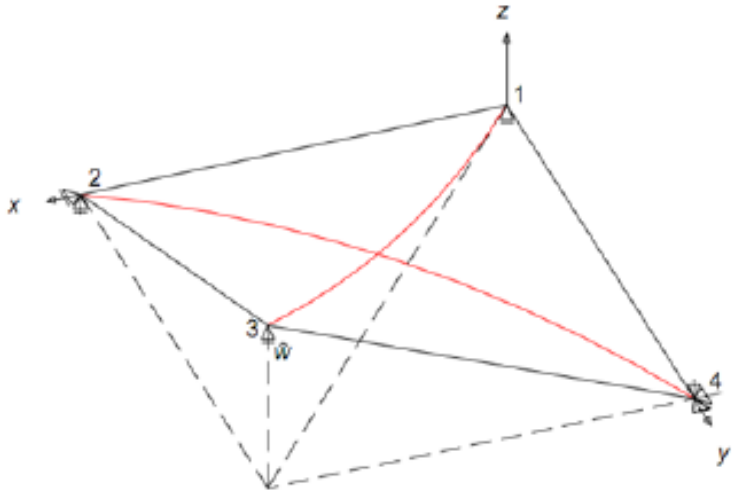
Spanningen in de rand van koud vervormde glasplaten

Eindrapport van het Bachelor Eindwerk



Rutger Zwennis
Juni 2013
4011376
Begeleiders: PCJ Hoogenboom
R Abspoel

Voorwoord

Voor u ligt het eindrapport van het eindproject van de Bachelor Civiele Techniek van de TU Delft. Het beslaat een onderzoek naar de torsiespanningen aan de rand van glasplaten. Dit onderzoek brengt theorie, praktijk en ontwerpen bij elkaar. Het kan gelezen worden vanuit academisch perspectief, waarin vooral gekeken kan worden naar de verschillen tussen de theorie en de simulaties. Ook biedt het verslag een ontwerpformule voor de architect, waarmee snel gekeken kan worden of een ontwerp binnen de veilige grenzen valt.

Dit onderzoek borduurt voort op het eindwerk van Dong Li [4], en de onderzoeken van vele anderen. Verder zou ik graag nog mijn begeleiders willen bedanken voor hun kennis, het verlenen van assistentie, en het sturen in juiste richting van dit project. Ook wil ik Iris van Breukelen bedanken voor het verlenen van hulp bij het maken van de nodige plaatjes.

Delft, Juni 2013.

Rutger Zwennis

Begeleiders:

Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen – Structural Mechanics

Ir. R. Abspoel, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen – Steel Engineering

Samenvatting

Voor het bereiken van het doel van dit project, is eerst de theorie bestudeerd. Hierblijkt uit dat de momentformule iets zal zijn in de trant van:

$$\tau_{xy} = C_{xy}\frac{m_{xy}}{t^2}, \qquad \tau_{yz} = C_{yz}\frac{m_{xy}}{t^2}.$$

In deze formules is τ de schuifspanning in N/mm^2, t de dikte van de plaat in mm, en de m_{xy} het moment over de lengte van de plaat in Nmm/mm.

Ook een ontwerpformule is afgeleid vanuit de theorie van plaatelementen. Deze zal iets zijn in de trant van:

$$\tau_{xy} = C_{xy}\frac{E\ t\ u}{2\ (1+\nu)\ b\ l}, \qquad \tau_{yz} = C_{yz}\frac{E\ t\ u}{2\ (1+\nu)\ b\ l}$$

In deze formule is τ de schuifspanning in N/mm^2, E de Elasticiteitsmodulus in N/mm^2, t de dikte in mm, u de verplaatsing van een hoek in mm, b en l de afmetingen van de plaat in mm en ν de Poisson ratio.

Vervolgens is het model ingevoerd in Ansys. Het is nodig om op een specifieke plek in de glasplaat heel nauwkeurig de schuifspanningen te weten. Door lokaal het mesh van de plaat zeer fijn te maken, is aan deze voorwaarde voldaan. Het meshen is gedaan met behulp van het ontwikkelde script uit de bijlages. De randvoorwaarden worden aangebracht, en vervolgens wordt de plaat belast.

Vervolgens zijn er Ansyssimulaties gedaan, waarin elk van de variabelen uit de formules is onderzocht. De resultaten van deze simulaties zijn verwerkt in excel, om zo de C te bepalen. Bij de ontwerpformule blijkt dat C_{yz} = 4,48 is. C_{xy} is 6,00. De C_{yz} is lager dan wordt verwacht. Dit is echter niet erg: zo zal de randspanning zal lager liggen dan de spanning elders in de plaat. Op deze manier zullen niet snel onveilige situaties ontstaan.

Voor de ontwerpformule blijkt voor de C_{xy} een waarde van 1,04 en voor C_{yz} een waarde van 0,78. Dit strookt met de waardes uit de ontwerpformule.

Als laatste is nog een nauwkeurigheid bepaald. Uit deze foutschatting blijkt dat τ_{yz} voldoende nauwkeurig benaderd kan worden met 10 elementen over de dikte. Volgens de Richardson extrapolatie is de fout maximaal 0,17 N/mm^2.

Inhoudsopgave

Voorwoord 3

Samenvatting 4

Inhoudsopgave 5

Inleiding 7

- Probleemomschrijving 7
- Doel 8
- Oplosmethode 8
- Leeswijzer 8

Theorie 9

- Momentformule 10
- Ontwerpformule 11
- Locatie aflezen spanningen 12

Modellering 13

- Randvoorwaardes 13
- Materiaaleigenschappen 13
  - Momentformule 13
  - Ontwerpformule 13
- Afmetingen plaat 13
  - Momentformule 13
  - Ontwerpformule 13
- Opgelegde kracht 13
  - Momentformule 13
  - Ontwerpformule 14

Meshing 15

- Solid 186 15
- Meshgrootte 15

Resultaten 18

- Momentformule 18
- Ontwerpformule 18

Verwerking 20

- Momentformule 20
- Ontwerpformule 22
- Nauwkeurigheid 24

Locatie aflezen 26
Conclusie 27
Bijlage A: Script voor mesh momentformule 28
Bijlage B: Script voor mesh ontwerpformule 29
Bijlage C: Detail mesh 30
Literatuurlijst 31
Software 31

Inleiding

Glas heeft mensen altijd gefascineerd. Vanaf de tijd dat men de bruikbare eigenschappen heeft ontdekt, is men het gaan gebruiken als bouwmateriaal. Nog altijd worden er nieuwere, nog mooiere ontwerpen mee gemaakt. Een van de dingen die zijn opmars heeft gemaakt, is het construeren met koud vervormd glas. Dit glas is, in tegenstelling tot warm vervormd glas, niet in de fabriek in de juiste stand gebogen, maar op de bouwplaats. Dit is goedkoper dan het werken met warm vervormd glas: bij warm vervormd glas dat dubbelvervormd moet worden heeft elke vorm een eigen mal nodig. Bij koud vervormd glas is een mal niet nodig. Een voorbeeld van een gebouw waarin er veel met koud vervormd glas is gewerkt, is het stadhuis van Alphen aan den Rijn, zoals te zien is in Figuur 1. Het aantal glazen platen in dit stadhuis is zeer groot. Doordat niet elke plaat een eigen mal nodig heeft, is er fors geld bespaard in het fabriceren van deze platen. Ook in Delft is er een bekende constructie met koud vervormd glas: de overkapping van bushalte Zuidpoort.



Figuur 1. Stadhuis Alphen a/d Rijn en bushalte Zuidpoort te Delft.[5, 6]

Probleemomschrijving

Met name in de randen van een glazen plaat is het moeilijk om te voorspellen wat het spanningsverloop zal zijn. Juist in deze randen is het echter wel belangrijk om dit te weten. Bij het vervaardigen, vervoeren en plaatsen van het glas zullen er altijd krasjes en kerfjes ontstaan aan de rand van een glasplaat. Hierdoor neemt de sterkte van het glas lokaal af. Het ontstaan van deze krasjes is echter onvoormijdelijk, daarom is het nodig om goed in de gaten te houden wat het spanningsverloop hier is.

In het midden van de glasplaat zal de schuifspanning lineair verlopen over de doorsnede. Aan de rand zullen de schuifspanningen echter exponentieel verlopen. Er zijn analytische oplossingen voor deze waarde. Het probleem is echter om deze oplossingen te verificieren. In dit eindwerk zal er gekeken worden naar de numerieke verificatie van dit probleem.

Ook zal er in dit eindwerk gezocht worden naar een praktische ontwerpformule. Voor architecten is een formule waar slechts de verplaatsing van een hoekpunt hoeft ingevuld te worden vaak handiger dan een formule waar deze verplaatsing eerst omgerekend moet worden naar een moment. Met deze formule zou het een stuk toegankelijker worden voor een constructieur om ook de spanningen aan de rand in de gaten te houden.

Doel

Het doel van dit Bachelor Eindwerk is het opstellen van een formule voor de torsiespanningen aan de rand van een vierkante glasplaat als gevolg van een buigend moment. Een ander doel is om deze formule zodanig te bewerken dat er een formule ontstaat waarvoor niet eerst het moment berekend hoeft te worden.

Oplosmethode

Er wordt gekozen voor een numerieke aanpak. Dit wordt gedaan met behulp van het eindige-elementenprogramma Ansys. Er zal een plaat worden gemodelleerd met randvoorwaardes, waarvan Ansys onder andere de spanningsverdeling zal uitrekenen. Deze spanningsverdeling zal met behulp van excel omgerekend worden naar een moment, op korte afstand van de rand van de plaat. De theorie stelt dan de volgende relatie tussen de dikte van de plaat, het moment en de schuifspanning:

$$\tau = C\frac{m_{xy}}{t^2}.$$

Te bepalen is de C in deze formule. Het bepalen van deze factor zal in het verslag gebeuren in de stukken die momentformule worden genoemd, naar het moment dat voorkomt in deze formule.

Voor de ontwerpformule wordt voor een iets andere aanpak gekozen. Er wordt eerst een dimensieanalyse gemaakt voor het bepalen van een theoretische formule. Ook uit deze formule komt een factor die bepaald moet worden. Dit zal ook gedaan worden met het elementenprogramma Ansys. Deze C zal bepaald worden in de stukken die ontwerpformule worden genoemd, naar de hanteerbaarheid van deze formule.

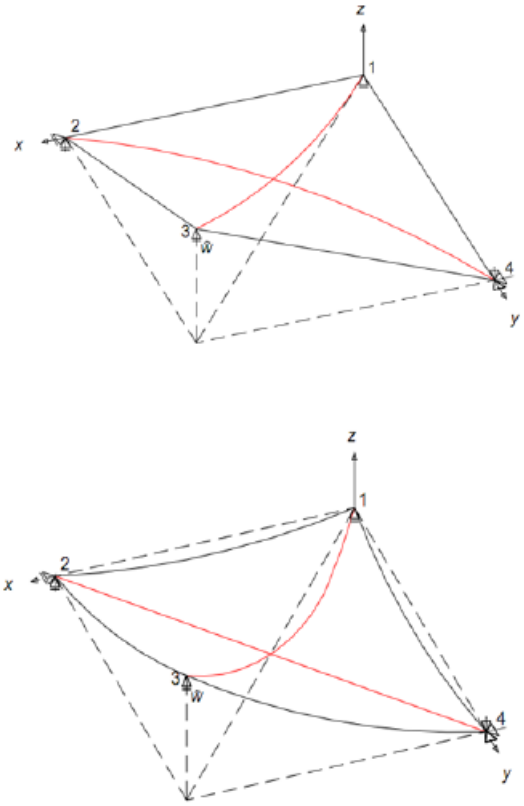
Leeswijzer

In het begin van het rapport wordt het probleem geintroduceerd. Vervolgens wordt het model geintroduceerd, en hierna worden de simulatieresultaten weergegeven. Uiteindelijk zal met deze resultaten een formule worden afgeleid, en met dit resultaat zal er een conclusie uit dit onderzoek worden getrokken. Het rapport is zodanig geschreven dat de gedeeltes over de momentformule en de ontwerpformule apart gelezen kunnen worden.

Theorie

De theorie wordt hier uitgelegd aan de hand van een vierkante glasplaat. In het eindwerk zal er overal sprake zijn van een glasplaat, opgelegd op drie hoekpunten. Het vierde hoekpunt zal verplaatst worden. Als deze verplaatsing klein blijft, zal het glas vervormen zoals te zien is in de bovenste afbeelding in Figuur 2. Kenmerkend van deze vervormingen is dat allebei de diagonalen op dezelfde wijze zullen krommen. Een ander kenmerk is dat de randen van de glasplaat recht zullen blijven.

Als de verplaatsing van het hoekpunt nog groter wordt, gebeurt er het volgende. De plaat klapt plotseling om, en zal de vorm van een hyperbool aannemen. Diagonaal 2-4 zal recht zijn, en diagonaal 1-3 zal een grotere kromming moeten krijgen. Ook de randen van de plaat zijn nu niet langer recht. Dit de onderste afbeelding in Figuur 2.



Figuur 2. Verschillende vervormingen. [1]

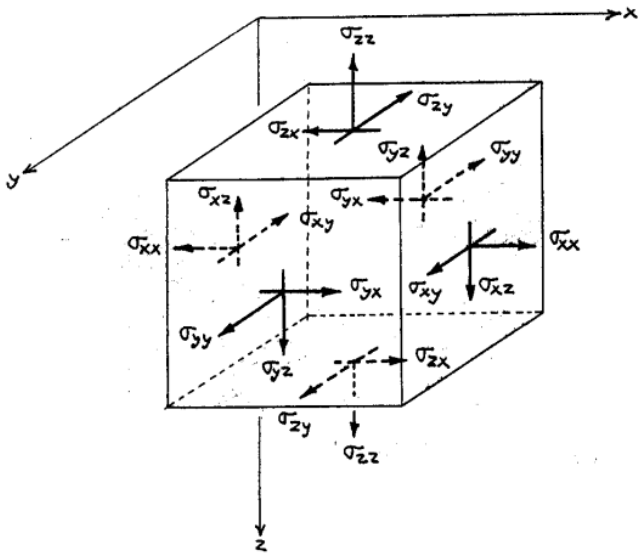
De plaat zal op dit moment nog niet bezwijken. In de praktijk zal echter de rand vaak in een frame geplaatst zijn, waardoor vreemde bobbels ontstaan. Dit zorgt voor vreemde weerspiegelingen. De ruit kan in deze fase daarom toch als waardeloos worden beschouwd. Het moment waarop een plaat omklapt, is onderzocht in de masterthesis van Staaks[1]. Voor het punt dat de plaat omklapt vond Staaks de volgende formule:

$$w_{trans} = 16{,}8\ t$$

In deze formule is t de dikte van de plaat, en w_{trans} het punt waarop de plaat omklapt naar de ongewenste vervormingstoestand.

In dit eindwerk zal niet gekeken worden naar de fase waarin de plaat is omgeklapt. De vervormingen zullen dusdanig klein blijven dat de randen van de glasplaat recht blijven.

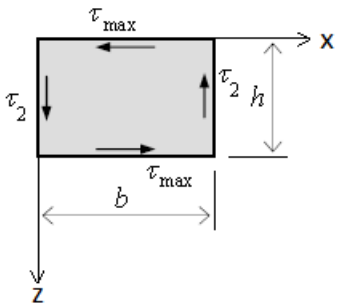
In Figuur 3 staat weergegeven wat beschouwd wordt als positieve spanningen op een volumeelementje.



Figuur 3. Aangenomen positieve spanningen.[3]

Momentformule

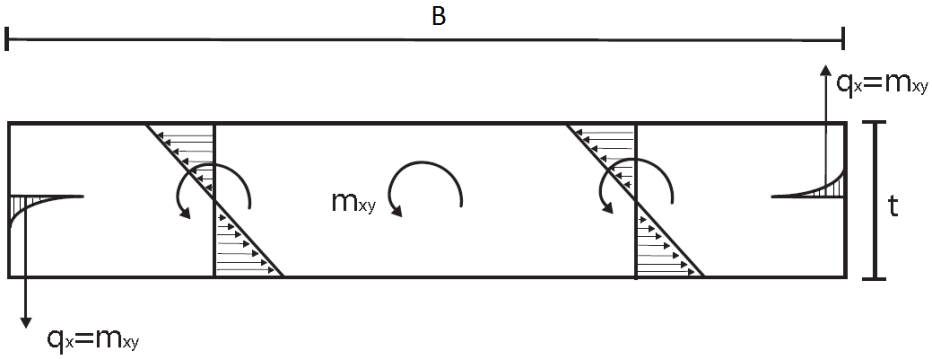
In de inleiding is een formule genoemd. In deze formule staat een constante. Er zijn verschillende manieren om deze analytisch te beredeneren. Er wordt gekozen om de plaat te benaderen vanuit de eigenschappen van een rechthoekige doorsnede. Dit is te zien in Figuur 4. In het plaatje is de z-richting naar beneden, en de y-richting het papier uit. Dat betekent dat $\tau_2 = \tau_{yz}$ en $\tau_{max} = \tau_{xy}$. Vanaf het moment dat geldt dat de verhouding b/h groter is dan 10,0, krijgt men voor τ_2 de volgende formule:[7]



Figuur 4. Rechthoekige doorsnede.

$$\tau_2 = \frac{M_w}{\frac{2}{5} b h^2}$$

M_w is in deze formule het totale torsiemoment op de doorsnede. Dit totale torsiemoment bestaat uit de verschillende bijdrages, zoals te zien is in Figuur 5. Vanaf hier wordt de dikte van de plaat t genoemd.



Figuur 5. Spanningen en momenten.

Voor het bewijs dat $q_x = m_{xy}$ wordt verwezen naar de literatuur.[8] In deze formule is q_x de resultante van de schuifspanning τ_{yz}, de eenheid hiervan is N. Omdat m_{xy} het moment per eenheid van lengte is, is dit in Nmm/mm. Dit bewijs is gedaan door Gustav Kirchhoff.

De spanning loopt rond over de gehele doorsnede, aan de rand echter op een andere manier. Omdat de spanning 'rond' blijft lopen, moet deze hier de hoek om. Deze verdeling is echter niet lineair, zoals in de rest van de plaat. De schuifspanning is hier exponentieel verdeeld. Het is onduidelijk welke waarde de schuifspanning aanneemt op de rand, de τ_2 uit de bovenstaande formule. Wel kan men iets zeggen over M_w. De eerste bijdrage van M_w is het moment over de lengte van de plaat maal deze lengte, de tweede bijdrage is de resultante van de integraal over het oppervlak van het exponentiële gedeelte maal de onderlinge afstand.

$$M_w = m_{xy} b + q_x b = 2\, m_{xy} b$$

Als deze formule wordt ingevuld in de formule voor τ_2 ontstaat de volgende formule.

$$\tau_2 = \frac{m_{xy}}{\frac{1}{5} t^2}$$

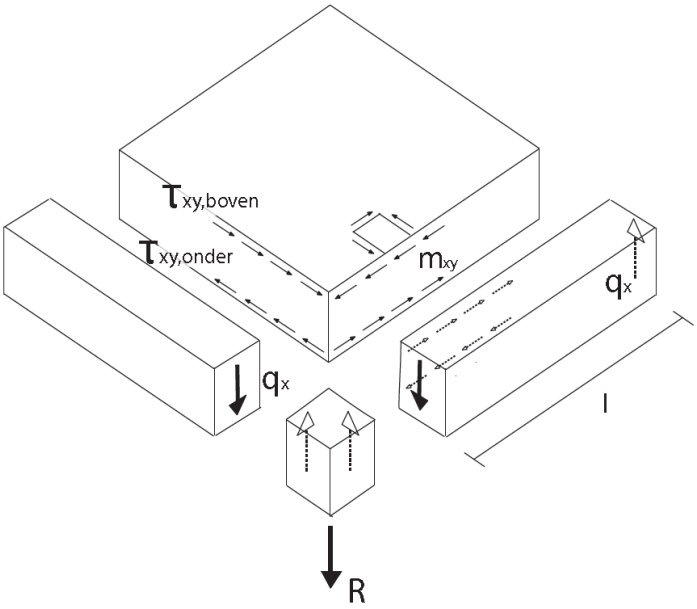
Ansys moet gebruikt worden voor de verificatie van deze formule. Dit wordt gedaan door deze schuifspanning τ_2 te vergelijken met de schuifspanning τ_{max}. Voor τ_{max} geldt de volgende formule.

$$\tau_{max} = \frac{m_{xy}}{\frac{1}{6}t^2}$$

Het is mogelijk om m_{xy} uit te drukken in de opgelegde kracht. Deze kracht werkt op een klein deeltje, met in de x-richting en in de y-richting een dwarskracht. Dit is de dwarskracht q_x. De som van deze twee krachten is de R die opgelegd wordt. Er kan dus gezegd worden:

$$R = 2\,q_x = 2\,m_{xy}$$

Dit is weergegeven in Figuur 6.



Figuur 6. Moment in plaat afhankelijk van oplegkracht.

Voor de spanning aan de bovenzijde en de onderzijde van de plaat geldt:

$$\tau_{xy} = \pm\frac{6\,m_{xy}}{t^2}$$

De m_{xy} kan dus als volgt uit de simulaties met Ansys gehaald worden:

$$\frac{R}{2} = m_{xy} = \frac{\tau_{xy,boven} - \tau_{xy,onder}}{12}t^2$$

In deze formule zullen de schuifspanningen aan de onderkant dezelfde waarde hebben als de schuifspanningen aan de bovenkant, maar dan met tegengesteld teken.

De verhouding tussen de spanningen aan de rand van de plaat en aan de bovenkant van de plaat luidt dan als volgt:

$$\frac{\tau_2}{\tau_{max}} = \frac{\tau_{yz}}{\tau_{xy}} = \frac{5}{6}$$

Ontwerpformule

De verplaatsing in het ene hoekpunt ontstaat uit een resulterende kracht R. Uit symmetrie volgt dat deze resulterende kracht ook in het tegenovergestelde hoekpunt zit. In de twee andere hoekpunten zit deze kracht ook, alleen dan tegengesteld. Elke kracht R kan gesplitst worden in twee delen van R/2, die allebei op een eigen rand werken. Een rand heeft een lengte l. Op de uiteinden van elke rand werken dus 2 krachten van R/2 in tegengestelde richting, die samen een moment maken van ½Rl. Dit moment kan weer verdeeld worden over de lengte van de rand, waardoor er een m_{xy} = ½R ontstaat. Dit is te zien in Figuur 6.

Op een elementje aan de rand van de plaat werkt de volgende spanning:

$$\tau_{xy} = \frac{m_{xy}dx}{\frac{1}{6}dx\,t^2} = \pm\frac{6m_{xy}}{t^2}$$

Voor een plaatelement gelden de volgende vergelijkingen:

$$m_{xy} = \frac{E\,t^3}{24(1+\nu)}\rho_{xy}$$

en

$$\rho_{xy} = -2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2\frac{u}{l\,l}$$

Als de formules voor een plaatelement worden ingevuld in de formule voor σ_{xy}, dan volgt de volgende formule:

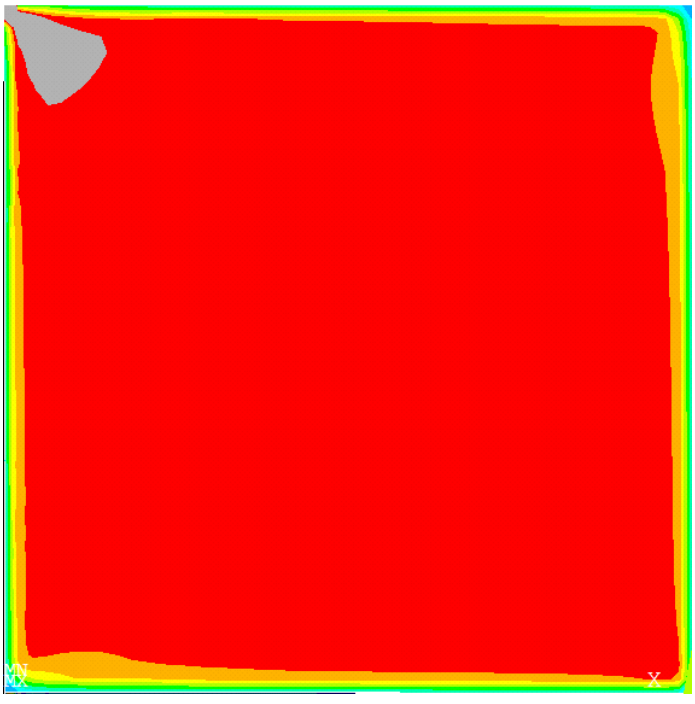
$$\tau_{xy} = C\frac{E\,t\,u}{2\,(1+\nu)l^2}$$

In deze formule is l^2 eigenlijk de breedte maal de lengte van de plaat. Ook moet er volgens de theorie nog een factor 5/6 voor om van τ_{xy} naar τ_{yz} te rekenen. Dit komt echter in een constante die nog aangetoond moet worden met behulp van Ansys. De formule die dan ook aangetoond moet worden met Ansys luidt dan ook als volgt:

$$\tau_{yz} = C\,\frac{E\,t\,u}{2\,(1+\nu)\,b\,l}$$

Locatie aflezen spanningen

Op de hoek van een glasplaat is de schuifspanning 0. Daarom zal de schuifspanning τ_{max} afgelezen worden op enkele afstand van de rand. De spanning aan de bovenkant van de glasplaat, τ_{max}, mag niet beinvloed worden door het exponentiële verloop van de spanning aan de rand. Om deze reden wordt deze spanning afgelezen op een afstand 4t van de rand van de glasplaat. De t is hierin de kleinste dikte waarin de momentformule en de ontwerpformule bekeken worden, respectievelijk 4 en 8 mm. [9] Dit is voldoende afstand om geen andere effecten te laten meespelen.



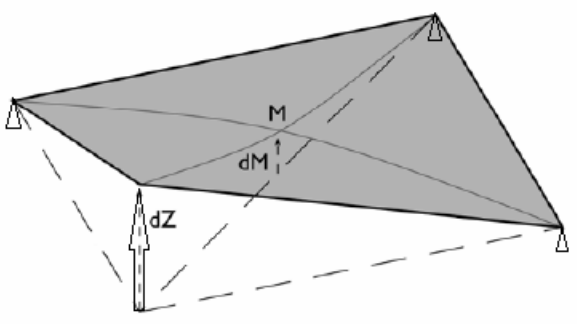
Figuur 7. τ_{xy} op het oppervlak van de plaat.

Modellering

Bij de modellering wordt er gebruik gemaakt van een paar constantes en variabelen. Zoals beschreven is in de inleiding, wordt er verwacht dat de spanning aan de rand van de plaat afhankelijk is van de dikte van de plaat en van het moment wat op deze plaat werkt. Constant zijn de randvoorwaardes.

Randvoorwaardes

Elke plaat is rechthoekig. Hij wordt in drie van de vier hoekpunten opgelegd in alle richtingen. Deze opleggingen zijn wel scharnieren. Door dat de randen van de plaat recht blijven [1], is het niet nodig om te onderzoeken wat het effect is van een scharnierende oplegging onder een gehele rand van de glasplaat. Deze opleggingen zijn getekend in Figuur 8.



Figuur 8. Opleggingen als randvoorwaardes.

Materiaaleigenschappen

In dit bachelor eindwerk wordt gerekend met een lineair isotroop model.

Momentformule

Bij de momentformule worden de materiaaleigenschappen van het glas constant gehouden. De elasticiteitsmodulus wordt gehouden op 72000N/mm^2, en de Poisson ratio op 0,23.

Ontwerpformule

Bij de ontwerpformule zijn onder andere de materiaaleigenschappen van de glasplaat variabel. De elasticiteitsmodulus van het glas zal variëren tussen de 65000 N/mm^2 en de 80000 N/mm^2. De Poisson ratio wordt gevarieerd tussen de 0,18 en de 0,28.

Afmetingen plaat

Momentformule

In de momentformule wordt gerekend met vierkante platen. In deze formule is de spanning niet direct afhankelijk van de lengte van de randen van deze plaat. De spanning is wel afhankelijk van de dikte van de plaat. Deze dikte zal dan ook gevariëerd worden tussen de 4 en de 8mm.

Ontwerpformule

In de ontwerpformule is de spanning afhankelijk van de lengte, breedte en dikte van de plaat. Vanuit het oogpunt om deze formule in de praktijk bruikbaar te maken, zullen de afmetingen gekozen worden zoals ze in de praktijk voorkomen. De lengte en de breedte zullen daarom variëren tussen de 1000 en de 2500mm, en de dikte zal liggen tussen de 8 en de 16mm.

Opgelegde kracht

Momentformule

Bij de momentformule is het het makkelijkst om te werken met krachten. Wel moet er opgelet worden dat de plaat niet omklapt, zoals beschreven is in de theorie. Bij een kracht van 100N in de

positieve z-richting is dit nog niet geval. De verandering van de spanning als gevolg van de kracht zal bekeken worden. De kracht zal worden gevarieërd tussen 50 en de 200 N.

Ontwerpformule

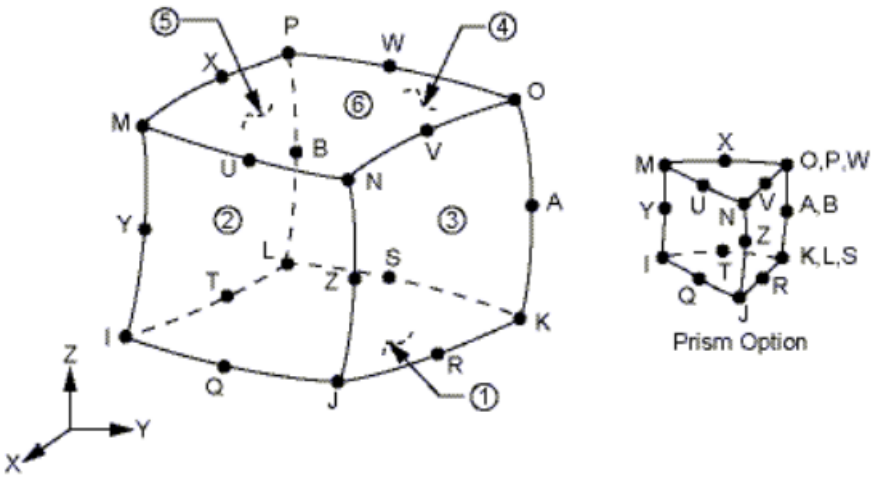
Uit een ontwerp van een architect komen vaak verplaatsingen in plaats van krachten. Om deze reden zal er bij dit gedeelte van het onderzoek telkens een hoekpunt verplaatst worden in de positieve z-richting. De afstand waarmee het ene hoekpunt wordt verplaatst wordt gevariëerd tussen 10 en de 80mm.

Meshing

Voor het meshen van de plaat worden volume-elementen gebruikt.

Solid 186

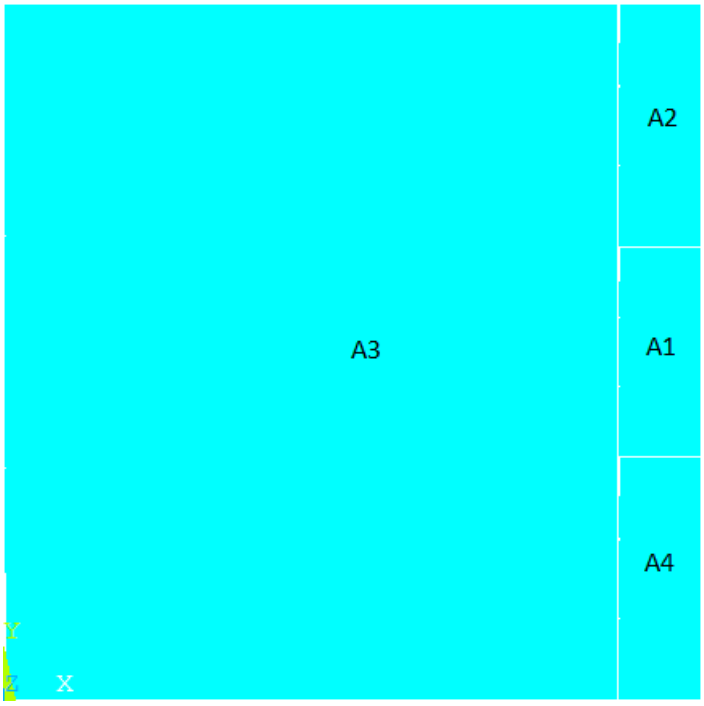
Ansys kent verschillende volume elementen die gebruikt kunnen worden bij een eindige elementen berekening. Solid186 en Solid185 zijn elementen waarmee dit zou kunnen. Solid186 is een element met een hogere orde dan Solid185. Het verschil zit hem in het aantal knopen: bij Solid185 zit er op elke hoek een knoop, bij Solid186 zit er ook nog halverwege elke rib een knoop. Dit is te zien in Figuur 9. Elke knoop heeft drie vrijheidsgraden en dus drie vergelijkingen: daardoor wordt de rekentijd een stuk langer als in plaats van een 8-knoops element een 20-knoops element gebruikt. Door deze extra vergelijkingen wordt de oplossing wel nauwkeuriger. Meer over de nauwkeurigheid staat in de verwerking.



Figuur 9. Solid186[2]

Meshgrootte

De meshgrootte is van groot belang voor de nauwkeurigheid van het model. In principe geldt: hoe meer hoe beter. Er zit echter een groot nadeel aan een ondoordacht mesh. Door het gebruik van Solid186 neemt het aantal knopen, dus het aantal vergelijkingen, enorm toe bij het verfijnen van het mesh. Het is dus wenselijk om een heel fijn mesh te hebben op de plekken waar de spanning heel nauwkeurig bepaald moet worden, en een grof mesh op de overige stukken van de plaat. Op deze manier kan efficiëntie en nauwkeurigheid gecombineerd worden. Het is bij Ansys mogelijk om dit heel nauwkeurig te modelleren.

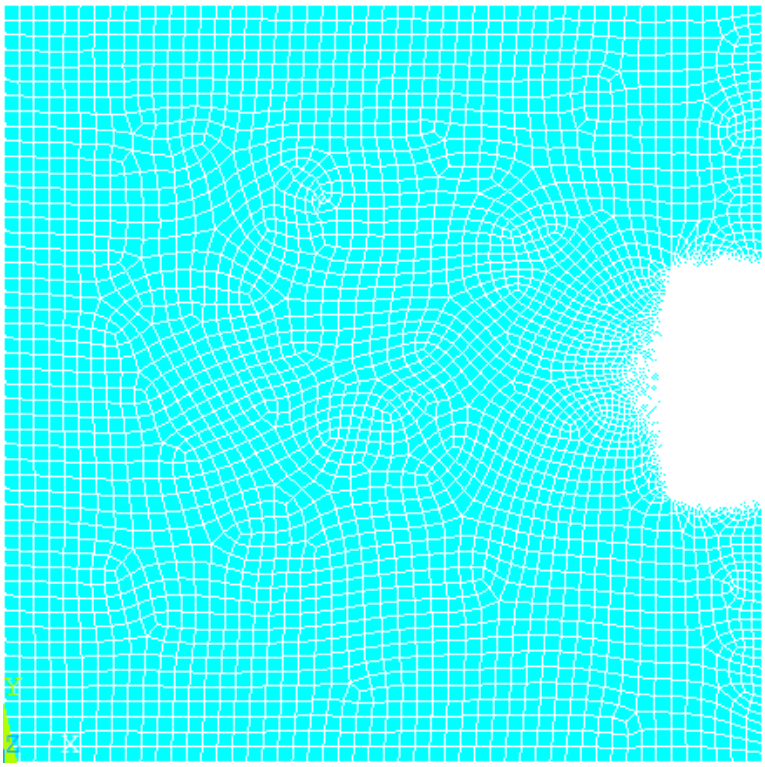


Figuur 10. Oppervlaktes plaat.

De plaat wordt in 4 oppervlaktes geknipt. Alleen oppervlakte A1 moet zeer nauwkeurig gemodelleerd te worden. Dit oppervlak wordt gemodelleerd met 60x150 elementen. Dit aantal elementen voldoet voor de nauwkeurigheid, zie de verwerking. De rest van het oppervlak van de plaat is slechts om de krachten af te voeren: hier mogen de elementen veel

grover zijn. De linker-, boven- en onderrand van de plaat bevatten maar 50 elementen. Het knippen van de plaat in 4 stukken in plaats van 2, een grof en een fijn gedeelte, is gedaan uit louter praktische overwegingen. Een script om met Ansys deze plaat te kunnen simuleren staat in de bijlage.

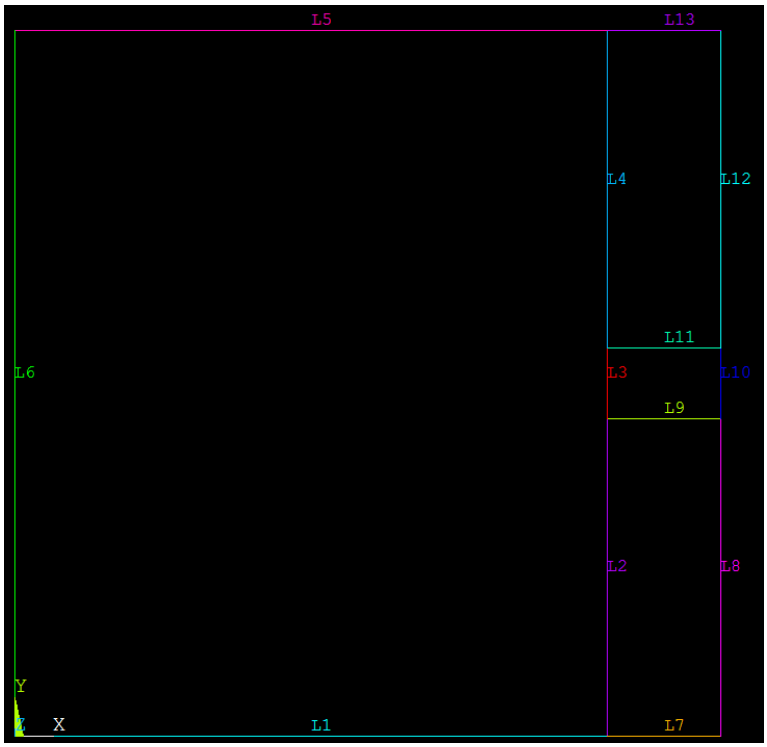
Het aantal elementen over de dikte van de plaat zal bij een plaat van 4mm 10 zijn. Bij dikkere platen is de elementgrootte dus iets groter.



Figuur 11. Typisch mesh.

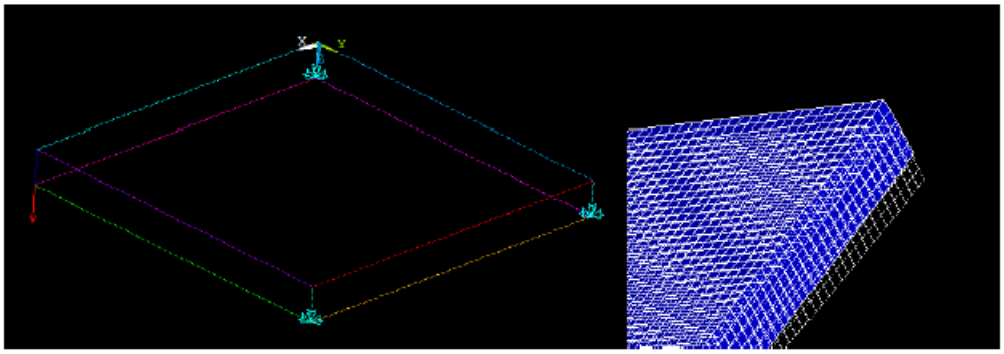
Een typisch mesh van een plaat is te zien in Figuur 11. Aan de rechterkant van de plaat, bij gebied A1, is te zien dat het mesh zeer fijn wordt. Bij overgangen van een grof mesh naar een fijn mesh kunnen er prisma's ontstaan zoals te zien is rechts in Figuur 9. Zolang dit er weinig zijn en ze niet voorkomen bij de te onderzoeken rand is dit geen probleem. In de bijlage is een figuur van het mesh in het gebied dat te gedetailleerd is voor Figuur 11.

Bij sommige specifieke gevallen, waarin de afmetingen van de plaat veranderd werden, was het niet mogelijk het script te gebruiken zoals het in de bijlage staat. In deze gevallen waren er te grote verschillen in het aantal elementen waarin een lijn werd opgeknipt. Het is nodig geweest om voor deze gevallen een iets grover mesh te gebruiken. Hiervoor zijn enkele lijnen in minder elementen geknipt. Deze lijnnummers staan in Figuur 12. De lijnnummers zijn onafhankelijk van de afmetingen van de plaat. Linksboven is de vrije hoek, de overige hoeken zijn opgelegd.



Figuur 12. Lijnnummers plaat.

Uiteindelijk is het model er als uit komen te zien zoals in Figuur 13 te zien is. Links staat het model weergegeven zoals het belast wordt, rechts is in het blauw de vervormde plaat getekend en in het wit de onvervormde plaat.



Figuur 13. Model.

Resultaten

Voor het afleiden van de formules zal een aantal meetwaardes verkregen moeten worden. Dit wordt gescheiden in een gedeelte voor de momentformule en in een gedeelte voor de ontwerpformule.

Momentformule

De momentformule hangt af van de dikte en de kracht. Ook wordt er gekeken naar platen met een groter formaat. Het aantal elementen over de dikte van de plaat is telkens 10. De metingen zullen dan ook verdeeld worden in drie categorieën: plaatdikte, afmeting en kracht. De elasticiteitsmodulus en de Poisson ratio zullen constant gehouden worden op respectievelijk 72000N/mm^2 en 0,23.

Plaatdikte (mm)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
4	19,222	-18,358	14,032
6	8,700	-8,279	6,342
8	4,975	-4,717	3,622

Tabel 1. Plaatdikte. Afmeting = 100x100mm, kracht = 100N.

Om de resultaten uit Tabel 1 te verkrijgen is het script gebruikt zoals in de bijlage staat. In dit script is de D aangepast om de plaatdikte te laten variëren.

Afmeting (mmxmm)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
100x100	19,222	-18,358	14,032
300x300	18,326	-17,878	13,542
500x500	18,283	-18,030	13,507

Tabel 2. Afmeting. Plaatdikte = 4mm, kracht = 100N.

Om de resultaten uit Tabel 2 te verkrijgen moest het script uit de bijlage wat aangepast worden. Er ontstonden tussen verschillende vlakken te grote verschillen in de grofheid van het mesh. Het aantal elementen waarin lijn 3, 10, 9 en 11 zijn geknipt is respectievelijk 80, 80, 40 en 40. Deze afname heeft geen maatgevende gevolgen in de nauwkeurigheid.

Kracht (N)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
50	9,611	-9,168	7,013
100	19,222	-18,358	14,032
200	38,445	-36,672	28,050

Tabel 3. Kracht. Plaatdikte = 4mm, afmeting = 100x100mm.

Om de resultaten uit Tabel 3 te verkrijgen is het script gebruikt zoals in de bijlage staat. De belastingen zijn apart van het script toegepast. Op deze manier is de kracht in het vrije hoekpunt gevarieërd tussen 50, 100 en 200N.

Ontwerpformule

De ontwerpformule hangt af van de dikte van de plaat, de verplaatsing van een hoek, de afmetingen van de plaat, de elasticiteitsmodulus en de Poisson ratio. Het aantal elementen over de dikte van de plaat is telkens 10. De metingen zullen dan ook verdeeld worden in vijf categorieën: plaatdikte, afmeting, verplaatsing, elasticiteitsmodulus en Poisson's ratio. Een voorbeeld van een script voor een geschikt mesh voor de ontwerpformule staat in Bijlage B: Script voor mesh ontwerpformule. Dit script moet voor de simulaties waarbij de afmetingen worden aangepast worden om aan enkele eisen van Ansys te voldoen.

Plaatdikte (mm)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
8	7,427	-7,288	5,473
12	11,053	-10,873	8,176
16	14,637	-14,419	10,856

Tabel 4. Plaatdikte. Afmeting = 1000x1000mm, uitwijking = 30mm, E = 72000N/mm2, Poisson's ratio = 0,23.

Voor het variëren van de plaatdikte moet in het script de t veranderd worden. De grootte van het gebied dat zeer fijn gemesht is, hangt af van de plaatdikte. De grootte van dit gebied is beperkt gehouden, dit om het aantal knopen en dus de rekentijd beperkt te houden. Er kan bijvoorbeeld gekozen worden om dit gebied niet 5t groot te maken, maar kleiner. Dit is gedaan bij een t van 12mm en 16mm, naar respectievelijk 3,33t en 2,5t. Dit maakt niet uit voor de resultaten.

Afmeting (mmxmm)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
1000x1000	7,427	-7,288	5,473
1000x2500	2,818	-2,808	2,086
2500x2500	1,201	-1,189	0,870

Tabel 5. Afmeting. Plaatdikte = 8mm, uitwijking = 30mm, E = 72000N/mm2, Poisson's ratio = 0,23.

Bij de rechthoekige plaat is de spanning gekozen aan de korte zijde. De schuifspanning aan de korte en lange zijde zijn volgens de theorie hetzelfde. Uit simulaties met Ansys blijkt dit niet geheel gelijk te zijn, al scheelt het maar heel weinig. Door de grofheid van het mesh aan de lange zijde is de spanning daar niet zo nauwkeurig als aan de korte zijde.

Uitwijking (mm)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
10	2,476	-2,429	1,824
30	7,427	-7,288	5,473
80	19,805	-19,435	14,594

Tabel 6. Uitwijking. Plaatdikte = 8mm, afmeting = 1000x1000mm, E = 72000N/mm2, Poisson's ratio = 0,23.

De waardes van de schuifspanningen zijn verkregen door het script uit Bijlage B: Script voor mesh ontwerpformule te gebruiken. Vervolgens zijn de hoekpunten vastgezet, en vervolgens is het vrije hoekpunt een verplaatsing in de z-richting opgelegd.

Elasticiteitsmodulus (N/mm^2)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
68000	7,014	-6,883	5,169
72000	7,427	-7,288	5,473
80000	8,252	-8,098	6,081

Tabel 7. Elasticiteitsmodulus. Plaatdikte = 8mm, afmeting = 1000x1000mm, uitwijking = 30mm, Poisson's ratio = 0,23.

De waardes uit Tabel 7 zijn gevonden door het script te draaien. De elasticiteitsmodulus kan gevarieërd worden door in het script E aan te passen naar de gewenste waarde.

Poisson's ratio (-)	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)
0,18	7,722	-7,582	5,690
0,23	7,427	-7,288	5,473
0,28	7,156	-7,018	5,273

Tabel 8. Poisson ratio. Plaatdikte = 8mm, afmeting = 1000x1000mm, uitwijking = 30mm, E = 72000N/mm2.

De waardes uit Tabel 8 zijn gevonden door het script te draaien. Poisson's ratio kan gevarieërd worden door in het script de PR aan te passen naar de gewenste waarde.

Verwerking

In dit hoofdstuk zal worden ingegaan op de verkregen waardes voor de spanningen. Hieruit zal geprobeerd worden een C te concluderen, om zo de onderzoeksvragen te beantwoorden.

Momentformule

Er wordt geprobeerd een C te vinden, zodat de volgende formule geldt:

$$\tau = C\frac{m_{xy}}{t^2}$$

Deze formule geldt voor τ_{xy} en τ_{yz}. Voor τ_{xy} worden twee waardes gevonden, aan de boven- en de onderkant van de glasplaat. Deze waardes zouden hetzelfde moeten zijn, met tegenovergesteld teken. Dit is echter niet exact zo. Dit komt doordat σ_{xx} en σ_{yy} niet exact 0 zijn. Dit betekent dat er ook een kleine normaalspanning aanwezig is. Door het gemiddelde te nemen van de absolute waaardes van de schuifspanning aan de boven- en de onderkant van de plaat, kan de spanning als gevolg van zuivere buiging gevonden worden. Met deze waardes kan m_{xy} berekend worden volgens de formule uit de theorie. Vervolgens kan de C_{xy} bepaald worden. Deze stemt overeen met de theorie, deze is 6,000.

Ook de C_{yz} kan nu bepaald worden. Vervolgens is de C_{yz} nog door de C_{xy} gedeeld om zo te kunnen vergelijken met de waarde van 5/6 die de theorie beschrijft.

Al deze waardes zijn te vinden in onderstaande tabellen:

Plaatdikte	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	m_{xy} (Nm/m)	C_{xy} (-)	τ_{yz} (N/mm^2)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
4	19,222	-18,358	18,790	50,107	6,000	14,032	4,481	0,747
6	8,700	-8,279	8,489	50,937	6,000	6,342	4,482	0,747
8	4,975	-4,717	4,846	51,687	6,000	3,622	4,484	0,747

Tabel 9. Resultaten: Plaatdikte. Afmeting = 100x100mm, kracht = 100N.

Afmeting	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	m_{xy} (Nm/m)	C_{xy} (-)	τ_{yz} (N/mm^2)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
100x100	19,222	-18,358	18,790	50,107	6,000	14,032	4,481	0,747
300x300	18,326	-17,878	18,102	48,272	6,000	13,542	4,489	0,748
500x500	18,283	-18,030	18,157	48,417	6,000	13,507	4,464	0,744

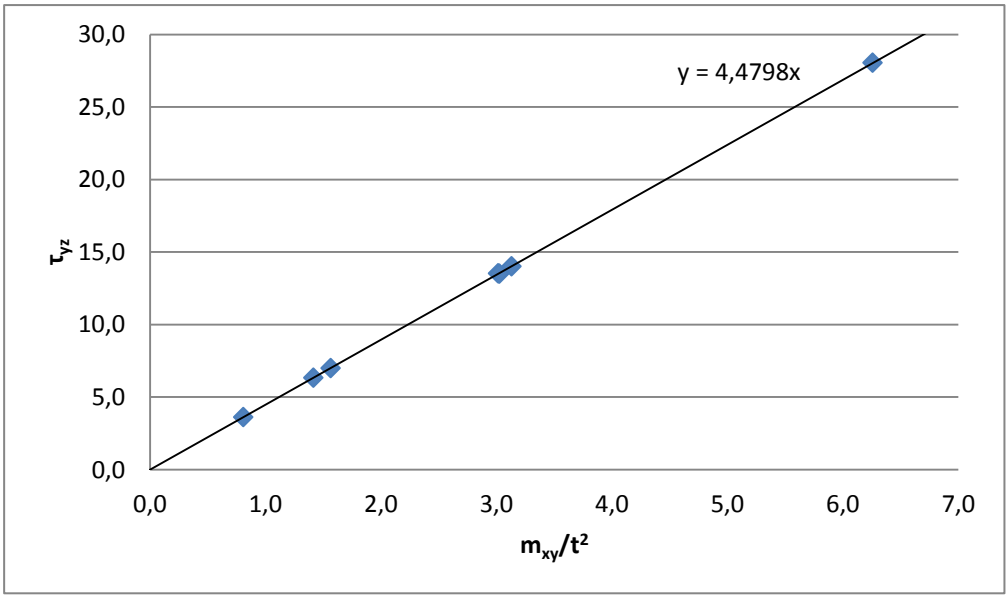
Tabel 10. Afmeting. Plaatdikte = 4mm, kracht = 100N.

Kracht	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	m_{xy} (Nm/m)	C_{xy} (-)	τ_{yz} (N/mm^2)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
50	9,611	-9,168	9,389	25,039	6,000	7,013	4,481	0,747
100	19,222	-18,358	18,790	50,107	6,000	14,032	4,481	0,747
200	38,445	-36,672	37,559	100,156	6,000	28,050	4,481	0,747

Tabel 11. Kracht. Plaatdikte = 4mm, afmeting = 100x100mm.

Hieruit volgt dat de verhouding C_{yz}/C_{xy} ongeveer 0,747 is. De theorie stelt dat deze verhouding 0,833 is.

In Figuur 14 is met behulp van Excel een trendlijn getrokken om C_{yz} te bepalen. Deze C_{yz} komt uit op 4,48. Deze factor wordt gevonden in plaats van de C_{yz} = 5 die uit de theorie zou komen.



Figuur 14. m_{xy}/t^2 uitgezet tegen τ_{yz}.

Alleen de C_{yz} bij de afmetingen van de plaat wijken wat af van de C_{yz} bij de andere platen. Dit komt voornamelijk doordat het mesh enigszins aangepast moest worden om te voorkomen dat er te veel wigvormige elementen ontstonden. Hierdoor werd er enige nauwkeurigheid verloren.

Het aantal metingen dat gedaan is voor de ontwerpformule is 9, een aantal punten valt echter over elkaar. Hierdoor zijn maar 6 metingen te zien.

Ontwerpformule

Er wordt geprobeer een C te vinden, zodat de volgende formule geldt:

$$\tau = C \frac{E\ t\ u}{2\ (1+\nu)\ b\ l}$$

Deze formule geldt voor τ_{xy} en τ_{yz}. Voor τ_{xy} worden twee waardes gevonden, aan de boven- en de onderkant van de glasplaat. Deze waardes zouden hetzelfde moeten zijn volgens de theorie. In de praktijk blijkt dit niet helemaal te kloppen. Door de aanwezigheid van een zeer kleine normaalspanning verschillen deze waardes enigszins van elkaar. Dit is te corrigeren door de twee waardes van elkaar af te trekken, en hier het gemiddelde van te nemen. Op deze manier wordt de spanning gevonden die optreedt bij zuivere buiging. In de praktijk zal deze normaalspanning niet optreden door de manier waarop de glasplaat aan de constructie is bevestigd.

Voor τ_{xy} en τ_{yz} worden uiteraard twee verschillende constantes gevonden. De verhouding tussen deze twee constantes moet dezelfde zijn als bij de momentformule is aangetoond. Dit is ongeveer 0,747.

Plaatdikte	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)	$\frac{E\ t\ u}{2(1+v)\ b\ l}$	C_{xy} (-)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
8	7,427	-7,288	7,358	5,473	7,024	1,047	0,779	0,744
12	11,053	-10,873	10,963	8,176	10,537	1,040	0,776	0,746
16	14,637	-14,419	14,528	10,856	14,049	1,034	0,773	0,747

Tabel 12. Plaatdikte. Afmeting = 1000x1000mm, uitwijking = 30mm, E = 72000N/mm2, Poisson's ratio = 0,23.

Afmeting	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)	$\frac{E\ t\ u}{2(1+v)\ b\ l}$	C_{xy} (-)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
1000x1000	7,427	-7,288	7,358	5,473	7,024	1,047	0,779	0,744
1000x2500	2,818	-2,808	2,813	2,086	2,810	1,001	0,743	0,742
2500x2500	1,201	-1,189	1,195	0,870	1,124	1,063	0,774	0,728

Tabel 13. Afmeting. Plaatdikte = 8mm, uitwijking = 30mm, E = 72000N/mm2, Poisson's ratio = 0,23.

Uitwijking	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)	$\frac{E\ t\ u}{2(1+v)\ b\ l}$	C_{xy} (-)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
10	2,476	-2,429	2,453	1,824	2,341	1,047	0,779	0,744
30	7,427	-7,288	7,358	5,473	7,024	1,047	0,779	0,744
80	19,805	-19,435	19,620	14,594	18,732	1,047	0,779	0,744

Tabel 14. Uitwijking. Plaatdikte = 8mm, afmeting = 1000x1000mm, E = 72000N/mm2, Poisson's ratio = 0,23.

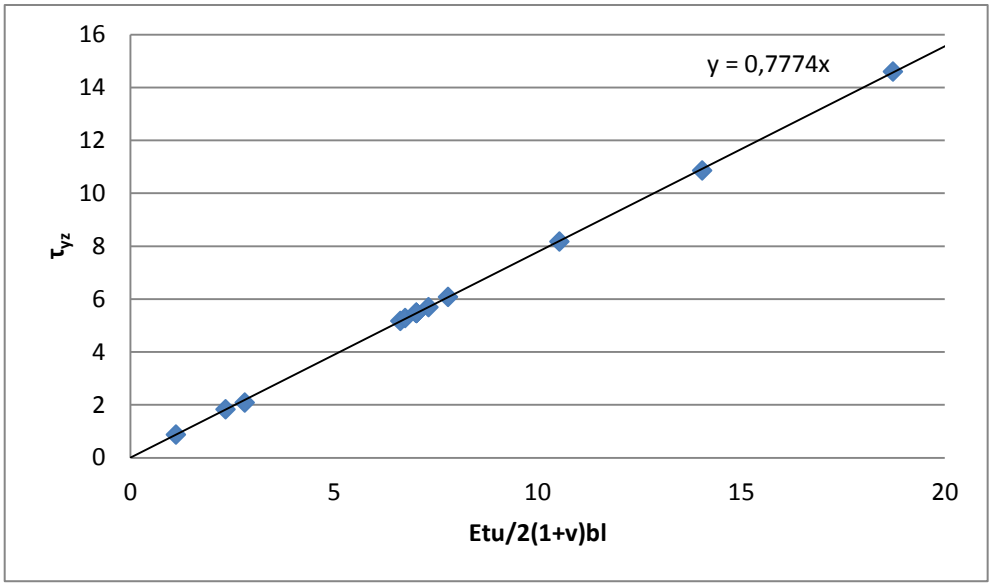
Elasticiteits modulus	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)	$\frac{E\ t\ u}{2(1+v)\ b\ l}$	C_{xy} (-)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
68000	7,014	-6,883	6,949	5,169	6,634	1,047	0,779	0,744
72000	7,427	-7,288	7,358	5,473	7,024	1,047	0,779	0,744
80000	8,252	-8,098	8,175	6,081	7,805	1,047	0,779	0,744

Tabel 15. Elasticiteitsmodulus. Plaatdikte = 8mm, afmeting = 1000x1000mm, uitwijking = 30mm, Poisson's ratio = 0,23.

Poisson's ratio	$\tau_{xy,boven}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,onder}$ (N/mm^2)	$\tau_{xy,gem}$ (N/mm^2)	τ_{yz} (N/mm^2)	$\frac{E\ t\ u}{2(1+v)\ b\ l}$	C_{xy} (-)	C_{yz} (-)	C_{yz}/C_{xy}
0,18	7,722	-7,582	7,652	5,690	7,322	1,045	0,777	0,744
0,23	7,427	-7,288	7,358	5,473	7,024	1,047	0,779	0,744
0,28	7,156	-7,018	7,087	5,273	6,750	1,050	0,781	0,744

Tabel 16. Poisson's ratio. Plaatdikte = 8mm, afmeting = 1000x1000mm, uitwijking = 30mm, E = 72000N/mm2.

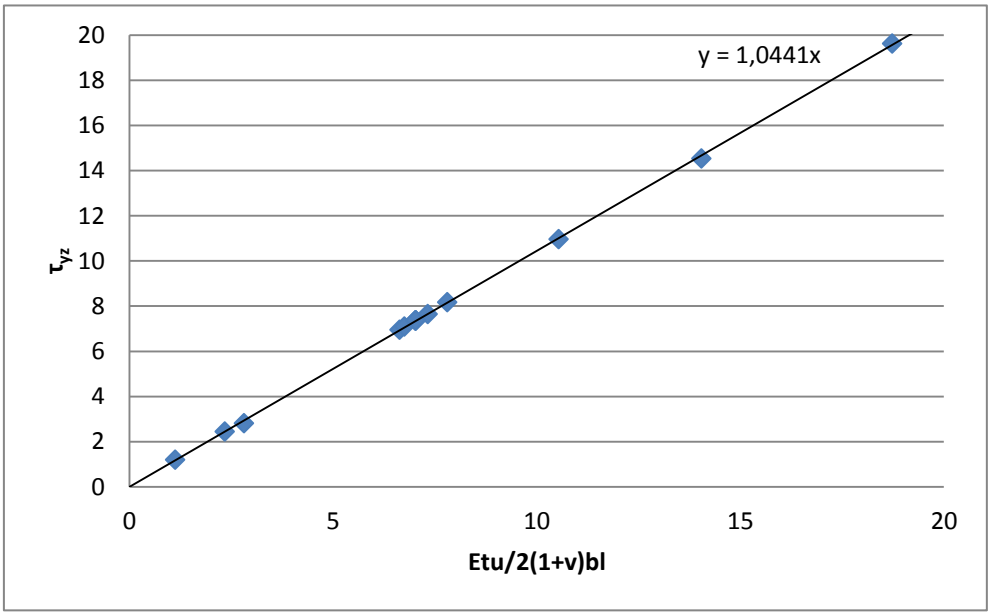
In Figuur 15 is τ_{yz} uitgezet tegen $\frac{E\ t\ u}{2\ (1+\nu)\ b\ l}$. Hier is een trendlijn doorheen getrokken, waarmee vervolgens een waarde voor C_{yz} is bepaald. Deze waarde is 0,78.



Figuur 15. Etu/2(1+v)bl uitgezet tegen τ_{yz}.

Hetzelfde is in Figuur 16 gedaan. Op deze manier is voor C_{xy} een waarde gevonden van 1,04.

Ter controle: C_{yz}/C_{xy} is nu 0,75. Dit strookt met de verhouding die gevonden is bij de momentformule.



Figuur 16. Etu/2(1+v)bl uitgezet tegen τ_{xy}.

Nauwkeurigheid

Door een fijn mesh te kiezen wordt de werkelijkheid natuurlijk zo goed mogelijk benaderd. Het is natuurlijk niet mogelijk om de werkelijke spanningen te krijgen. Daarom moet bekeken worden hoe ver de benadering van dit verslag van de werkelijkheid af zit. De nauwkeurigheid van de benadering hangt af van de meshgrootte. Door Ansys een glasplaat te laten doorrekenen met verschillende meshgroottes, kan er iets gezegd worden over de gevoeligheid van de meshgrootte.

Om de rekentijd van een simulatie enigszins beperkt te houden, is het verstandig om het maximum aantal vergelijkingen dat opgelost moet worden onder de 2 miljoen te houden. Eventueel diepgaander onderzoek zou uitgevoerd kunnen worden op PC's met een grotere rekencapaciteit. Deze beperking zorgt ervoor dat er met maximaal ongeveer 666000 knopen gerekend kan worden. De ervaring leert dat om deze reden er met maximaal 10 elementen in de dikte van de plaat kan worden gerekend. Hiermee kan bepaald worden wat de nauwkeurigheid is bij een mesh met 8 elementen over de dikte. De overige parameters worden constant gehouden, met een afmeting van 100x100x4mm, E=72000N/mm^2, een Poisson ratio van 0,23 en F=100N.

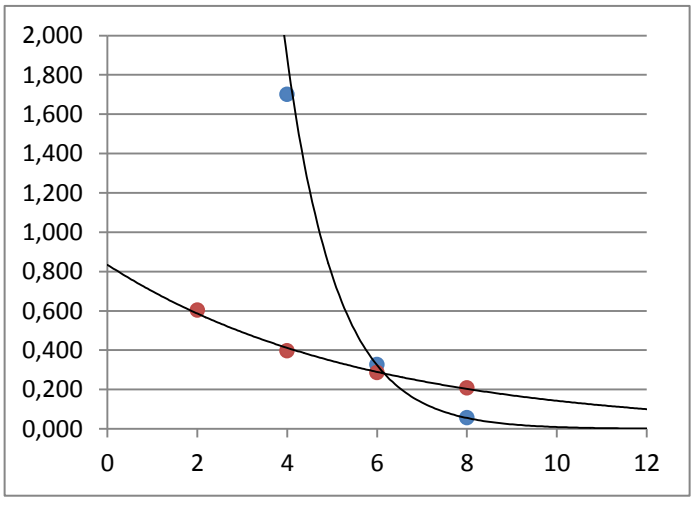
Er is besloten om de fout uit te drukken in percentages. De percentages in Tabel 17 geven weer hoeveel procent verschil twee opeenvolgende waardes hebben. Dit is de relatieve fout, daarom zijn de absolute waarden van de percentages genomen.

Voor het bepalen van de fout van de schuifspanningen zijn de volgende resultaten gevonden:

Aantal elementen over de dikte	τ_{yz} (N/mm^2)	Percentage	τ_{xy} (N/mm^2)	Percentage
2	16,250	11,729	18,040	0,604
4	14,344	1,701	18,149	0,397
6	14,100	0,326	18,221	0,285
8	14,054	0,057	18,273	0,208
10	14,046		18,311	

Tabel 17. Foutpercentages.

Als deze percentages worden uitgezet tegen het aantal elementen ontstaat Figuur 17. Te zien is dat met name de τ_{yz} al zeer goed benaderd is bij 10 elementen over de dikte van de plaat. Ook de fout van τ_{xy} ligt binnen de 1%. Daarom kan gezegd worden dat de keuze van 10 elementen over de dikte van de plaat voldoende nauwkeurig is.



Figuur 17. Foutpercentages uitgezet tegen het aantal elementen.

Ook kan er een foutschatting gemaakt worden met behulp van de Richardson extrapolatie [10]. Hierbij wordt de fout vergeleken bij een stapgrootte h, 2h en 4h. Dat is hierbij respectievelijk een aantal elementen van 8, 4 en 2. Dit zorgt voor een stapgrootte van 0,5. Met deze waarde kan een orde van de fout α bepaald worden.

$$2^{\alpha} = \frac{N(2h) - N(4h)}{N(h) - N(2h)} = \frac{14{,}344 - 16{,}250}{14{,}054 - 14{,}344} \rightarrow \alpha = 2{,}716$$

De fout is nu als volgt:

$$Kh = \frac{N(h) - N(2h)}{(2h)^{\alpha}\,(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha})}\,h = \frac{14{,}054 - 14{,}344}{(1)^{2{,}716}\,(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2{,}716})}\,0{,}5 = -0{,}171$$

De werkelijke waarde van de schuifspanning τ_{yz} ligt dan maximaal -0,171 N/mm^2 van de gemeten waarde af. Over de fout van de schuifspanning τ_{xy} valt weinig te zeggen. Het is niet duidelijk waar deze schuifspanning naar toe convergeert als het aantal elementen over de dikte naar oneindig gaat, daarom is het moeilijk om de fout kwantitatief te benaderen. Dit komt door de aanpak van de Richardson extrapolatie: men moet stapgroottes van 2^jh gebruiken, voor j=[0, 1, 2]. Deze methode kan dus niet gebruikt worden voor ordes kleiner dan O(h). Wel kan men in Figuur 17 zien dat de relatieve fout steeds kleiner wordt. Daarom kan hier toch een goede schatting mee gemaakt worden.

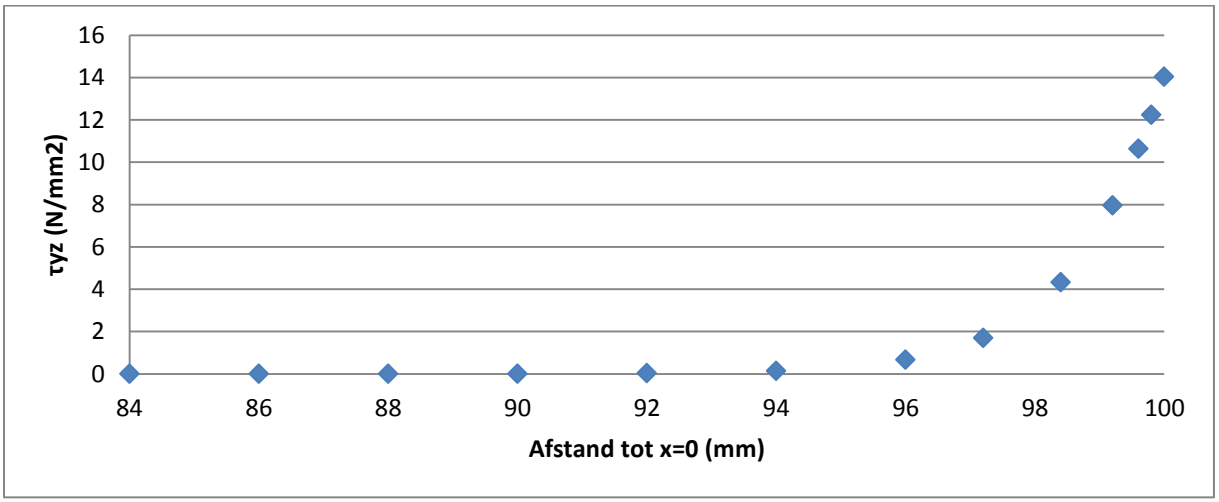
Locatie aflezen

Het aflezen van τ_{xy} is gedaan op verschillende locaties, namelijk 2t, 8/3t en 4t. Dit is nodig om telkens de spanning op dezelfde locatie in de plaat af te lezen. Het zou niet meer uit moeten maken wat de spanning τ_{yz} daar is. Er wordt namelijk verwacht dat deze spanning exponentieel afneemt vanaf de rand van de plaat. Dit moet echter nog wel gecontroleerd worden.

Afstand (t)	Afstan tot rand (mm)	x-coordinaat (mm)	τ_{yz}
0t	0	100	14,032
0,05t	0,2	99,8	12,242
0,1t	0,4	99,6	10,637
0,2t	0,8	99,2	7,9516
0,4t	1,6	98,4	4,3333
0,7t	2,8	97,2	1,7039
1,0t	4	96	0,66624
1,5t	6	94	0,14052
2,0t	8	92	0,030815
2,5t	10	90	0,0076621
3,0t	12	88	0,0024796
3,5t	14	86	0,0010256
4,0t	16	84	0,0003435

Tabel 18. τ_{yz} op afstand van de rand van de glasplaat.

In Tabel 18 is de schuifspanning weergegeven op een afstand van de rand.



Figuur 18. Schuifspanning uitgezet tegen de afstand x.

In Figuur 18. Schuifspanning uitgezet tegen de afstand x.Figuur 18 is de schuifspanning uitgezet tegen de afstand vanaf x=0, bij een plaat van 100x100x4mm. Te zien is dat op een afstand van 2t de schuifspanning al bijna 0 is. Op nog grotere afstand is de schuifspanning nog kleiner, hier mag dus ook afgelezen worden.

Conclusie

De resultaten van dit eindwerk stroken niet overal met de theorie. Bij de momentformule wordt verwacht dat C_{xy} gelijk is aan 6,00. Dit klopt, volgens de simulaties met Ansys. Voor C_{yz} wordt echter verwacht dat deze gelijk is aan 5,00. Deze waarde wordt echter niet gevonden met Ansys. Uit de simulaties met Ansys blijkt dat C_{yz}, bij zuivere buiging, de waarde 4,48 heeft. Dit is ongeveer 10% kleiner dan 5,00. Uit deze waardes blijkt dat de verhouding ongeveer 0,747 is. Theoretische onderbouwing hiervan is interessant voor een vervolgonderzoek. Dit zou kunnen komen door het niet lineair verlopen van het moment over de lengte van de plaat.

Blaauwendraad vindt voor de verhouding C_{yz}/C_{xy} een waarde van 0,79 [9]. Dit is 6% groter dan 0,75. Hij verwaarloost echter enkele dingen in zijn analytische benadering. Dit doet hij om het probleem te vereenvoudigen. Ansys verwaarloost echter geen factoren, om deze reden kan gezegd worden dat de factor 0,75 aangehouden moet worden. Dit verschil zou kunnen komen door deze benaderingen.

De C_{xy} en de C_{yz} die bij de ontwerpformule gevonden zijn, zijn respectievelijk 1,04 en 0,78. Uit geen enkele simulatie blijken significante andere waardes. Ook bij deze formule is de verhouding C_{yz}/C_{xy} ongeveer 0,75, dit bevestigt de waardes die gevonden zijn bij de momentformule nogmaals.

De waardes voor de ontwerpformule zijn niet direct te gebruiken. Ze zijn slechts te gebruiken voor een vlugge check van een architect. Er moeten nog veiligheidsfactoren over deze uitkomst om zo te allen tijde veiligheid te kunnen waarborgen. Deze veiligheidsfactoren zijn afhankelijk van de toepassing van de glasplaten. Wel is het voor constructeurs van belang om zo nauwkeurig mogelijk deze waardes te weten, om zo te kunnen besparen op materiaal.

Het feit dat C_{yz} lager uitvalt dan de theorie is gunstig. Op deze manier is het namelijk sowieso veilig om deze theoretische formule toe te passen: de werkelijke schuifspanning zal namelijk lager liggen.

Dit kan geconcludeerd worden in de volgende formules:

$$\tau_{xy} = 6{,}00\ \frac{m_{xy}}{t^2}, \qquad \tau_{yz} = 4{,}48\ \frac{m_{xy}}{t^2}$$

en

$$\tau_{xy} = 1{,}04\ \frac{E\ t\ u}{2\ (1+\nu)\ b\ l}, \qquad \tau_{yz} = 0{,}78\ \frac{E\ t\ u}{2\ (1+\nu)\ b\ l}$$

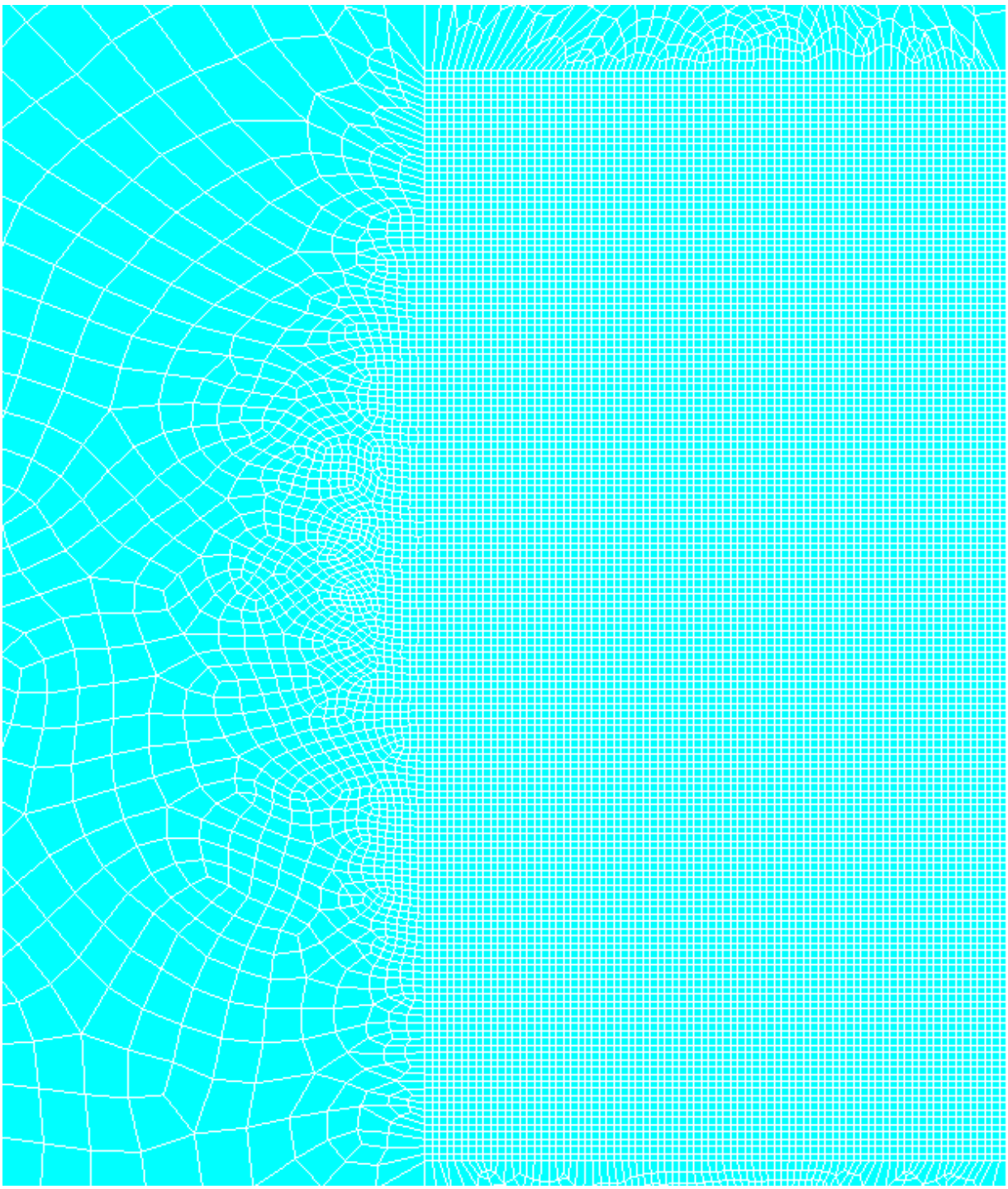
Bijlage A: Script voor mesh momentformule

```
FINISH $/CLEAR
/filname, moment 4mm 100x100mm 100N
/prep7
*SET,W,100
*SET,H,100
*SET,D,4
*SET,E,72000
*SET,PR,0.23
ET,1,186
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,PR
K,1,0,0
K,2,W-4*D,35
K,3,0,H
K,4,W-4*D,H-35
K,9,W-4*D,0
K,10,W-4*D,H
K,13,W,0
K,14,W,35
K,15,W,H-35
K,16,W,H
a,1,9,2,4,10,3
a,9,13,14,2
a,2,14,15,4
a,4,15,16,10
lesize,6,,,50
lesize,5,,,44
lesize,1,,,44
lesize,13,,,6
lesize,7,,,6
lesize,8,,,28
lesize,12,,,28
lesize,3,,,150
lesize,10,,,150
lesize,9,,,60
lesize,11,,,60
vext,all,,,,,D
lesize,23,,,10
lesize,33,,,10
vsweep,all
/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/REP,FAST
```

Bijlage B: Script voor mesh ontwerpformule

```
FINISH $/CLEAR
/filname, ontwerp 8mm 1000x1000mm 30mm 72000E 23PR
/prep7
*SET,W,1000
*SET,H,1000
*SET,t,8
*SET,E,72000
*SET,PR,0.23
ET,1,186
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,PR
K,1,0,0
K,2,W-5*t,450
K,3,0,H
K,4,W-5*t,H-450
K,9,W-5*t,0
K,10,W-5*t,H
K,13,W,0
K,14,W,450
K,15,W,H-450
K,16,W,H
a,1,9,2,4,10,3
a,9,13,14,2
a,2,14,15,4
a,4,15,16,10
lesize,6,,,50
lesize,5,,,49
lesize,1,,,49
lesize,13,,,1
lesize,7,,,1
lesize,8,,,50,0.05
lesize,12,,,50,20
lesize,10,,,80
lesize,3,,,80
lesize,9,,,40
lesize,11,,,40
vext,all,,,,,t
lesize,23,,,10
lesize,33,,,10
vsweep,all
/VIEW,1,1,2,3
/ANG,1
/REP,FAST
```

Bijlage C: Detail mesh



Detail van het mesh in Figuur 11.

Literatuurlijst

1. Staaks, D., *Koud torderen van glaspanelen in blobs*. 2003, TU Eindhoven: Eindhoven.

2. Petrella, A.J., *Solid186*. 2010, Golden, Colorado: http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Documents/SOLID186.pdf.

3. C. Hartsuijker, J.W.W., *Module: Spanningsleer en Bezwijkmodellen*. 2013: http://mech025.citg.tudelft.nl/TUD_CT/CT3109/collegestof/elasticiteitsleer/files/CT4145Dictaat-versie8.pdf.

4. Li, D., *Stresses in the edges of cold bent glass panes*. 2012, TU Delft: Delft.

5. Egeraat, E.v., *Stadhuis Alphen a/d Rijn*. 2009: http://www.nbd-online.nl/product/174727.Octatube_getordeerd_glas.html#product/174727-0/1/0.

6. R., A., *Bushalte Zuidpoort Delft*. 2009: http://www.flickr.com/photos/33167694@N05/3403901149/.

7. Young, W.C., *Roark's Formulas for Stress & Strain*. 6 ed. 1989, New York: McGraw-Hill Book Company.

8. Peter Hagedorn, A.D., *Continous Mechanical Systems*. 2007, Channai, India: Laserwords Private Limited.

9. Blaauwendraad, J., *Plates and FEM*. 2010, Dordrecht: Springer.

10. Cees Vuik, P van Beek, F Vermolen, J van Kan, *Numerieke Methoden voor Differentiaalvergelijkingen*. 2006, Delft: VSSD.

Software

1. Ansys 13.0 (2011), http://www.torrenthound.com/hash/51e0463c1051d2cdc9c278bd3bb286726a722407/torrent-info/ANSYS-V13-x64-en-ger-jp-fr-MAGNiTUDE-h33t--Original-

2. Microsoft Office 2010 (2010), DVD