden convergeren, wat in figuur 9 is weergegeven zijn. Daar in tegen convergeren de normaal- en dwarskrachten vaak in de buurt van de theoretische waarde. Al deze krachten hebben een orde van convergentie van $O(h^2)$ zoals in hoofdstuk 4.4 bevestigd is. Dit houdt dus in dat de snelheid van de convergentie kwadratisch is.

Inhoud

Voorwoord 1
Samenvatting 2
1. Inleiding 4
1.1 Probleemstelling 4
1.2 Methode 4
2. Theorie 6
3. Berekening van schaalconstructies in SCIA Engineer 9
4. Orde van de convergentie 11
4.1 Theorie 11
4.2 Bepalen van de orde van convergentie 12
4.3 Rekentijd 14
4.4 Betrouwbaarheid en conclusies 15
5. Randvoorwaarden 16
5.1 Constructie 1 17
5.2 Constructie 2 18
5.3 Constructie 3 18
6. Conclusies 20
Bibliografie 21
Bijlage 1: Constructies 22
Programma instellingen voor de berekening: 22
Constructie 1: Luifel (voorbeeld) 23
Stapgrote 1000 mm 23
Stapgrote 500 mm 25
Stapgrote 50 mm 27
Bijlage 2: SCIA Engineer resultaten voor Constructies 29
Constructie 1 29
Constructie 2 31
Constructie 3 33

1. Inleiding

In de praktijk worden modelleerprogramma's zoals *SCIA* gebruikt om eigenschappen van constructieonderdelen te berekenen. Hoe een constructie de kracht opneemt hangt niet alleen af van het gebruikte materiaal maar ook van de rand- en overgangsvoorwaarden in de constructie zelf die ontstaan door type verbindingen (scharnierend, star etc.) tussen liggers, vloeren en kolommen. Hoe het programma een constructie berekend is echter niet helemaal bekend. De vraag is dan of de resultaten uit SCIA Engineer wel helemaal kloppen. Convergeren ze wel naar de theoretische waarden? In dit rapport worden alleen de randen van schaalconstructies beschouwd.

1.1 Probleemstelling

Het programma SCIA Engineer gebruikt eindige-elementen waarvan de afleiding niet beschikbaar is. Het is dus niet bekend hoe nauwkeurig deze elementen zijn. In voorgaand onderzoek is deze nauwkeurigheid bestudeerd in het midden van schalen (door E.M.J. Vicca) en aan de randen van schalen (van Dommelen). Het blijkt, wanneer steeds kleinere elementen gekozen worden, dat de berekende verplaatsingen, membraankrachten en momenten convergeren. Met de opgedane kennis kunnen worden de volgende onderzoeksvragen geformuleerd:

1) Hoe snel gaat de convergentie?

2) Gaat de convergentie naar de juiste waarden?

Wellicht dat het antwoord op deze vragen laat zien dat de elementen in SCIA verder kunnen worden verbeterd.

In de randen van schaalconstructies treden vaak de grootste spanningen op. De elementnauwkeurigheid in de randen is hierdoor maatgevend. De wiskundig exacte waarden van de rekenuitkomsten zijn niet bekend omdat de vergelijkingen te ingewikkeld zijn om analytisch op te lossen. Wel kan worden getoetst of de rekenuitkomsten voldoen aan de randvoorwaarden zoals geformuleerd door Koiter [3].

De studies van E.M.J. Vicca en W.J.G. van Dommelen waren exploratief van aard en hebben inzicht gegeven in de orde van convergentie en het werken met SCIA Engineer voor het berekenen van schaalconstructies. Het huidige onderzoek bouwt hierop voort met het formuleren van duidelijke hypothesen en het uitvoeren van numeriek proeven waarmee de hypothesen worden getoetst. Indien nodig zullen berekeningen in de voorgaande studies kritisch worden over gedaan.

De doelstellingen van dit rapport kunnen als volgt samengevat worden:

1) Bepalen van de relatie tussen *de elementgrootte* en *de membraankrachten, momenten en dwarskrachten in de randen van dunne schaalconstructies berekend met SCIA Engineer*.

2) Vaststellen of SCIA berekeningen van dunne schaalconstructies aan de randvoorwaarden voldoen.

3) Hypothese opstellen m.b.t. de orde van convergentie en deze bewijzen of verwerpen met numerieke berekeningen.

1.2 Methode

De eerste doelstelling die behandeld wordt, is het bewijzen van de hypothese. De hypothese neemt aan dat de orde van convergentie h^2 is. De orde van de convergentie wordt per variabele in verschillende punten voor 3 verschillende constructies (figuren 2, 3 en 4) bepaald. Dit wordt gedaan door telkens de gegevens uit te zetten in grafieken. Per grafiek kan dus voor een bepaalde variabele

(bijv. de normaalkracht) de orde van convergentie bepaald worden door een lineaire lijn te fitten (in het niet-ruizige gedeelte). Wanneer alle orden van convergentie bepaald zijn, ontstaat er een dataset. Vervolgens wordt een 95% betrouwbaarheidsinterval op basis van deze data bepaald. De hypothese wordt bevestigd wanneer de waarde 2 in het betrouwbaarheidsinterval valt.

Wanneer de orde van convergentie bepaald is kan iets gezegd worden over de snelheid van de convergentie. Indien de hypothese bevestigd is zal deze 2 zijn.

De convergentie van SCIA Engineer berekeningen kan bepaald worden door een stelsel van 2 vergelijkingen en onbekenden op te lossen. Vervolgens kan de waarde uit deze berekening vergeleken worden met de theoretische randvoorwaarden. Op basis van het vergelijken van deze waarden kan een conclusie m.b.t. de convergentie van SCIA Engineer berekeningen getrokken worden.

2. Theorie

Om de onderzoeksvragen te beantwoorden moet eerst de theorie behandeld worden. De theorie in dit hoofdstuk wordt gebruikt om uiteindelijk te kunnen toetsen of de SCIA Engineer resultaten convergeren naar de theoretische randvoorwaarden.

De theorie die gebruikt wordt Love's benadering van de rekenergie genoemd. Deze theorie is gebaseerd op 3 aannames:

1) De schaal is dun. Er geldt:
$$\frac{R}{d} \ll 1$$
met d en R respectievelijk de schaaldikte en de kleinste hoofdradius van de kromming van het midden oppervlak.
2) De rek is overal klein maar grote afbuigingen worden toegelaten. The rek energie per volume eenheid van de *onvervormde* lichaam wordt beschouwd als een kwadratische functie van de rek componenten voor een isotropisch solide materiaal.
3) Het effect van de transversale normaal- en schuifspanning kan verwaarloosd worden.

In dit rapport wordt de definitie van een schaal bepaalt aan de hand van de volgende vuistregel:

$$30 < \frac{R}{d} < 4000$$

Op deze theorie wordt verder gebouwd door Sanders en Koiter. Koiter heeft een aantal onvolkomenheden van Love's theorie verbeterd. Beiden komen uiteindelijk tot een collectie van vergelijkingen die in 3 categorieën te verdelen zijn: evenwichtsvergelijkingen, kinematische vergelijkingen en constitutieve vergelijkingen. De vergelijkingen zijn in de volgende tabel weergegeven:

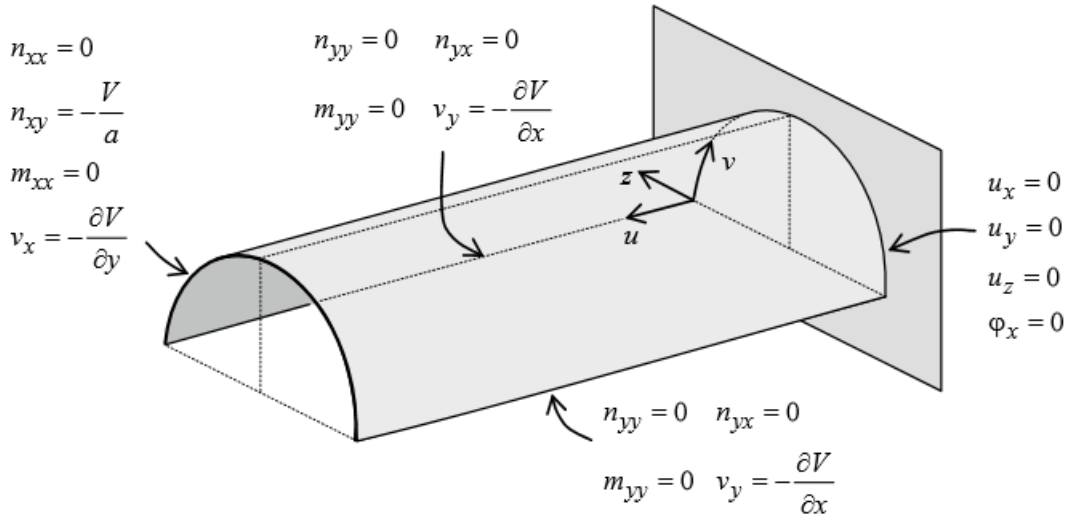
equilibrium equations	$k_{xx}n_{xx} + k_{xy}(n_{xy} + n_{yx}) + k_{yy}n_{yy} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + k_y v_x + k_x v_y + p_z = 0$	1
	$\frac{\partial n_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial n_{yx}}{\partial y} + k_y(n_{xx} - n_{yy}) + k_x(n_{xy} + n_{yx}) - k_{xx}v_x - k_{xy}v_y + p_x = 0$	2
	$\frac{\partial n_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + k_x(n_{yy} - n_{xx}) + k_y(n_{xy} + n_{yx}) - k_{yy}v_y - k_{xy}v_x + p_y = 0$	3
	$\frac{\partial m_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} + k_y(m_{xx} - m_{yy}) + 2k_x m_{xy} - v_x = 0$	4
	$\frac{\partial m_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} + k_x(m_{yy} - m_{xx}) + 2k_y m_{xy} - v_y = 0$	5
	$k_{xy}(m_{xx} - m_{yy}) - (k_{xx} - k_{yy})m_{xy} + n_{xy} - n_{yx} = 0$	6
constitutive equations	$n_{xx} = \frac{Et}{1 - y^2}(\varepsilon_{xx} + v\varepsilon_{yy})$	7
	$n_{yy} = \frac{Et}{1 - v^2}(\varepsilon_{yy} + v\varepsilon_{xx})$	8
	$\frac{n_{xy} + n_{yx}}{2} = \frac{Et}{2(1 + v)}\gamma_{xy}$	9

	$m_{xx} = \frac{Et^3}{12(1-v^2)}(\kappa_{xx} + v\kappa_{yy})$	10
	$m_{yy} = \frac{Et^3}{12(1-v^2)}(\kappa_{yy} + v\kappa_{xx})$	11
	$m_{xy} = \frac{Et^3}{24(1+v)}\rho_{xy}$	12
kinematic equations	$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} - k_{xx}u_z + k_x u_y$	13
	$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} - k_{yy}u_z + k_y u_x$	14
	$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} - 2k_{xy}u_z - k_x u_x - k_y u_y$	15
	$\varphi_x = -\frac{\partial u_z}{\partial x} - k_{xx}u_x - k_{xy}u_y$	16
	$\varphi_y = -\frac{\partial u_z}{\partial y} - k_{yy}u_y - k_{xy}u_x$	17
	$\varphi_z = \frac{1}{2}\left(-\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} - k_x u_x + k_y u_y\right)$	18
	$\kappa_{xx} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} - k_{xy}\varphi_z + k_x\varphi_y$	19
	$\kappa_{yy} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + k_{xy}\varphi_z + k_y\varphi_x$	20
	$\rho_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + (k_{xx} - k_{yy})\varphi_z - k_x\varphi_x - k_y\varphi_y$	21

Tabel 1:Koiter-Sanders vergelijkingen, (Koiter, 1959)

De kinematische vergelijkingen beschrijven de vervormde constructie(onderdelen) en de constitutieve vergelijkingen legt de relatie tussen materiaal eigenschappen en de werking van krachten op de constructie. De evenwichtsvergelijkingen worden gebruikt om de krachtsverdeling van de constructie(onderdelen) te bepalen. In dit rapport worden de formules niet gebruikt om constructies analytisch te berekenen.

Omdat deze vergelijkingen voor verschillende constructies moeilijk analytisch op te lossen zijn, worden ze m.b.v. numerieke methoden opgelost. Welke methode gebruikt wordt is belangrijk omdat dit invloed heeft op de randvoorwaardes van de constructie. In dit rapport wordt de 'finite difference method' gebruikt. Aangezien er meer randvoorwaarden zijn dan onbekenden moeten sommige randvoorwaarden omgeschreven worden zodat de oplossing voldoet aan alle randvoorwaarden (Hoogenboom, z.d.). Het resultaat van het omschrijven van randvoorwaarden is in figuur 1 te zien:

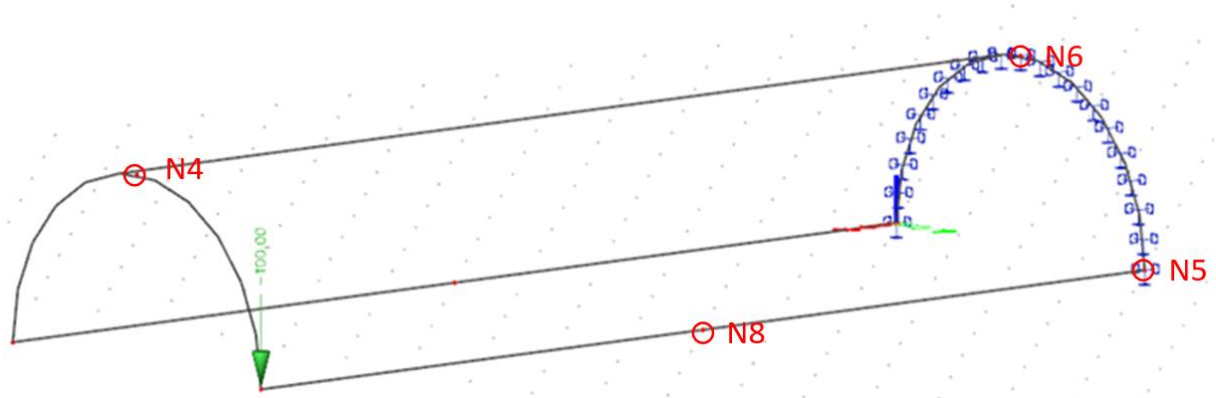


Figuur 1: Koiter-Sanders randvoorwaarden voor een luifel, (Hoogenboom, 2017)

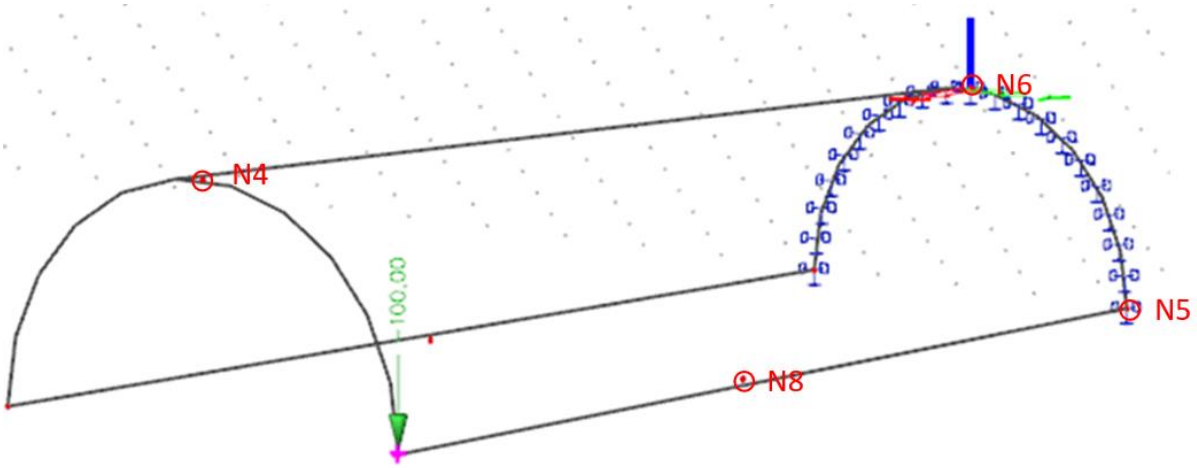
De randvoorwaarden kunnen afgeleid worden door de Koiter-Sanders vergelijkingen in elkaar te substitueren. Er is een verschil tussen de theorie en SCIA Engineer. Bij SCIA Engineer worden de elementen van een constructie(onderdeel) uitgerekt en platgeslagen tot het gewenste resultaat bereikt wordt. Dit kan leiden tot inconsistenties aan de randen van de constructie. Deze punten zijn van belang want hier zullen de kritische waarden optreden.

3. Berekening van schaalconstructies in SCIA Engineer

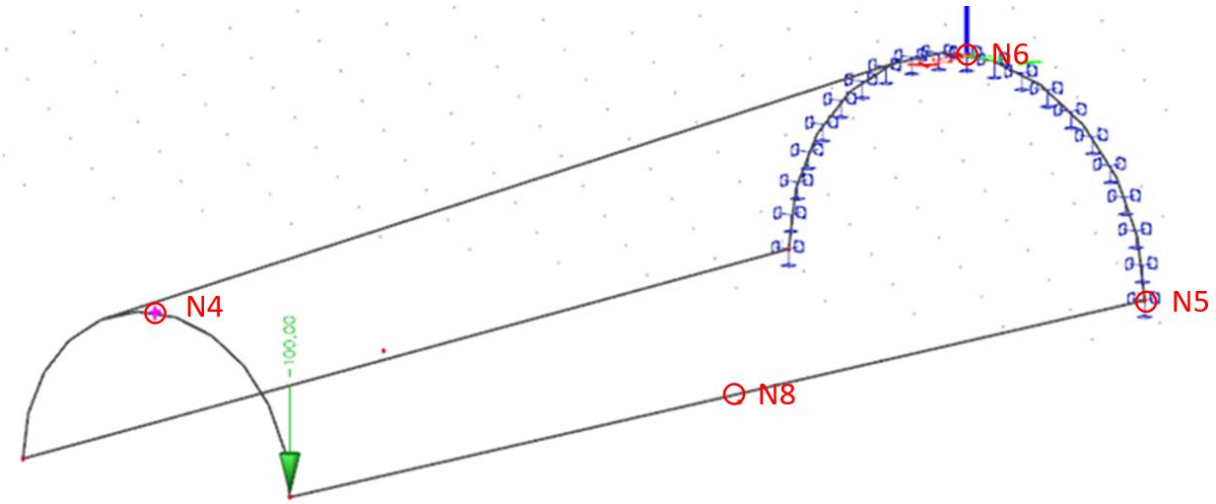
In dit hoofdstuk worden de berekeningen van drie constructies behandeld. De eerste is al eerder behandeld door van Dommelen. De tweede en derde constructie lijken op de eerste constructie maar de lengte van de ingeklemde rand (rechts in het plaatje) heeft een andere lengte dan de rand die er tegenover ligt.



Figuur 2: Constructie 1, 2020



Figuur 3: Constructie 2, 2020



Figuur 4: Constructie 3, 2020

De constructie wordt verdeeld in even grootte elementen. In het rapport van van Dommelen is gekozen voor grotere netverfijning bij de rand waardoor er pieken in de convergentie ontstaan.

Tijdens het berekenen van de constructies is geleidelijk de elementgrootte verkleind om de resultaten te laten convergeren. Voor elke constructie zijn de stapgroottes 2000, 1000, 500, 250, 50, 35 en 25 mm voor de netverfijning genomen. Wanneer de netverfijning te klein gekozen wordt, crasht het programma.

Elke constructie wordt belast met een puntlast van 100 kN. Het eigengewicht van de constructie wordt niet meegenomen in de berekening.

Wat bij beide constructies opvalt is dat bij kleinere stapgroottes voor de netverfijning de spanning rondom de puntlast een steeds kleiner gebied beslaat. Dit komt doordat spanningen dan preciezer weergegeven worden. Dit is terug te zien in bijlage 1.

In de figuren van bijlage 1 wordt met kleuren aangegeven wat de waarden van bijv. de 3d spanning is. Hierdoor wordt de waarde niet op elk punt precies weergegeven. Deze waarden worden wel zichtbaar wanneer de instellingen verandert worden. Zo kan per punt de spanning als een numerieke waarde weergegeven worden. Een nadeel is dat de laadtijd van deze waarden erg traag kan zijn bij grote netverfijning van de constructie. Zo duurt het een stuk langer om een figuur met normaalspanningen te genereren wanneer een stapgrote van 50 mm wordt gebruikt i.p.v. 250 mm.

4. Orde van de convergentie

In het voorgaande onderzoek door van Dommelen wordt een resultaat gegeven die afwijkt van wat volgens de theorie het geval is voor de meeste variabelen. De hypothese luidt: 'De orde van convergentie voor SCIA Engineer berekeningen is 2.' In dit hoofdstuk zal de hypothese worden bevestigd of verworpen. Het verschil met het voorgaande onderzoek is dat nu (dezelfde) netverfijning over de hele constructie wordt toegepast.

4.1 Theorie

SCIA Engineer verdeeld een constructie in elementen, zo'n element heeft een afmeting van bijvoorbeeld 5 bij 5 centimeter. Wanneer deze lengte van 5 centimeter verkleind wordt naar bijv. 2 centimeter levert dit een antwoord op die dichter bij een exact antwoord ligt. Dit betekent dat bij een steeds kleinere stapgrote de resultaten uit SCIA Engineer convergeren naar een exacte waarde. De orde van de convergentie kan m.b.v. de resultaten uit het vorige hoofdstuk bepaald worden. De fout kan met de volgende formule beschreven worden:

$$K * h^{\alpha}$$

De h^{α}staat voor de orde van de fout en K is een constante. De oppervlakte bestaat uit een groot aantal elementen en kan als volgt uitgedrukt worden:

$$A = n * h^2$$

'n' is hier het aantal elementen en h is de stapgrootte. Om de orde van de fout te kunnen bepalen moet er een lineair verband opgesteld worden waarbij de hellingshoek de orde van de fout geeft. Een lineair verband kan opgesteld worden door de definitie van de exacte waarde 'x' op te stellen en de fout die eerder bepaald is hier in te substitueren:

$$x = \bar{x} + \epsilon$$

$$x = \bar{x} + K * h^{\alpha}$$

$$x - \bar{x} = K * h^{\alpha}$$

$$x - \bar{x} = K * h^{\alpha}$$

Om de bovenstaande vergelijking lineair te maken wordt de logaritme genomen:

$log(x - \bar{x}) = log(K) + \alpha log(h)$ met $h = (\frac{A}{n})^{\frac{1}{2}}$

Dit resulteert in:

$$log(x - \bar{x}) = log(K) + \alpha log((\frac{A}{n})^{\frac{1}{2}})$$

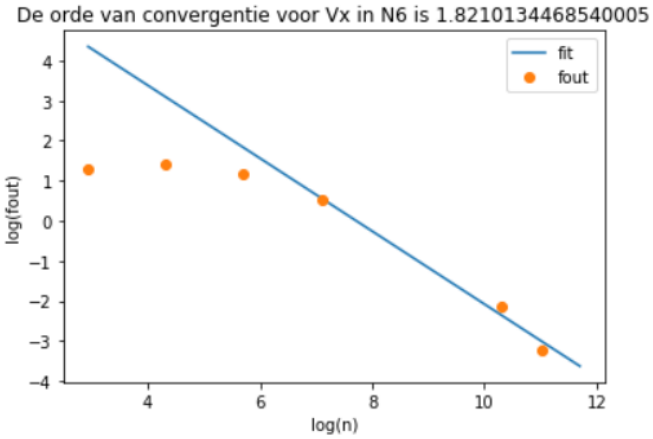
$$log(\epsilon) = log(K) + 0{,}5\alpha log(A) - 0{,}5\alpha log(n)$$

$$log(\epsilon) = log(K') - 0{,}5\alpha log(n)$$

Hieruit blijkt dat de hellingshoek -0,5α is. Dit betekent dat de orde van fout twee keer zo groot is als de hellingshoek. De orde van de fout is dus twee. Nu moet deze theoretische waarde vergeleken worden met de waarde die blijkt uit de berekeningen van de constructie. De constructie bestaat uit steeds meer elementen naarmate de stapgrote 'h' kleiner wordt. Wanneer de orde van convergentie bepaald is kan ook de snelheid van de convergentie bepaald worden.

4.2 Bepalen van de orde van convergentie

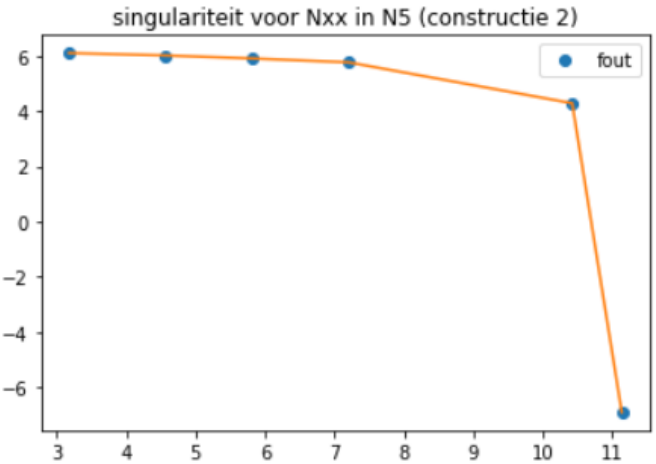
Nu bekend is dat de orde van convergentie tweemaal zo groot is als de helling van de lineaire fit kan de orde van convergentie bepaald worden. Niet alle datapunten worden meegenomen in de fit. Alleen de data die een lineaire trend vormt wordt beschouwd. Een voorbeeld hiervan is de convergentie van de dwarskracht in punt N6:



Figuur 5: Convergentie van V_x in N6, 2020

De positie van de punten per constructie kan in bijlage 2 gevonden worden. Het is hier duidelijk te zien dat de eerste paar meetpunten niet meegenomen worden omdat deze niet dezelfde trend volgen als de laatste paar. Door het limiet van de pc en het feit dat (dezelfde) netverfijning over de hele constructie wordt toegepast betekent dit dat de orde die bepaald wordt incorrect kan zijn omdat sommige variabelen data punten nodig hebben bij nog kleinere stapgrootten. Het gevolg hiervan is dat deze data niet bruikbaar is.

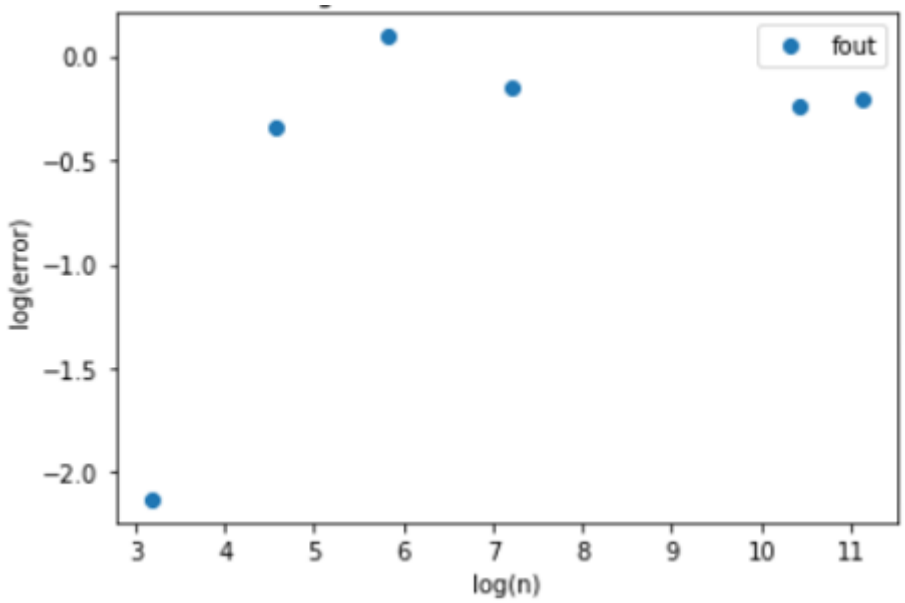
Een ander probleem is het optreden van singulariteiten, met name op punt N5. Bij een singulariteit divergeert de oplossing bij een steeds kleinere element grootte naar oneindig. Een voorbeeld hiervan is in figuur 6 weergegeven.



Figuur 6: effect van singulariteit, 2020

De trend die hier heerst is niet lineair en de steilheid lijkt exponentieel toe te nemen bij een kleinere elementgrootte (of een toename in aantal elementen). Vanwege dit fenomeen worden bepaalde resultaten niet meegenomen bij het toetsen van de hypothese. Ten slotte moet ook nog bij kleinere

elementgrote rekening gehouden worden met ruis. Soms is de data helemaal niet bruikbaar zoals in figuur 7 wordt weergegeven:



Figuur 7: voorbeeld van onbruikbare data, 2020

In sommige gevallen heeft SCIA de theoretische waarde al bereikt bij veel grotere stapgroten waardoor het bepalen van de orde van convergentie moeilijker en minder precies wordt.

Kortom, data kan uitgesloten worden bij de volgende situaties:

1. Er is een singulariteit
2. Er is geen duidelijk lineair deel waarneembaar (te weinig waardes of onbetrouwbare data)
3. De data zit te dicht bij of in de ruis

In de tabellen 2, 3 en 4 zijn de waarden die uitgesloten worden aangegeven met ‘onbepaald’.

variabele	Orde in punt N4	Orde in punt N5	Orde in punt N6	Orde in punt N8
N_{xx}	2,05	onbepaald	2,02	1,95
N_{yy}	1,89	1,89	2,08	onbepaald
N_{xy}	2,04	1,99	1,79	2,20
M_{xx}	2,43	onbepaald	onbepaald	1,94
M_{yy}	1,97	1,77	1,94	onbepaald
M_{xy}	onbepaald	1,86	onbepaald	onbepaald
V_x	1,97	onbepaald	onbepaald	1,93
V_y	onbepaald	onbepaald	1,90	onbepaald
U_z	1,72	n.v.t.	n.v.t.	2,06

Tabel 2: Orde van convergentie voor variabelen in constructie 1, 2020

variabele	Orde in punt N4	Orde in punt N5	Orde in punt N6	Orde in punt N8
N_{xx}	2,05	onbepaald	2,10	2,09
N_{yy}	2,07	onbepaald	1,96	1,98
N_{xy}	1,96	onbepaald	1,79	onbepaald
M_{xx}	2,08	onbepaald	1,87	onbepaald
M_{yy}	2,15	onbepaald	2,04	onbepaald
M_{xy}	1,96	onbepaald	1,94	2,21
V_x	2,00	onbepaald	onbepaald	onbepaald
V_y	1,95	onbepaald	onbepaald	2,05
U_z	onbepaald	n.v.t.	n.v.t.	1,99

Tabel 3: Orde van convergentie voor variabelen in constructie 2, 2020

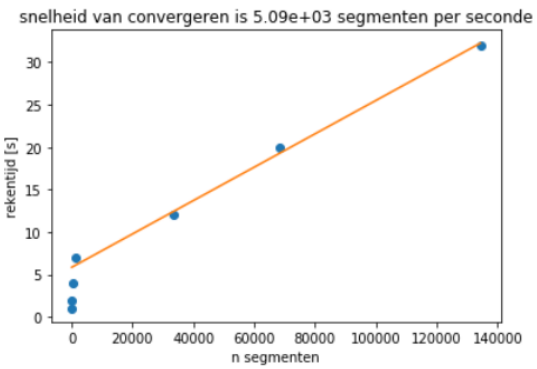
variabele	Orde in punt N4	Orde in punt N5	Orde in punt N6	Orde in punt N8
N_{xx}	2,06	1,90	2,07	2,03
N_{yy}	1,75	1,89	1,94	2,20
N_{xy}	onbepaald	2,02	2,12	1,94
M_{xx}	2,02	2,03	onbepaald	onbepaald
M_{yy}	1,79	onbepaald	2,04	1,94
M_{xy}	2,04	onbepaald	2,06	onbepaald
V_x	1,81	onbepaald	1,76	2,03
V_y	onbepaald	onbepaald	2,06	onbepaald
U_z	2,00	n.v.t.	n.v.t.	1,89

Tabel 4: Orde van convergentie voor variabelen in constructie 3, 2020

Uit tabellen 2, 3 en 4 volgt dat voor punt N5 veel waarden worden uitgesloten omdat uit de grafieken blijkt dat de variabelen naar oneindig divergeren. Dit is een gevolg van een singulariteit op punt N5. Echter zijn er bij constructie 1 en 3 nog wel enkele orde van convergentie mee te rekenen omdat hier wel een duidelijke lineair verband te vinden is.

4.3 Rekentijd

De rekentijd die per berekening nodig is kan bepaalt worden door met een timer de duur bij te houden. De rekentijd beslaat alleen de tijd tussen het starten van de berekening en het einde daarvan en dus niet het genereren van een plot. De rekentijd blijkt op een gegeven moment een lineaire trend te nemen:



Figuur 8: Rekentijd, 2020

De eerste 3 punten vormen echter niet deel van deze lineaire trend. De snelheid van de berekening blijkt dus 5090 elementen per seconde te zijn.

4.4 Betrouwbaarheid en conclusies

Om een conclusie over de gevonden orde en snelheid van de convergentie te kunnen trekken wordt er in dit hoofdstuk betrouwbaarheidsintervallen gebruikt. Omdat er per variabele niet erg veel resultaten beschikbaar zijn, wordt een 95% betrouwbaarheidsinterval gekozen waarbij de gegevens van alle variabelen samen genomen wordt. De betrouwbaarheidsinterval kan als volgt gedefinieerd worden:

$$\left(\overline{x_n} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x_n} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

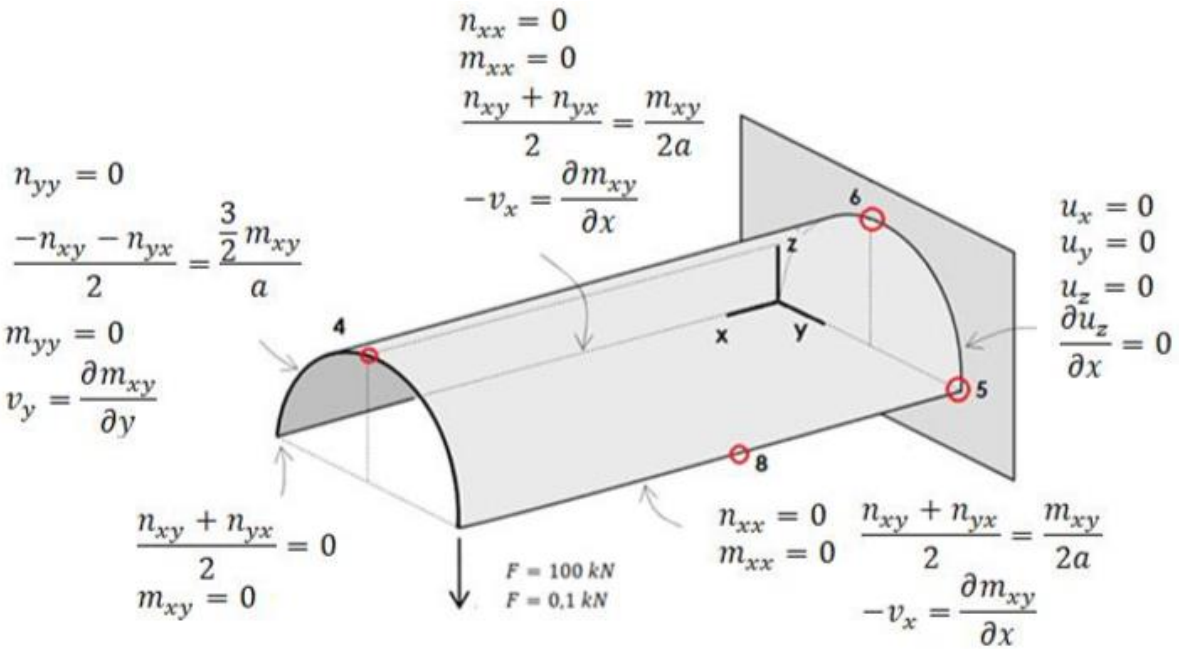
waarbij n=61 en α=5. Een betrouwbaarheidsinterval is een interval van mogelijke waarden voor een parameter met een bepaalde betrouwbaarheidsniveau (Dekking et al., 2005, pp. 341). De bedoeling is om een zo hoog mogelijke betrouwbaarheidsniveau te behalen op een zo klein mogelijk interval. Verder moet dan ook de waarde 2 in het interval liggen om de hypothese te kunnen bevestigen. De betrouwbaarheidsinterval van de data uit tabellen 2, 3 en 4 geeft de volgende 95% betrouwbaarheidsinterval:

$$(1.900, 2.060)$$

Dit houdt in dat in 95% van de gevallen er een orde van convergentie geldt die tussen $h^{1.90}$ en $h^{2.06}$ ligt. De hypothese dat de orde van convergentie 2 is, is hierbij bevestigd. Dit houdt in dat de snelheid van convergeren kwadratisch is ($O(h^2)$).

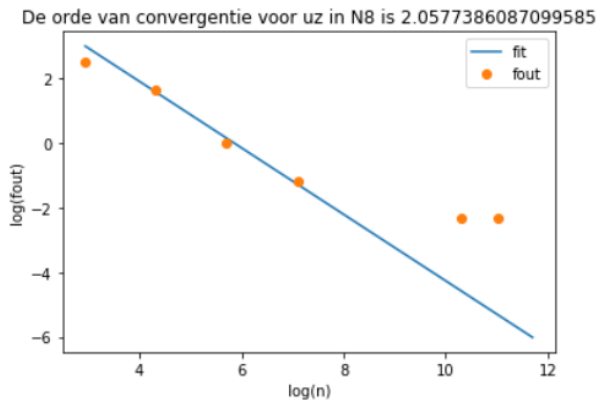
5. Randvoorwaarden

In dit hoofdstuk wordt onderzocht of de resultaten uit SCIA Engineer richting de theoretische randvoorwaarden (zie figuur 9) convergeren. Omdat de variabelen anders gedefinieerd worden in SCIA Engineer wordt vanaf nu de eindige elementen randvoorwaarden als volgt gedefinieerd:



Figuur 9: Eindige elementen randvoorwaarde in SCIA, (van Dommelen, 2017)

Een probleem die ontstaat bij algehele netverfijning is dat zwakkere computers niet voor kleine elementgroten zoals 1 mm^2 waarden voor verschillende variabelen (bijv. m_{xx}) kunnen bepalen. Dit betekent dat de antwoorden die in dit hoofdstuk verzameld zijn nog steeds kunnen afwijken van de theoretische waarde. Verder valt op dat er een trend te zien waarbij de variabele een error van nul bereikt. Een voorbeeld hiervan is in figuur 10 weergegeven:



Figuur 10: Convergentie van uz in N8 (constructie 1)

Uit het vorige hoofdstuk blijkt dat α (de orde van convergentie) 2 is. Nu kan de convergentie van de resultaten bepaald worden door de volgende stelsel van vergelijkingen op te lossen:

$$x_{con} = x_i + K * h^{\alpha}$$

$$x_{con} = x_{i+1} + K * (\frac{h}{2})^{\alpha}$$

x_{con} is de waarde waarnaar een variabele convergeert waarbij x_i en x_{i+1} de resultaten uit SCIA Engineer zijn. De resultaten gebruikt zijn staan in bijlage 2 voor elke constructie. Door de stapgrote h bijv. 50 mm te kiezen kan voor x_i en x_{i+1} de resultaten van een variabele bij 50 en 25 mm respectievelijk ingevuld worden. Dit levert een oplosbaar stelsel van 2 vergelijkingen met twee onbekenden (K en x_{con}). Een voorbeeld van deze berekening staat in figuur 13 weergegeven.

```
> punt N4
>
> restart;
> a := 2 : h := 0.050 :
> nyy1 := 0.47 : nyy2 := 0.12 :
>
> eq1 := nyy = nyy1 + K·h^a : eq2 := nyy = nyy2 + K·(h/2)^a :
> solve({eq1, eq2}, {nyy, K});
                {K = -186.6666667, nyy = 0.003333333333}
```

Figuur 11: Bepalen van de convergentie van Nyy met maple, 2020

Wat opvalt is dat de momenten precies naar de theoretische waarden convergeren. Dit is voor de normaalkrachten niet altijd het geval maar het verschil met de theoretische waarde blijft klein. De dwarskrachten vertonen net als de normaalkrachten een kleine afwijking met de theoretische waarde.

5.1 Constructie 1

N4		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
N_{yy}	0,00 kN/m	0 kN/m
-0,5*(N_{xy}+N_{yx})	2,34 kN/m	1,5*M_{xy}/a = 2,84 kN/m
M_{yy}	0,00 kNm/m	0 kN/m
V_y	-1,90 kN/m	dM_{xy}/dy=-2,00 kN/m

Tabel 5: Randvoorwaarde gegevens in N4 (constructie 1), 2020

N8		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
N_{xx}	0,00 kN/m	0 kN/m
0,5*(N_{xy}+N_{yx})	-0,15 kN/m	M_{xy}/2a= 0 kN/m
M_{xx}	0,00 kNm/m	0 kNm/m
-V_x	0,00 kN/m	dM_{xy}/dx=0 kN/m

Tabel 6: Randvoorwaarde gegevens in N8 (constructie 1), 2020

N5 & N6		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
u_x	0,00 mm	0 mm
u_y	0,00 mm	0 mm
u_z	0,00 mm	0 mm
du_z/dx	0,00 rad	0 rad

Tabel 7: Randvoorwaarde gegevens in N5 en N6 (constructie1), 2020

Voor constructies 2 en 3 kunnen dezelfde tabellen opgesteld worden.

5.2 Constructie 2

N4		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
N_{yy}	0,16 kN/m	0 kN/m
-0,5*(N_{xy}+N_{yx})	0,77 kN/m	1,5*M_{xy}/a = 0,61 kN/m
M_{yy}	0,00 kNm/m	0 kN/m
V_y	-1,01 kN/m	dM_{xy}/dy=-1,20 kN/m

Tabel 8: Randvoorwaarde gegevens in N4 (constructie 2), 2020

N8		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
N_{xx}	-0,10 kN/m	0 kN/m
0,5*(N_{xy}+N_{yx})	-0,10 kN/m	M_{xy}/2a= 0 kN/m
M_{xx}	0,00 kNm/m	0 kNm/m
-V_x	0,72 kN/m	dM_{xy}/dx=0,80 kN/m

Tabel 9: Randvoorwaarde gegevens in N8 (constructie 2), 2020

N5 & N6		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
u_x	0,00 mm	0 mm
u_y	0,00 mm	0 mm
u_z	0,00 mm	0 mm
du_z/dx	0,00 rad	0 rad

Tabel 10: Randvoorwaarde gegevens in N5 en N6 (constructie 2), 2020

5.3 Constructie 3

N4		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
N_{yy}	0,00 kN/m	0 kN/m
-0,5*(N_{xy}+N_{yx})	7,22 kN/m	1,5*M_{xy}/a = 5,45 kN/m
M_{yy}	0,00 kNm/m	0 kN/m
V_y	-3,88 kN/m	dM_{xy}/dy=-2,80 kN/m

Tabel 11: Randvoorwaarde gegevens in N4 (constructie 3), 2020

N8		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
N_{xx}	-0,03 kN/m	0 kN/m
$0,5*(N_{xy}+N_{yx})$	-0,07 kN/m	$M_{xy}/2a$= 0 kN/m
M_{xx}	0,00 kNm/m	0 kNm/m
$-V_x$	0,61 kN/m	dM_{xy}/dy=0,40 kN/m

Tabel 12: Randvoorwaarde gegevens in N8 (constructie 3), 2020

N5 & N6		
randvoorwaarde	x_{con}	Theorie-waarde (SCIA)
u_x	0,00 mm	0 mm
u_y	0,00 mm	0 mm
u_z	0,00 mm	0 mm
du_z/dx	0,00 rad	0 rad

Tabel 13: Randvoorwaarde gegevens in N5 en N6 (constructie 3), 2020

6. Conclusies

In dit rapport zijn 3 doelstellingen behandeld: een hypothese over de convergentie, de snelheid van convergeren en tot slot of de resultaten uit SCIA Engineer ook daadwerkelijk convergeren naar de waarde zoals in de theorie beschreven is.

De opgestelde hypothese, dat de orde van convergentie 2 is, is bevestigd (hoofdstuk 4). Dit geldt voor een 95% betrouwbaarheidsniveau (zie blz. 15).

Aangezien de orde van convergentie $O(h^2)$ is, kan geconcludeerd worden dat de snelheid van de convergentie kwadratisch is. Hier geldt weer een 95% betrouwbaarheidsinterval zoals bij de orde van convergentie.

De werkelijke convergentie blijkt voor momenten overeen te komen met de theoretische waarde. Voor de normaalkrachten en vooral de dwarskrachten blijkt er een afwijking te zijn van de theoretische waarde zoals in hoofdstuk 5 bepaald is (blz. 17-19). Voor de praktijk zijn deze verschillen erg klein en dus niet significant maar voor een wetenschappelijk onderzoek zijn dit vrij grote verschillen.

Voor een vervolgonderzoek zou voor de dwarskrachten (en normaalkrachten) onderzocht kunnen worden wat de oorzaak is van het afwijken van de theoretische waarde. Verder zou ook onderzocht kunnen worden wat het effect is op de orde van convergentie wanneer elke zijde van constructie gebogen is. Een concreet vervolgonderzoek zou dan over de koepelvormige schaalconstructies (of constructies die ten minste in 2 richtingen gebogen zijn) kunnen gaan.

Bibliografie

Dekking, F. M., Kraaikamp, C., Lopuhaä, H. P., & Meester, L. E. (2005). *A Modern Introduction to Probability and Statistics* (Vol. 2005). New York, Verenigde Staten: Springer Publishing.

E.M.J. Vicca, Werken met schaalelementen, Bachelor end project, Delft University of Technolgy, 2016, onine: http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/BSc_projects/eindrapport_vicca.pdf

Hoogenboom, (2016/2017). Shell Analysis, Theory and Application handout 3. Delft.

Hoogenboom, (2016/2017). Shell Analysis, Theory and Application handout 4. Delft.

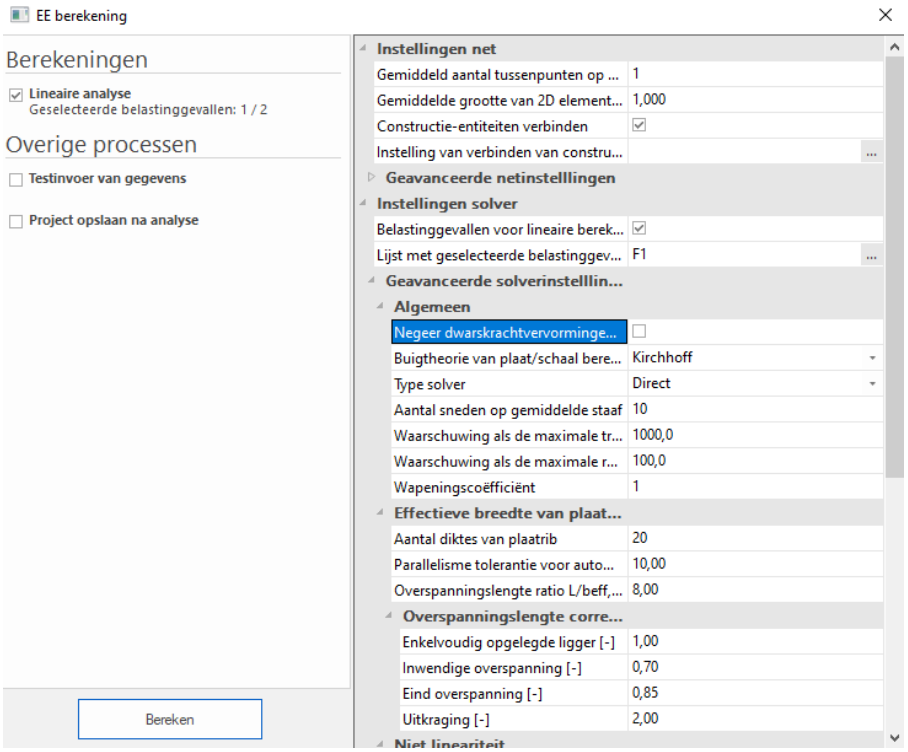
Hoogenboom, (2016/2017). Shell Analysis, Theory and Application Handout 9. Delft.

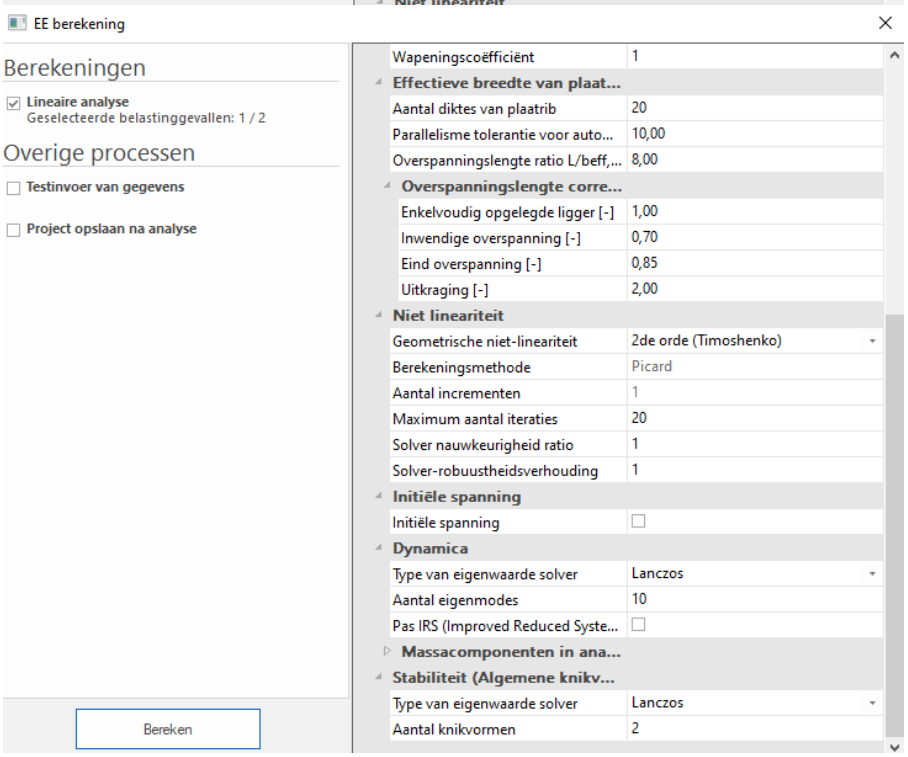
W.J .G. van Dommelen, Nauwkeurigheidsbepaling van randen in schaalconstructies in SCIA Engineer, Bachelor end project, Delft University of Technolgy, 2017, online: http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/BSc_projects/eindrapport_vicca.pdf

W.T. Koiter, "A consistent first approximation in the general theory of thin elastic shells", Report, Delft University of Technology, 1959, online: http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/b17_report_Koiter.pdf

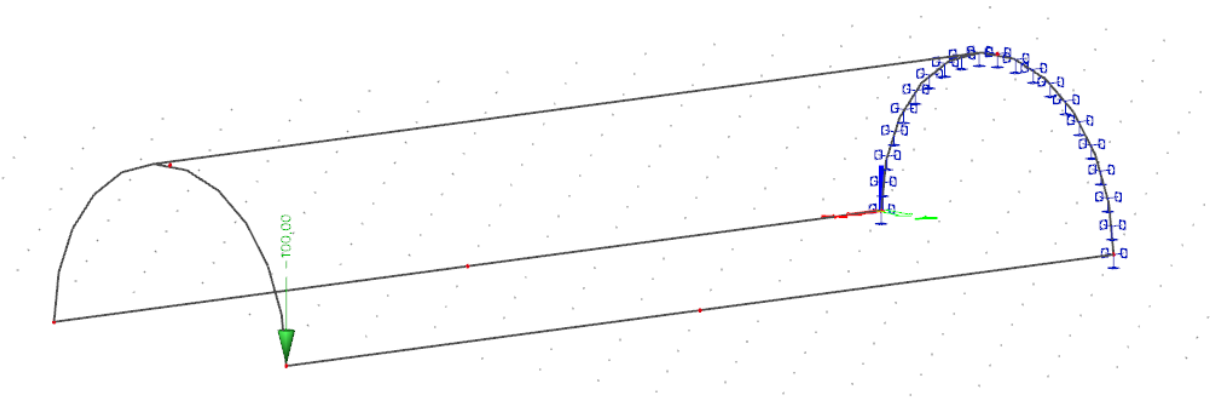
Bijlage 1: Constructies

Programma instellingen voor de berekening:





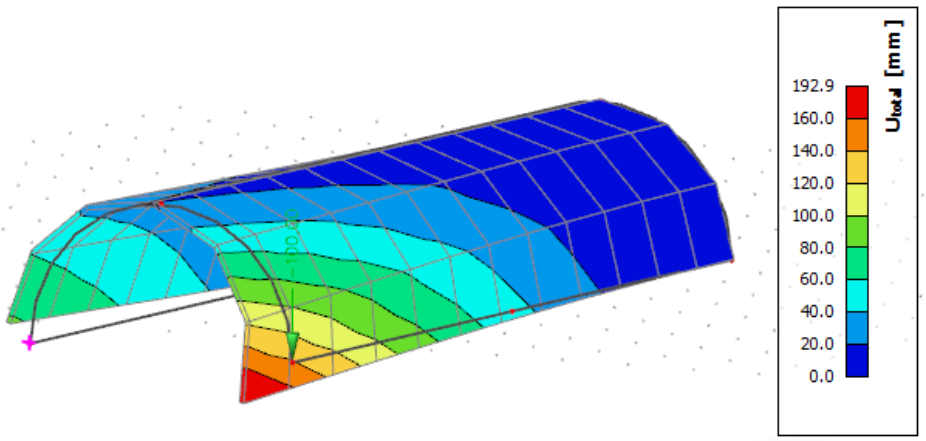
Constructie 1: Luifel (voorbeeld)



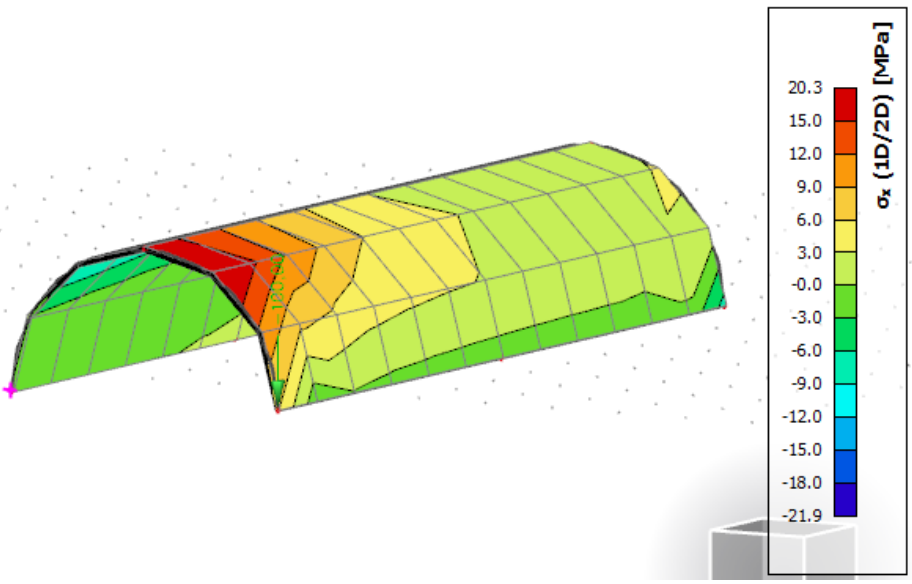
Stapgrote 1000 mm

De rekentijd was 2 seconden.

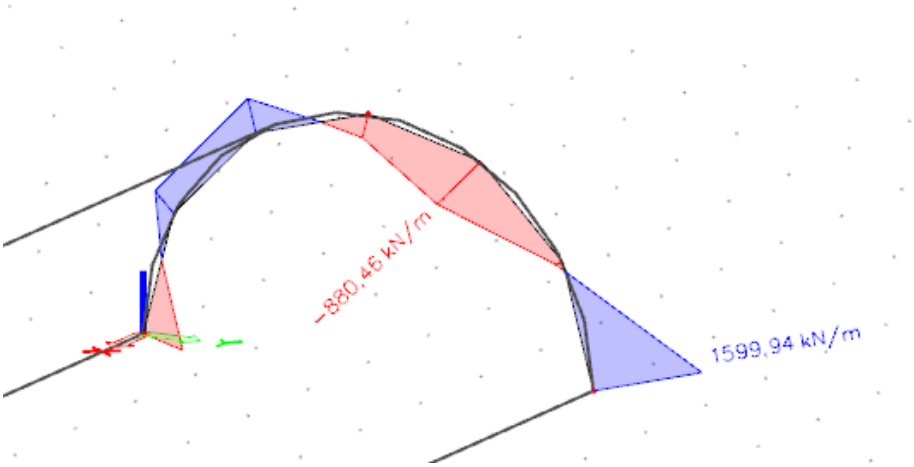
3D Verplaatsing



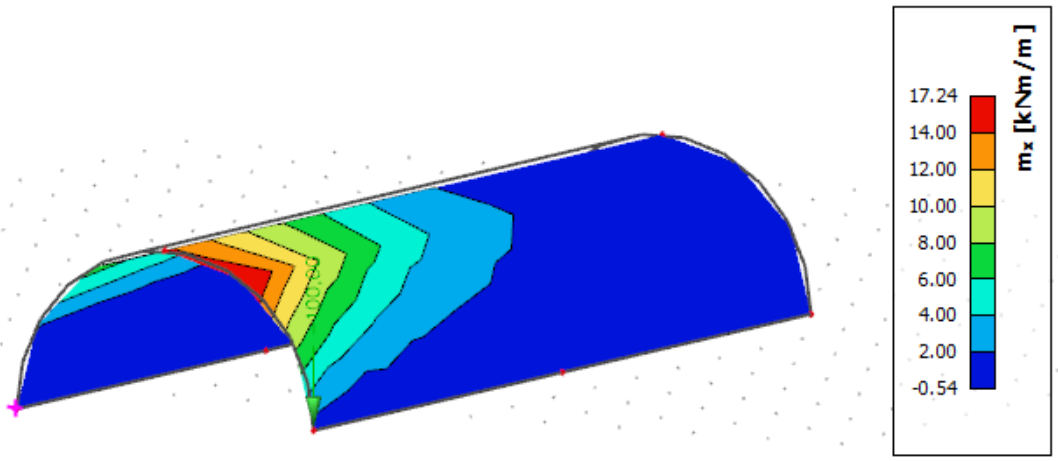
3D spanningen



Oplegreacties



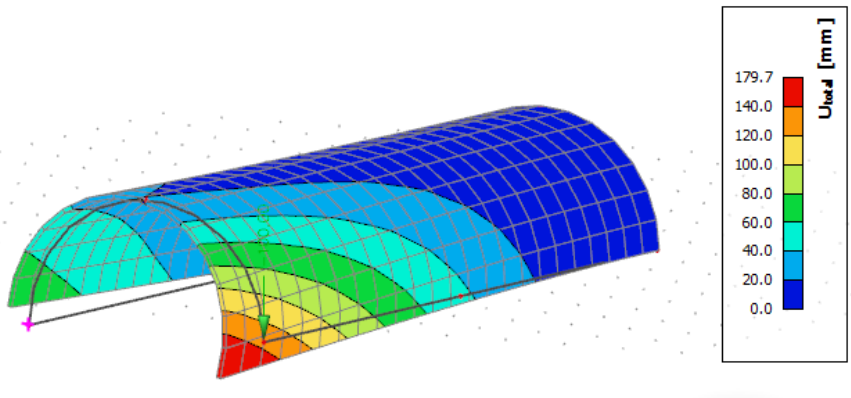
Krachten



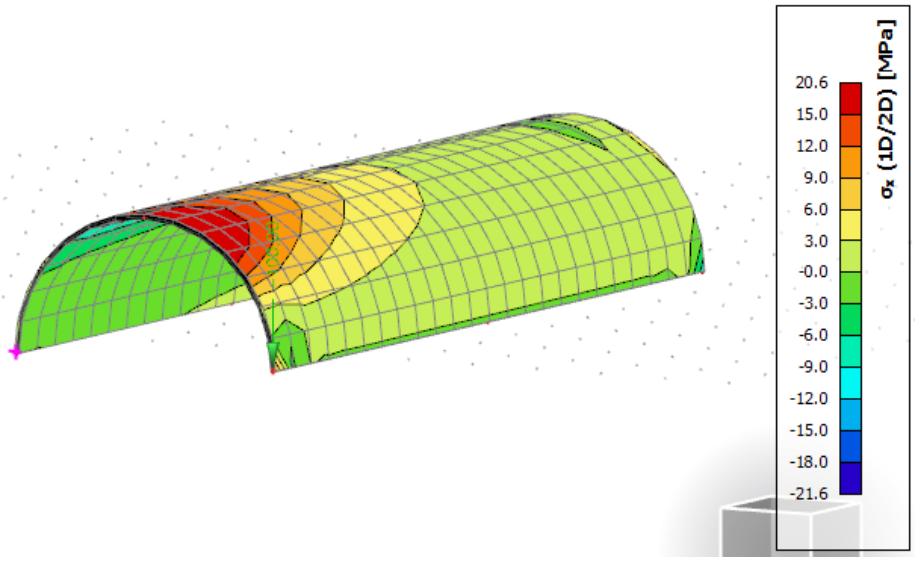
Stapgrote 500 mm

De rekentijd was 4 seconden.

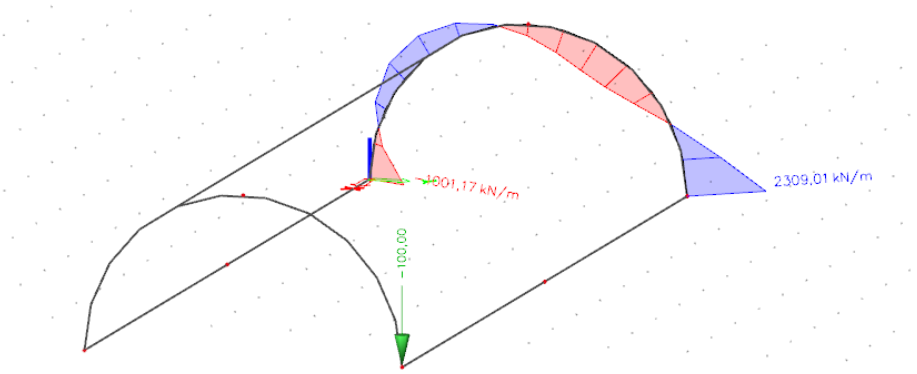
3d verplaatsing



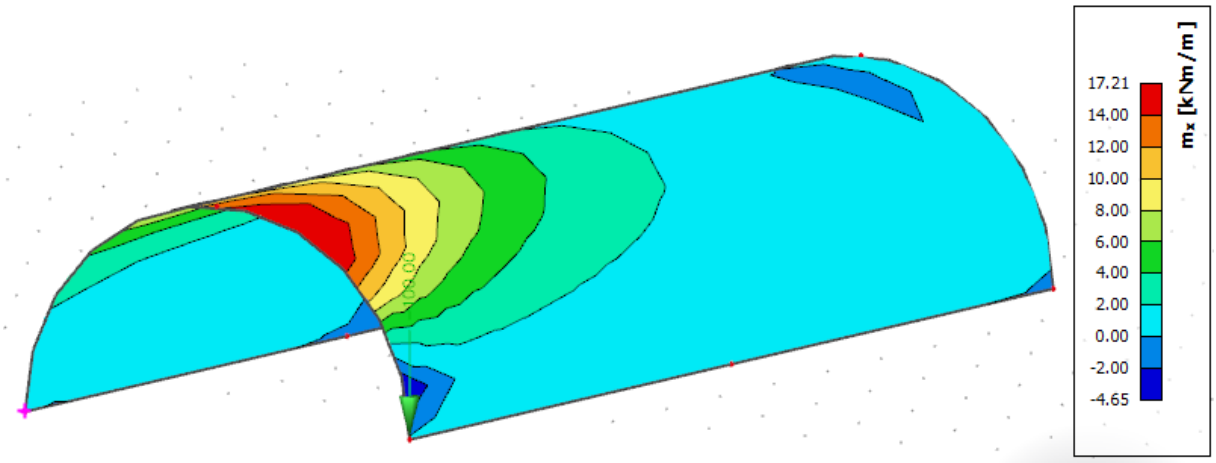
3d spanningen



Oplegreacties



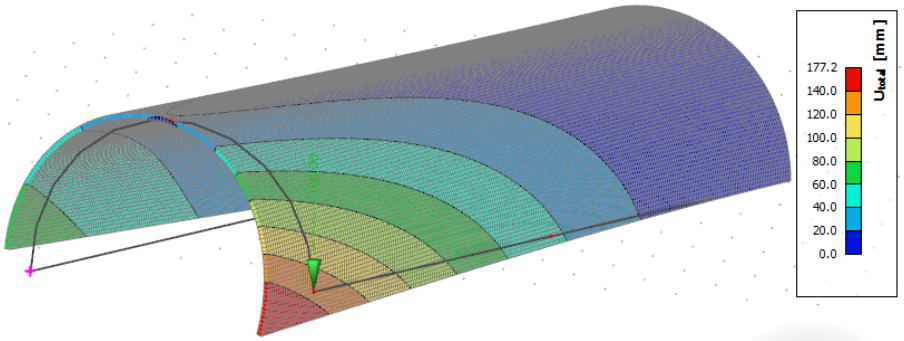
Krachten



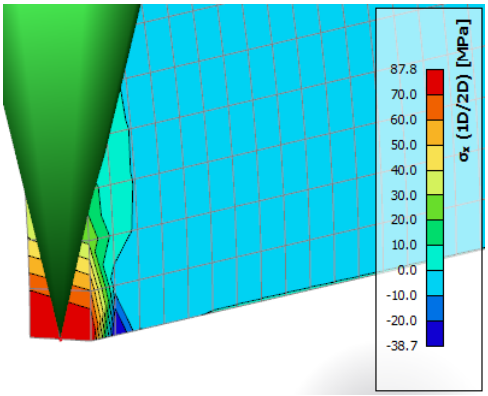
Stapgrote 50 mm

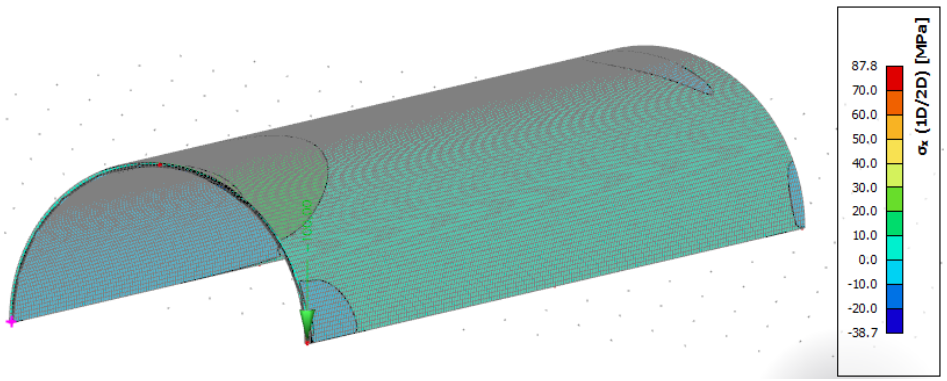
De rekentijd was 12 seconden.

3d verplaatsing

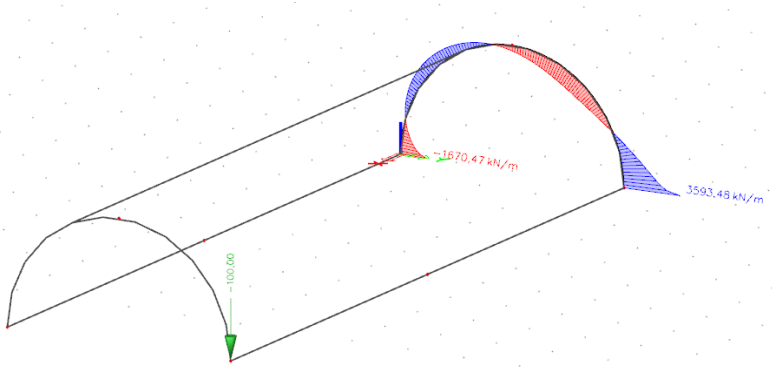


3d spanningen

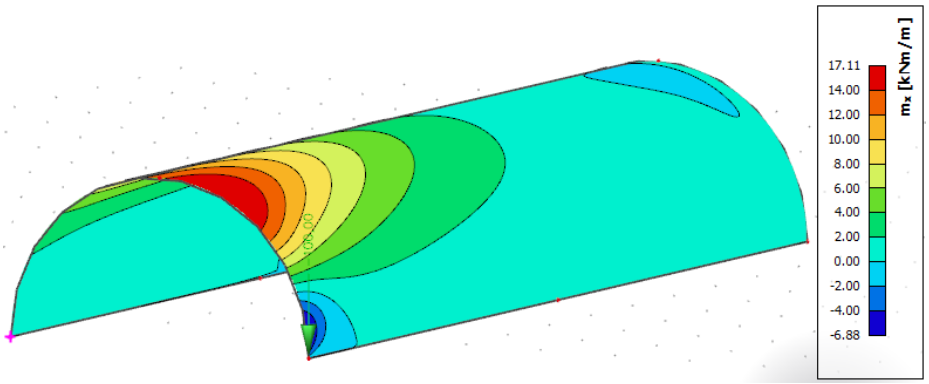




Oplegreacties



Krachten



Bijlage 2: SCIA Engineer resultaten voor Constructies

Constructie 1

In de onderstaande tabel worden de punten de grid punten van het model weergegeven:

Naam	X Coördinaat [m]	Y Coördinaat [m]	Z Coördinaat [m]
N1	0	0	0
N2	12	0	0
N3	12	4	0
N4	12	2	2
N5	0	4	0
N6	0	2	2
N7	6	0	0
N8	6	4	0

Tabel 14: grid punten van de constructies, 2020

De punten die hier van belang zijn, zijn N4, N5, N6 en N8. De resultaten uit de berekening van SCIA engineer zijn in de onderstaande tabellen weergegeven:

Knoop N4									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	-33,35	-21,16	-42,82	15,55	2,98	2,80	5,29	4,13	1.6
1000	-20,56	-5,42	-5,39	14,42	2.16	2,69	6,61	0,78	1.2
500	21,12	6,88	0,40	13,58	0,04	2,53	6,46	-5,34	0,8
250	59,75	5,75	-0,96	13,52	-0,12	2,43	6,07	-5,45	0,8
50	77,61	0,47	-2,26	13,53	0,00	2,38	5,84	-2,14	0,7
35	77,98	0,24	-2,32	13,53	0,00	2,38	5,84	-1,98	0,7
25	78,15	0,12	-2,34	13,53	0,00	2,38	5,83	-1,90	0,7

Tabel 15: SCIA waarden in punt N4, 2020

Knoop N5									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	-500,68	-2480,45	164,55	0,73	3,58	0,39	1,30	-1,18	0
1000	-549,06	-2702,66	168,05	0,33	3,11	0,37	0,64	-0,46	0
500	-561,61	-2938,62	254,21	-0,22	1,66	0,37	-2,44	4,79	0
250	-618,93	-3105,66	375,62	0,00	1.39	0,12	-1,63	6,45	0
50	-851,15	-3848,57	638,75	0,00	1,12	-0,07	-7,28	13,57	0
35	-917,57	-4085,67	697,50	0,07	0,97	-0,07	-10,55	20,03	0
25	-984,32	-4332,65	754,19	0,06	0,80	-0,07	-14,62	30,05	0

Tabel 16: SCIA waarden in punt N5, 2020

Knoop N6									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	83,92	416,49	19,04	0,02	0,35	0,04	0,82	-0,23	0
1000	79,70	371,97	13,78	0,10	0,47	0,13	0,37	-1,11	0
500	78,76	340,58	5,35	0,31	1,27	0,19	1,24	-5,01	0
250	73,39	332,62	10,56	0,41	1,78	0,10	2,83	-9,27	0
50	66,48	330,55	12,64	0,39	1,94	0,01	4,39	-11,06	0
35	66,29	330,58	12,67	0,39	1,95	0,01	4,47	-11,07	0
25	66,20	330,60	12,68	0,39	1,95	0,01	4,51	-11,08	0

Tabel 17: : SCIA waarden in punt N6, 2020

Knoop N8									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [m]
2000	-135,23	-1251,09	58,38	0,07	2,15	4,28	-0,80	-0,03	49.5
1000	-83,32	-1414,96	20.50	0,05	1,89	4,08	-0.84	-0,06	42.5
500	-18,93	-1519,80	2,76	0,04	1,70	3,92	-0,70	0,05	38,3
250	-5,73	-1536,55	0,32	0,03	1,66	3,89	-0,67	0,05	37,6
50	-0,25	-1534,81	-0,25	0,01	1,63	3,78	-0,66	0,04	37,4
35	-0,12	-1543,26	-0,20	0,00	1,62	3,78	-0,66	0,04	37,4
25	-0,06	-1543,32	-0,15	0,00	1,62	3,78	-0,66	0,04	37,4

Tabel 18: SCIA waarden in punt N8, 2020

Constructie 2

In de onderstaande tabel worden de punten de grid punten van het model weergegeven:

Naam	X Coördinaat [m]	Y Coördinaat [m]	Z Coördinaat [m]
N1	0	0	0
N2	12	-0,5	0
N3	12	4,5	0
N4	12	2	2,5
N5	0	4	0
N6	0	2	2
N7	6	0	0
N8	6	4	0

Tabel 19: grid punten van de constructies, 2020

De punten die hier van belang zijn, zijn N4, N5, N6 en N8. De resultaten uit de berekening van SCIA engineer zijn in de onderstaande tabellen weergegeven:

Knoop N4									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	-24,15	-0,19	-29,06	14,99	3,13	1,35	5,74	2,92	-4,7
1000	-2,38	1,04	5,63	12,93	1,28	1,27	5,91	-1,10	-5,3
500	41,62	6,70	3,55	12,93	-0,15	1,13	5,41	-5,08	-5,5
250	74,69	4,67	0,71	12,31	-0,12	1,04	5,12	-4,00	-5,6
50	87,72	0,32	-0,72	12,29	0,00	1,01	5,02	-1,13	-5,6
35	87,98	0,16	-0,77	12,29	0,00	1,01	5,01	-1,01	-5,6
25	87,98	0,16	-0,77	12,29	0,00	1,01	5,01	-1,01	-5,6

Tabel 20: SCIA waarden in punt N4, 2020

Knoop N5									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	-551,55	-2628,51	172,65	0,78	4,08	0,42	1,22	-1,38	0
1000	-588,28	-3055,57	186,90	0,19	2,89	0,56	-1,54	1,25	0
500	-630,91	-3233,45	280,71	-0,20	2,10	0,39	-2,60	5,05	0
250	-679,19	-3442,07	424,67	0,04	1,79	0,10	-2,29	6,86	0
50	-926,05	-4291,86	723,72	0,11	1,38	-0,11	-10,20	18,03	0
35	-998,58	-4559,00	790,11	0,09	1,17	-0,11	-14,44	27,29	0
25	-998,58	-4559,00	790,11	0,09	1,17	-0,11	-14,44	27,29	0

Tabel 21: : SCIA waarden in punt N5, 2020

Knoop N6									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	69,17	318,08	15,67	0,02	0,40	0,07	0,88	-0,26	0
1000	63,33	284,98	-5,87	0,13	0,50	0,23	0,56	-1,34	0
500	66,79	274,67	-3,69	0,29	1,17	0,21	1,50	-4,80	0
250	60,65	268,99	2,40	0,38	1,60	0,10	3,29	-8,49	0
50	53,99	268,26	4,74	0,35	1,74	0,01	5,03	-9,90	0
35	53,82	268,32	4,76	0,35	1,74	0,01	5,11	-9,90	0
25	53,82	268,32	4,76	0,35	1,74	0,01	5,11	-9,90	0

Tabel 22: : SCIA waarden in punt N6, 2020

Knoop N8									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [m]
2000	-128,55	-1107,12	55,49	0,04	2,47	4,40	-0,34	0,15	56,1
1000	-59,54	-1377,33	3,22	0,03	1,95	4,09	-0,62	-0,04	46,8
500	-22,68	-1438,91	-0,50	0,02	1,85	4,02	-0,72	0,01	44,7
250	-6,11	-1461,82	-0,85	0,01	1,81	3,98	-0,72	0,01	43,9
50	-0,26	-1469,18	-0,33	0,00	1,79	3,97	-0,72	0,00	43,6
35	-0,13	-1469,34	-0,24	0,00	1,79	3,97	-0,72	0,00	43,6
25	-0,10	-1469,39	-0,10	0,00	1,79	3,97	-0,72	0,00	43,6

Tabel 23: SCIA waarden in punt N8, 2020

Constructie 3

In de onderstaande tabel worden de punten de grid punten van het model weergegeven:

Naam	X Coördinaat [m]	Y Coördinaat [m]	Z Coördinaat [m]
N1	0	0	0
N2	12	0,5	0
N3	12	3,5	0
N4	12	2	1,5
N5	0	4	0
N6	0	2	2
N7	6	0	0
N8	6	4	0

Tabel 24: grid punten van de constructies, 2020

De punten die hier van belang zijn, zijn N4, N5, N6 en N8. De resultaten uit de berekening van SCIA engineer zijn in de onderstaande tabellen weergegeven:

Knoop N4									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	2,80	-0,45	8,59	32,03	2,74	16,46	0,54	10,17	11,8
1000	-44,70	-11,99	-26,25	15,71	2,52	5,68	5,31	3,45	7,8
500	-20,17	2,50	-10,35	15,14	0,60	5,61	6,29	-3,79	7,6
250	23,79	6,45	-7,10	14,97	-0,05	5,50	6,15	-7,19	7,5
50	49,22	0,72	-7,14	15,02	0,00	5,45	5,77	-4,22	7,4
35	49,80	0,37	-7,17	15,02	0,00	5,45	5,75	-4,00	7,4
25	50,07	0,20	-7,20	15,02	0,00	5,45	5,74	-3,88	7,4

Tabel 25: SCIA waarden in punt N4, 2020

Knoop N5									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	-134,49	-651,12	54,11	5,73	26,45	0,02	7,89	-15,50	0
1000	-476,35	-2431,42	153,39	0,28	2,69	0,34	0,55	-0,40	0
500	-521,13	-2562,61	193,71	-0,05	1,75	0,36	-0,61	3,32	0
250	-560,54	-2737,54	314,62	0,02	1,25	0,15	-0,61	5,44	0
50	-763,79	-3368,84	545,20	0,09	1,08	-0,05	-4,98	8,75	0
35	-822,24	-3576,55	597,47	0,08	0,95	-0,06	-7,88	13,05	0
25	-881,42	-3788,86	645,94	0,07	0,81	-0,06	-11,52	19,79	0

Tabel 26: : SCIA waarden in punt N5, 2020

Knoop N6									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	128,19	640,78	12,53	0,03	0,24	2,10	7,93	-0,07	0
1000	81,66	404,82	18,07	0,10	0,42	0,10	0,24	-0,87	0
500	84,49	378,69	13,58	0,23	1,20	0,15	1,00	-4,44	0
250	79,90	364,04	15,37	0,38	1,74	0,09	2,31	-9,14	0
50	72,51	360,69	17,11	0,38	1,91	0,01	3,64	-11,11	0
35	72,32	360,68	17,13	0,38	1,91	0,01	3,71	-11,13	0
25	72,23	360,69	17,14	0,38	1,91	0,01	3,75	-11,14	0

Tabel 27: : SCIA waarden in punt N6, 2020

Knoop N8									
h [mm]	N_{xx} [kN/m]	N_{yy} [kN/m]	$0,5(n_{xy}+n_{yx})$ [kN/m]	M_{xx} [kNm/m]	M_{yy} [kNm/m]	M_{xy} [kNm/m]	Q_x [kN/m]	Q_y [kN/m]	U_z [mm]
2000	-82,36	409,28	59,19	0,73	0,89	15,76	0,43	0,50	226,2
1000	-74,43	-1503,84	30,55	0,07	1,73	4,17	4,17	-1,17	37
500	-29,48	-1570,23	11,60	0,08	0,08	4,03	-0,78	0,06	34
250	-6,33	-1599,14	2,21	0,05	1,52	3,96	-0,63	0,08	32,7
50	-0,26	-1606,30	-0,14	0,01	1,47	3,94	-0,61	0,07	32,4
35	-0,13	-1609,02	-0,13	0,01	1,47	3,93	-0,61	0,07	32,2
25	-0.03	-1613,04	-0,10	0,00	1,47	3,92	-0,61	0,06	32,2

Tabel 28: SCIA waarden in punt N8, 2020