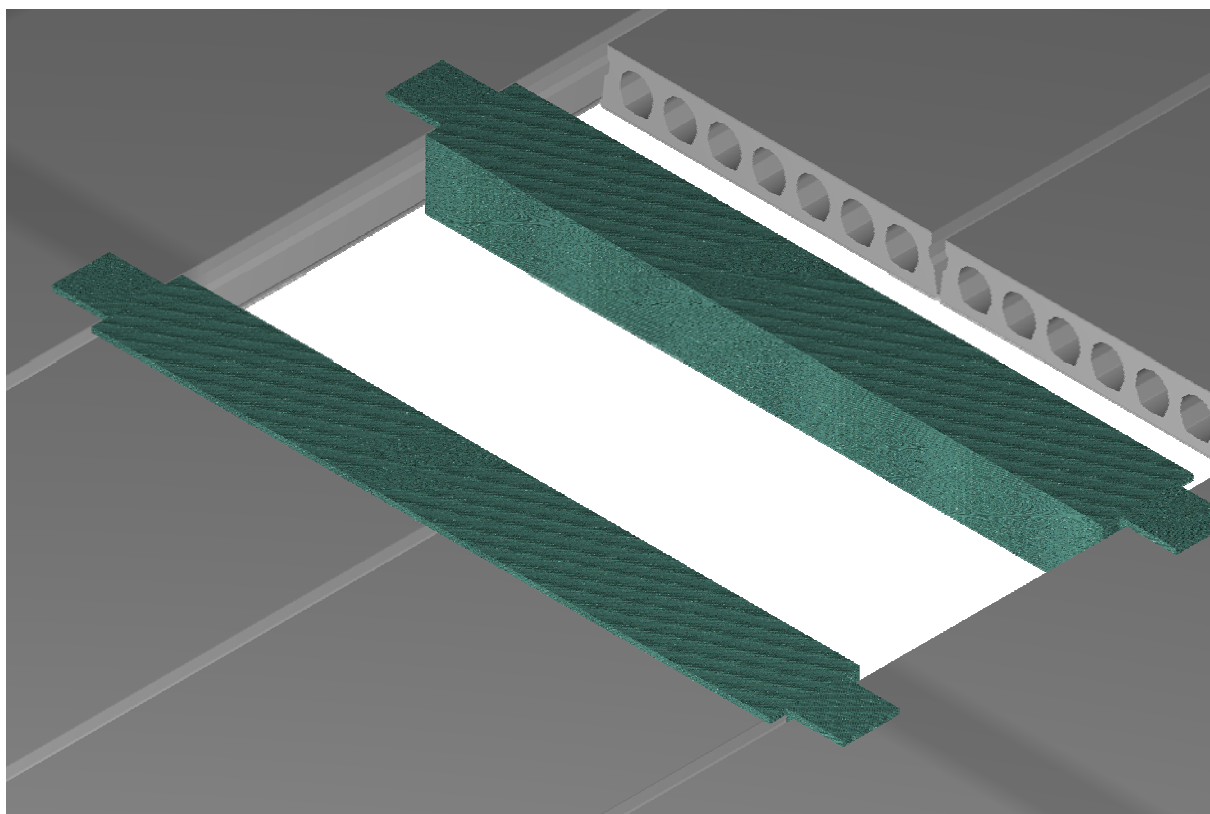


GROTE OPENINGEN IN KANAAALPLAATVLOEREN

Maart 2002
L. Span



Voorwoord

Voor u ligt het rapport dat is geschreven in het kader van mijn afstudeeronderzoek aan de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de Technische Universiteit Delft. Het onderzoek is uitgevoerd bij de Sectie Constructiemechanica in nauwe samenwerking met de sectie Betonconstructies. Dit rapport is vooral bedoeld voor mensen die geïnteresseerd zijn in en affiniteit hebben met kanaalplaatvloeren waarin grote openingen benodigd zijn.

Bij de totstandkoming van dit rapport ben ik veel dank verschuldigd aan de begeleiders prof. dr. ir. J. Blaauwendraad, prof. dr. ir. J. C. Walraven, dr. ir. P. C. J. Hoogenboom, ing. J. P. Straman en aan dr. ir. A. W. M. Kok. Maar de meeste dank gaat toch wel uit naar Pierre Hoogenboom die altijd tijd vrijmaakte tot zeer goede begeleiding.

Delft, maart 2002

L. Span

Samenvatting

Grote openingen in kanaalplaatvloeren

In de utiliteitsbouw worden kanaalplaatvloeren veelvuldig toegepast. Vaak zijn openingen in deze vloeren noodzakelijk ten behoeve van verticaal transport zoals liften, trappen en leidingschachten. Bij openingen van één of twee plaatbreedten worden de onderbroken platen vaak gedragen door een raveelijzer die de belasting overdraagt op de naastgelegen doorgaande platen. Hierdoor ontstaan in de doorgaande platen extra buigende momenten, torsiemomenten en dwarskrachten. Bij openingen groter dan twee plaatbreedten worden de onderbroken platen gedragen door balken en kolommen. Deze extra ondersteuning hindert de indeling en vormgeving van de ruimte. Bovendien verhogen de extra balken en kolommen de constructiekosten. Veel eenvoudiger zou het zijn als ook grote openingen in kanaalplaatvloeren zouden kunnen worden uitgevoerd met een simpel raveelijzer.

Het doel van het project is te bepalen of grote openingen in kanaalplaatvloeren kunnen worden uitgevoerd met een raveelijzer. Hiertoe is ten eerste een literatuurstudie [5] uitgevoerd. Het bleek dat veel onderzoek is gedaan naar de sterkte van kanaalplaten onder verschillende belastingen. Ook is onderzoek verricht naar de krachtswerking in vloeren zonder openingen. Echter, geen gegevens konden worden gevonden over de krachtsafdracht rond openingen in kanaalplaatvloeren.

Vervolgens is in het project een mechanicamodel gemaakt van een enkele kanaalplaat. De kanaalplaat is belast door eigen gewicht, voorspanning, nuttige belasting, puntlasten op een rand en verdeelde randlasten. Deze puntlasten ontstaan door de oplegging van raveelijzers. De verdeelde randlast ontstaat door interactie met andere platen in een vloer. Met dit model kunnen de momenten, torsiemomenten, dwarskrachten en doorbuiging van een kanaalplaat worden berekend.

Vervolgens is een numeriek model gemaakt voor kanaalplaatvloeren met openingen. Het eindige-elementenprogramma KOLA [3], dat hiervoor is gebruikt, is gebaseerd op de Reissner-theorie voor orthotrope platen. De voegen tussen de platen zijn gemodelleerd met elementen zonder buigstijfheid. De aldus berekende krachtswerking in de vloeren blijkt sterk afhankelijk van de plaats en grootte van de openingen. Daarom kunnen de momenten en dwarskrachten helaas niet met eenvoudige vuistregels worden gekwantificeerd.

In het project is een methode uitgewerkt om kanaalplaatvloeren te berekenen. De krachten in een kanaalplaatvloer hangen namelijk nauw samen met de manier waarop vloeren worden uitgevoerd. Direct nadat een vloer is gelegd wordt deze voornamelijk belast door de voorspanning en het eigengewicht. Nadat de voegen zijn gevuld en uitgehard wordt de nuttige belasting aangebracht. In beide gevallen heeft de vloer een andere stijfheid. Daarom moet bij de berekening onderscheid worden gemaakt tussen 1) de spanningen door het eigen gewicht en voorspanning en 2) spanningen door de nuttige belasting. De spanningen door het eigen gewicht en voorspanning kunnen op analytische wijze worden berekend met het ontwikkelde mechanicamodel. De spanningen ten gevolge van de nuttige belasting kunnen worden berekend met behulp van een eindige-elementenprogramma.

Voor het toetsen van de spanningen moet een aantal maatgevende punten worden geselecteerd in een vloer. Vaak zal dit zijn in de doorgaande platen ter plaatse van de opleggingen, in het midden van deze plaat en daar waar het raveelijzer aangrijpt. De spanningen ten gevolge van de twee belastinggevallen kunnen worden opgeteld en de grootste hoofdspanning kan worden berekend en getoetst aan de toelaatbare trekspanning van het beton.

Vervolgens is een parameterstudie uitgevoerd. Gevarieerd zijn de overspanning van de vloer, de breedte van de opening en de lengte van de opening. Het blijkt dat een opening van twee kanaalplaten eigenlijk te groot is als bij het dimensioneren van de platen geen rekening is gehouden met deze opening. Niettemin komt dit in de praktijk regelmatig voor zonder dat het tot problemen leidt. Hieruit blijkt dat de voorgestelde rekenmethode conservatief is.

Een ontwerpgrafiek is opgesteld voor een opening in een vloer van kanaalplaten VX400 met een voorspanning van 1480 kN. Hiermee kan worden afgelezen of deze plaat voldoet voor een bepaalde overspanning en openingsgrootte.

Generaliserend kan worden gesteld dat in sommige situaties een opening ter grootte van drie kanaalplaten kan worden uitgevoerd met een raveelijzer. De ontwikkelde rekenmethode kan worden gebruikt om vloeren te berekenen en om ontwerpverbeteringen uit te proberen.

Summary

Large Openings in Hollow Core Slab Floors

Prestressed hollow core slabs are often used as floors in utility buildings. Often openings are needed in these floors because of vertical transportation like lifts, stairs and conduits. When an opening has a size of one or two times the width of the slab, the interrupted slabs are often carried by a steel lintel beam, which carries the load to the adjacent non-interrupted slabs. The lintel beam causes additional bending moments, torsional moments and shear forces in the non-interrupted slabs. When openings are wider than two slabs, the interrupted slabs are often carried by beams and columns. This additional support hinders the furniture layout and the architectural design of the room. Moreover, these extra beams and columns increase the construction costs. It would be much easier if also large openings in hollow core slabs could be constructed using just a lintel beam.

The purpose of this project is to determine whether large openings can be constructed with lintel beams. Therefore, first a literature study was made [5]. A substantial amount of research is available on the strength of prestressed hollow core slabs under different types of loading. There is also information available on the force flow in floors without openings. However, we did not find data on the force flow around openings in prestressed hollow core slab floors.

Subsequently, a mechanics model of one hollow core slab was made. The slab is loaded by dead load, prestress, life load, concentrated loads at an edge and distributed edge loads. The concentrated loads are caused by the support of the lintel. The distributed edge loads arise from the interaction between the plates in the floor. With this model we can calculate the bending moments, torsional moments, shear forces and deflection of a hollow core slab.

Subsequently a numerical model was made for hollow core slab floors with openings. The finite element program KOLA [3] is used, which is based on the Reissner theory for orthotropic plates. The joints between the plates are modelled as elements without bending stiffness. The results show to be strongly dependent on the place and size of the opening. Therefore a good quantification for the moments and shear forces cannot be accomplished by convenient rules of thumb.

In the project a procedure has been developed to calculate hollow core slab floors with openings. The force flow is closely related to the way the floors are erected. Just after the slabs are placed they are loaded by prestress and dead load. When the joints are filled, and hardened, the life load is added. In both cases the floor has a different stiffness. Therefore a distinction is made between 1) the stresses caused by dead load and prestress and 2) the stresses caused by the life load. The stresses caused by the dead load and the prestress can be calculated analytically with the developed mechanics model. The stresses caused by the life loads can be calculated with the finite element program. The stresses need to be evaluated in a few normative points in a floor. Often these points are selected in a non-interrupted slab at the support, in the middle of the slab and where the lintel beam touches the non-interrupted slab. The stresses due to each of the two load cases can be added and the largest principal stress can be calculated and compared to the allowable stress of the concrete.

Subsequently a parameter study is performed. Parameters that are varied are the floor span, the opening width and the opening length. It is shown that an opening of two slab-widths is in fact too large if the opening was ignored in the dimensioning of the slabs. Nevertheless, this is often applied in practice. Apparently the proposed calculation method is conservative.

A design graph has been made for an opening in plate consisting of slabs VX400 with a prestress of 1480 kN. This graph can be used to quickly determine whether this plate can be applied in a certain situation.

We can conclude that in some situations an opening over three hollow core slabs can be constructed with a lintel beam. The proposed calculation method can be used to evaluate a floor design and to try out design improvements.

Inhoudsopgave

1.	INLEIDING	1
2	DOORSNEDEGROOTHEDEN	3
2.1	INLEIDING	3
2.2	WRINGING.....	3
2.2.1	<i>Dunwandige benadering met twee lijven</i>	<i>4</i>
2.2.2	<i>Dikwandige benadering met twee lijven</i>	<i>5</i>
2.2.3	<i>Dikwandige benadering met vier lijven</i>	<i>6</i>
2.2.4	<i>Dikwandige benadering met zes lijven.....</i>	<i>8</i>
2.2.5	<i>Conclusies</i>	<i>10</i>
2.2.6	<i>Algemene formules</i>	<i>11</i>
2.3	BUIGING	11
2.3.1	<i>Moment in de langsdoorsnede.....</i>	<i>11</i>
2.3.2	<i>Moment in de dwarsdoorsnede</i>	<i>12</i>
2.4	AFSCHUIVING	15
2.4.1	<i>Dwarskracht in de langsdoorsnede.....</i>	<i>15</i>
2.4.2	<i>Dwarskracht in de dwarsdoorsnede.....</i>	<i>18</i>
2.5	BEPALING VAN DE SPANNING OP BASIS VAN EINDIGE ELEMENTEN RESULTATEN	18
2.5.1	<i>Wringing.....</i>	<i>18</i>
2.5.2	<i>Afschuiving</i>	<i>19</i>
2.5.3	<i>Afschuiving langs de randen</i>	<i>20</i>
3	BELASTINGEN	23
3.1	BELASTINGGEVALLEN.....	23
3.1.1	<i>Belastinggeval 1</i>	<i>23</i>
3.1.2	<i>Belastinggeval 2</i>	<i>25</i>
3.1.3	<i>Belastinggeval 3.....</i>	<i>26</i>
3.2	TOTALE BELASTING OP EEN PLAAT	27
3.2.1	<i>Opening ter plaatse van het midden van de plaat.....</i>	<i>28</i>
3.2.2	<i>Opening ter plaatse van het eind van de plaat.....</i>	<i>28</i>
4	SPANNINGEN IN KRITIEKE PUNTEN	31
4.1	INLEIDING	31
4.2	TER PLAATSE VAN DE RAVEELOPLEGGING.....	31
4.3	TER PLAATSE VAN DE OPLEGGING	34
4.3.1	<i>Punt 1</i>	<i>35</i>
4.3.2	<i>Punt 2</i>	<i>36</i>
4.3.3	<i>Punt 3</i>	<i>38</i>
4.4	HOOFDSPANNINGEN	39
5	INTERACTIE IN EEN VLOER.....	41
5.1	DOORSNEDEGROOTHEDEN	42
5.1.1	<i>Invoer</i>	<i>45</i>
5.2	VOEGSTIJFHEDEN	45
5.3	EIGENSCHAPPEN VAN HET RAVEELIJZER.....	45
5.4	DWARSKRACHTOVERDRACHT DOOR RUSTENDE BELASTING.....	46
5.4.1	<i>Verklaring van de observaties.....</i>	<i>48</i>
5.4.2	<i>Dwarskrachtverloop zonder opening.....</i>	<i>52</i>

5.5	DWARSKRACHTOVERDRACHT DOOR EIGEN GEWICHT.....	53
5.6	SPANNINGEN IN SITUATIE 1 EN 2	54
5.6.1	<i>Berekening van de spanningen door eigen gewicht in situatie 1</i>	<i>55</i>
5.6.2	<i>Berekening van de spanningen door nuttige belasting in situatie 1</i>	<i>56</i>
5.6.3	<i>Berekening van de spanningen in situatie 2.....</i>	<i>58</i>
5.7	BESCHOUWING VAN DE RESULTATEN	58
6	PARAMETERSTUDIE	61
6.1	PARAMETERS	61
6.2	RESULTATEN	62
6.3	CONCLUSIES.....	76
7	ONTWERPGRAFIEK.....	79
7.1	RESULTATEN	80
7.2	ONTWERPGRAFIEK	83
7.3	CONCLUSIES.....	83
8	EINDCONCLUSIES EN AANBEVELINGEN	85

1. Inleiding

Jaarlijks worden miljoenen vierkante meters aan vloeren geplaatst in de utiliteits- en woningbouw. Een groot gedeelte hiervan zijn de kanaalplaatvloeren welke bestaan uit geprefabriceerde voorgespannen betonnen platen. In deze platen zijn horizontale uitsparingen aangebracht, de zogenaamde kanalen, waardoor een efficiënte doorsnede vorm wordt verkregen.

Vaak zijn in de vloeren grote openingen benodigd ten behoeve van verticaal transport, zoals liften, trappen en leidingkokers. De belasting van de onderbroken platen wordt dan afgedragen naar naastgelegen platen met behulp van een raveelijzer. Wanneer deze openingen groter zijn dan 1.20 meter (dit is de breedte van een kanaalplaat), kunnen problemen ontstaan bij de belastingafdracht. Er ontstaan namelijk grote momenten, grote torsiemomenten en grote dwarskrachten in de doorgaande platen.

Op dit moment worden de raveelijzers toegepast voor openingen tot 2.40 m breed. De ervaring leert dat dit geen problemen geeft met betrekking tot doorbuiging en sterkte. Grotere openingen worden uitgevoerd met ondersteuningsbalken en extra kolommen. Nadeel van balken en kolommen is dat ze de indeling hinderen en de vormgeving beperken. Bovendien zijn de constructiekosten hoger dan die van een raveelijzer. Echter, wellicht dat ook openingen groter dan 2.40 m eenvoudig zouden kunnen worden uitgevoerd met een raveelijzer.

Het doel van het hier beschreven project is het bepalen van de maximale grootte van openingen in kanaalplaatvloeren die gesteund worden door raveelijzers. Van belang hierbij zijn de interactie tussen de kanaalplaten en het effect van het raveelijzer op de doorlopende platen naast een opening. De spanningstoestand in de platen mag vanzelfsprekend een veilige waarde niet overschrijden. De parameters die een rol spelen zijn onder meer de grootte van de belasting, het plaattype, de mate van voorspanning, de overspanning en de plaats van de opening.

Het onderzoek is uitgevoerd met behulp van zowel analytische als numerieke methoden. Uitsluitend de uiterste grenstoestand is beschouwd. Grenstoestanden die zich zouden kunnen ontstaan door brand en andere calamiteiten zijn buiten beschouwing gebleven.

De opbouw van het rapport is als volgt. In hoofdstuk 2 worden de doorsnedegrootheden bepaald die van belang zijn voor kanaalplaten. Achtereenvolgens wordt gekeken naar wring-, buig- en afschuifstijfheid. Op basis hiervan worden ook formules voor de bijbehorende spanningen afgeleid. In hoofdstuk 3 worden de belastingen bepaald die op een doorgaande plaat werken. Dit zijn het eigengewicht, de randlasten door de aangrenzende platen en de puntlasten van de raveelijzers. Op basis hiervan worden de zakkingen, rotaties, buigende-momenten, torsiemomenten, en dwarskrachten berekend, die optreden bij verschillende parameters.

In hoofdstuk 4 wordt gekeken naar de kritieke materiaalpunten in een kanaalplaat waar de kans op scheurvorming het grootst is. Dit zijn drie punten nabij de plaatoplegging en een punt ter plaatse van de oplegging van het raveelijzer. In deze punten worden de optredende spanningstoestanden berekend. In hoofdstuk 5 wordt de interactie bestudeerd tussen de kanaalplaten die samen een vloer vormen. Hoofdstuk 6 geeft de resultaten van een parameterstudie waarbij is gevarieerd met de plaatlengte, de openingslengte en de openingsbreedte. Hierbij is de maximale belasting toegepast volgens de ontwerpgrafieken van de kanaalplaatfabrikant. In hoofdstuk 7 wordt een ontwerpgrafiek afgeleid voor een voorkomende situatie. Tenslotte worden in hoofdstuk 8 de conclusies getrokken die volgen uit het onderzoek.

2 Doorsnedegrootheden

2.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden verschillende doorsnedegrootheden die van belang zijn voor kanaalplaten bestudeerd. Hierbij wordt achtereenvolgens gekeken naar:

1. wringing
2. buiging
3. afschuiving

Gebruik wordt gemaakt van de volgende maatvoering:

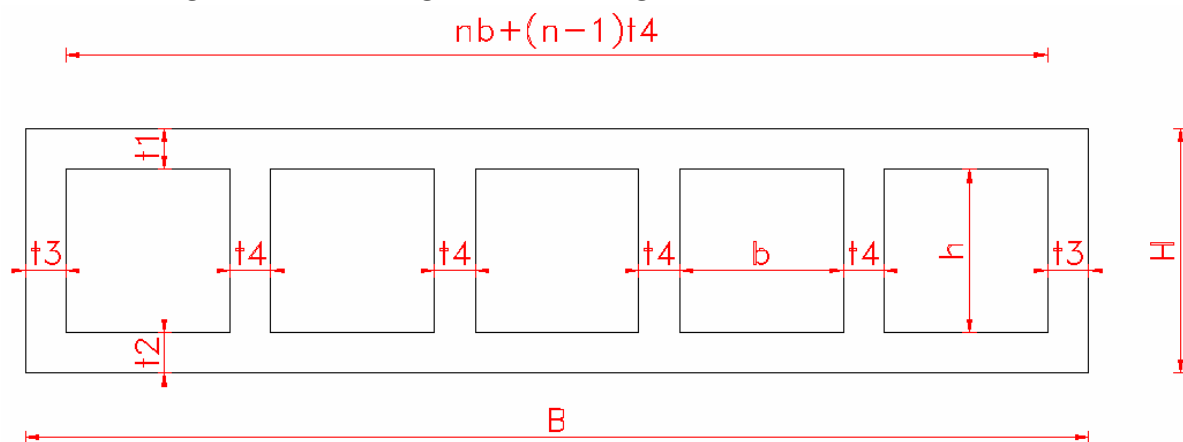


fig. 2.1 maatvoering van een kanaalplaat

Hierbij geldt:

t_1	dikte bovenflens
t_2	dikte onderflens
t_3	dikte buitenlijven
t_4	dikte middenlijven
B	breedte plaat
H	hoogte plaat
b	breedte kanaal
h	hoogte kanaal
n	aantal kanalen

De ronde hoeken van de kanalen zijn derhalve verwaarloosd. De reden hiervoor is dat er aanzienlijke variatie bestaat in de vorm van de kanalen. Waar daar aanleiding toe bestaat, wordt de invloed van de afrondingen apart onderzocht.

2.2 Wringing

In eerste instantie wordt gekeken naar het wringtraagheidsmoment I_w en de grootste schuifspanning σ_{xy} ten gevolge van een wringend moment. Begonnen wordt met een dunwandige benadering van het profiel waarbij de inwendige lijven zijn weggelaten. Daarna worden enige dikwandige benaderingen toegepast. Als eerste dikwandige benadering worden twee lijven meegenomen. Hierbij worden dus alle kanalen samengenomen tot één kanaal. Als tweede dikwandige benadering worden vier lijven genomen. Hierbij wordt er derhalve vanuit gegaan dat de kanaalplaat drie kanalen heeft, waarbij het middelste kanaal bestaat uit de

overige kanalen die zijn samengenomen. Tenslotte wordt een dikwandige benadering met zes lijven genomen. Hierbij wordt er vanuit gegaan dat de kanaalplaat vijf kanalen heeft, waarbij het middelste kanaal bestaat uit de overige kanalen die zijn samengenomen. In de figuren die gebruikt worden, wordt een kanaalplaat getoond met 7 kanalen, maar de analyse is voor een kanaalplaat met n kanalen.

Voor de eerste wringberekeningen worden enkele aannames gedaan:

- $b=h$
- $t_1=t_2=t_3=t_4=t$
- $t=\frac{1}{4}h$

Deze aannames zijn noodzakelijk om hanteerbare uitdrukkingen te krijgen. Op grond van de uitkomsten worden algemene formules opgesteld voor een kanaalplaat met willekeurige afmetingen. Hierbij wordt dus geen gebruik gemaakt van de hierboven genoemde aannames.

2.2.1 Dunwandige benadering met twee lijven

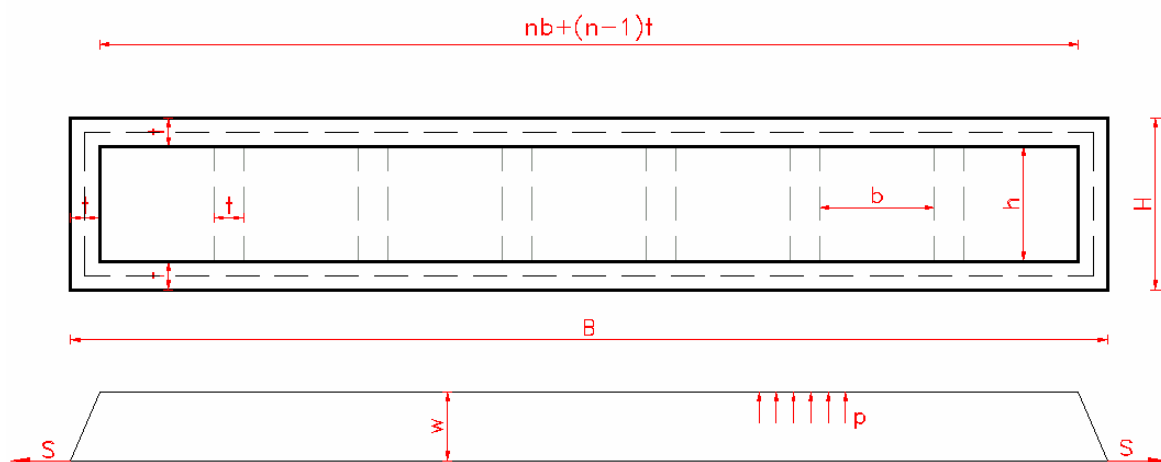


fig. 2.2 dunwandige benadering met twee lijven

Gebruik wordt gemaakt van de membraan-analogie [1], de bolling van de membraan wordt verwaarloosd.

$$S \left[\frac{w}{t}(h+t) + \frac{w}{t}(h+t) + \frac{w}{t}(nb+nt) + \frac{w}{t}(nb+nt) \right] = (nb+nt)(h+t)p$$

$$b = h :$$

$$S \left[(2n+2) \frac{w}{t} h + (2n+2)w \right] = nh^2 p + 2nthp + nt^2 p$$

$$t = \frac{1}{4} h :$$

$$S[(10n+10)w] = \frac{25}{16} nh^2 p$$

$$w = \frac{25}{16} \frac{h^2 p}{S} \frac{n}{(10n+10)}$$

Nu wordt de overgang gemaakt naar de ϕ -heuvel met $p=2\theta$ en $S=1/G$. Dit geeft:

$$\phi = \frac{5}{16} G \theta h^2 \frac{n}{(n+1)}$$

Het wringend moment is twee keer de inhoud van de ϕ -heuvel:

$$M_w = 2\phi(h+t)(nb+nt)$$

$$b = h :$$

$$M_w = 2\phi(nh^2 + 2nht + nt^2)$$

$$t = \frac{1}{4}h :$$

$$M_w = 2\phi(\frac{25}{16}nh^2)$$

$$M_w = G \frac{625}{64} \frac{h^4 n^2 \theta}{10n+10}$$

$$I_w = \frac{625}{640} \frac{h^4 n^2}{n+1}$$

de spanningen zijn gelijk aan:

$$\sigma = \frac{\phi}{t}$$

$$\sigma = \frac{32}{25} \frac{M_w}{nh^3}$$

2.2.2 Dikwandige benadering met twee lijven

(voor een berekening in Maple, zie Bijlage 1)

$$S \left[\frac{w}{t}h + \frac{w}{t}h + \frac{w}{t}(nb + (n-1)t) + \frac{w}{t}(nb + (n-1)t) \right] = (nb + (n-1)t)hp$$

$$b = h :$$

$$S \left[2 \frac{w}{t}h + 2 \frac{w}{t}nh + 2wn - 2w \right] = nh^2 p + thp(n-1)$$

$$t = \frac{1}{4}h :$$

$$S[w(10n+6)] = \frac{1}{4}(5n-1)h^2 p$$

$$w = \frac{1}{8} \frac{h^2 p (5n-1)}{S (5n+3)}$$

Nu wordt de overgang gemaakt naar de ϕ -heuvel met $p=2\theta$ en $S=1/G$. Dit geeft:

$$\phi = \frac{1}{4}Gh^2\theta \frac{(5n-1)}{(5n+3)}$$

Het wringend moment is twee keer de inhoud van de ϕ -heuvel:

$$M_w = 2\phi \left((nb + (n-1)t)h + 2(\frac{1}{2}th) + 2(\frac{1}{2}t(nb + (n-1)t) + 4\frac{1}{3}t^2) \right)$$

$$b = h :$$

$$t = \frac{1}{4}h :$$

$$M_w = 2\phi(\frac{1}{16}(25n-1)h^2)$$

$$M_w = G \frac{1}{96} \frac{h^4 (5n-1)(75n+1)\theta}{(5n+3)}$$

$$I_w = \frac{1}{96} \frac{h^4 (5n-1)(75n+1)}{(5n+3)}$$

De spanningen zijn gelijk aan:

$$\sigma = \frac{\phi}{t}$$

$$\sigma = \frac{96 M_w}{h^3 (75n + 1)}$$

Deze spanningen gelden voor de totale doorsnede.

2.2.3 Dikwandige benadering met vier lijven

(voor een berekening in Maple, zie Bijlage 2)

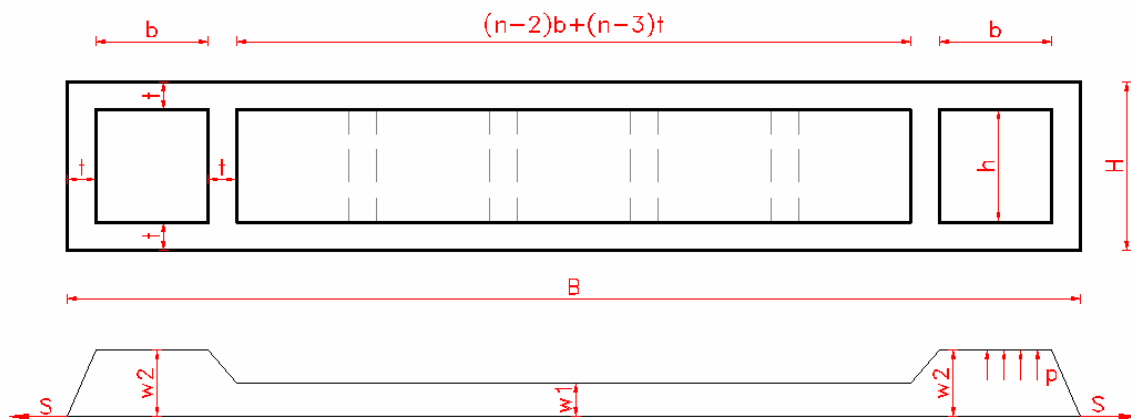


fig. 2.3 dikwandige benadering met vier lijven

$$S \left[2 \frac{w_2}{t} b + \frac{w_2}{t} h + \frac{w_2 - w_1}{t} h \right] = b h p$$

$$S \left[2 \frac{w_1 - w_2}{t} h + 2 \frac{w_1}{t} ((n-2)b + (n-3)t) \right] = ((n-2)b + (n-3)t) h p$$

$$b = h :$$

$$S \left[4 \frac{w_2}{t} h - \frac{w_1}{t} h \right] = h^2 p$$

$$S \left[w_1 \left(-2 \frac{h}{t} + 2n \frac{h}{t} + 2n - 6 \right) - 2w_2 \frac{h}{t} \right] = ((n-2)h + (n-3)t) h p$$

$$t = \frac{1}{4} h :$$

$$[-4w_1 + 16w_2] = \frac{h^2 p}{S}$$

$$[w_1(10n - 14) - 8w_2] = \frac{\frac{1}{4}(5n - 11)h^2 p}{S}$$

$$w_1 = \frac{1}{8} \frac{h^2 p}{S} \frac{(5n - 9)}{(5n - 8)}$$

$$w_2 = \frac{5}{32} \frac{h^2 p}{S} \frac{(3n - 5)}{(5n - 8)}$$

Nu wordt de overgang gemaakt naar de ϕ -heuvel met $p=2\theta$ en $S=1/G$. Dit geeft:

$$\phi_1 = \frac{1}{4} Gh^2 \theta \frac{(5n-9)}{(5n-8)}$$

$$\phi_2 = \frac{5}{16} Gh^2 \theta \frac{(3n-5)}{(5n-8)}$$

Het wringend moment is twee keer de inhoud van de ϕ -heuvel:

$$M_w = 2 \left(\phi_1(n-2)b + (n-3)t)h + 2\phi_2bh + 2\frac{1}{2}ht\phi_2 + 2\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}th + \right. \\ \left. 2\frac{1}{2}((n-2)b + (n-3)t)t\phi_1 + 4\frac{1}{2}bt\phi_2 + 4\frac{1}{3}\phi_2t^2 + 2\frac{1}{2}\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}t^2 \right)$$

$$b = h :$$

$$t = \frac{1}{4} h :$$

$$M_w = \frac{5}{384} Gh^4 \theta \frac{(300n^2 - 687n + 325)}{(5n-8)}$$

$$I_w = \frac{5}{384} h^4 \frac{(300n^2 - 687n + 325)}{(5n-8)}$$

De spanningen zijn gelijk aan:

$$\sigma_1 = \frac{384}{5} \frac{(5n-9)M_w}{h^3(300n^2 - 687n + 325)}$$

$$\sigma_2 = 96 \frac{(3n-5)M_w}{h^3(300n^2 - 687n + 325)}$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{96}{5} \frac{(5n-11)M_w}{h^3(300n^2 - 687n + 325)}$$

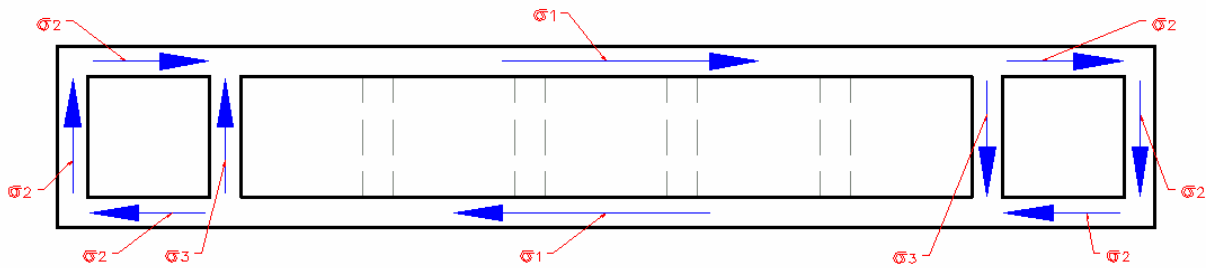


fig. 2.4 spanningen door dikwandige benadering met vier lijven

2.2.4 Dikwandige benadering met zes lijven

(voor een berekening in Maple, zie Bijlage 3)

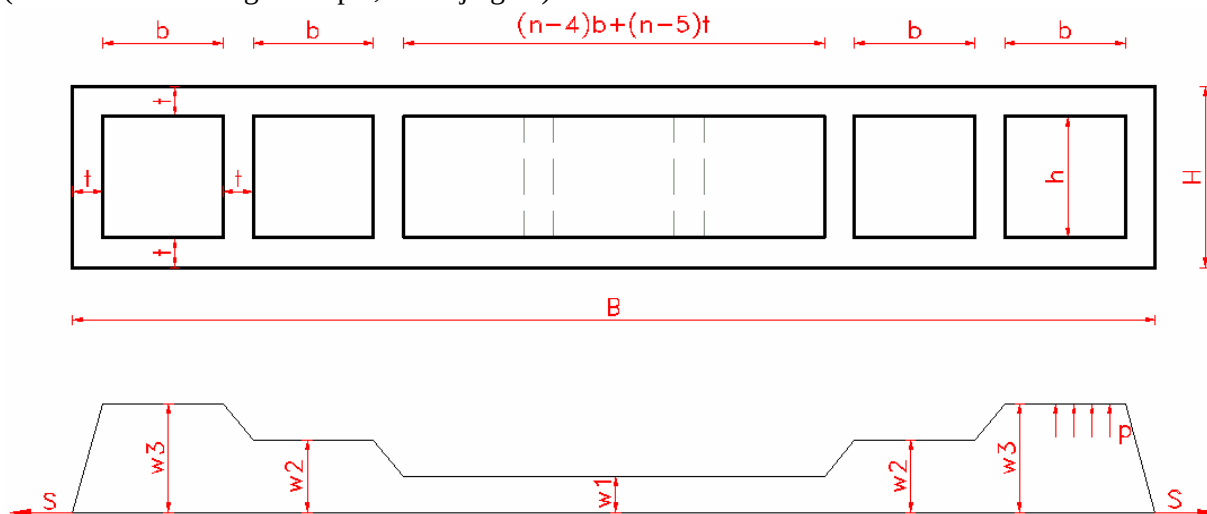


fig. 2.5 dikwandige benadering met zes lijven

$$S \left[2 \frac{w_3}{t} b + \frac{w_3}{t} h + \frac{w_3 - w_2}{t} h \right] = bhp$$

$$S \left[2 \frac{w_2}{t} b + \frac{w_2 - w_3}{t} h + \frac{w_2 - w_1}{t} h \right] = bhp$$

$$S \left[2 \frac{w_1 - w_2}{t} h + 2 \frac{w_1}{t} ((n-4)b + (n-5)t) \right] = ((n-4)b + (n-5)t) hp$$

$$b = h :$$

$$S \left[4 \frac{w_3}{t} h - \frac{w_2}{t} h \right] = h^2 p$$

$$S \left[4 \frac{w_2}{t} h - \frac{w_3}{t} h - \frac{w_1}{t} h \right] = h^2 p$$

$$S \left[w_1 \left(-6 \frac{h}{t} + 2n \frac{h}{t} + 2n - 10 \right) - 2w_2 \frac{h}{t} \right] = ((n-4)h + (n-5)t) hp$$

$$t = \frac{1}{4} h :$$

$$[-4w_2 + 16w_3] = \frac{h^2 p}{S}$$

$$[16w_2 - 4w_3 - 4w_1] = \frac{h^2 p}{S}$$

$$[w_1(10n - 34) - 8w_2] = \frac{\frac{1}{4}(5n - 21)h^2 p}{S}$$

$$w_1 = \frac{1}{8} \frac{h^2 p}{S} \frac{(-275 + 75n)}{(-271 + 75n)}$$

$$w_2 = \frac{1}{4} \frac{h^2 p}{S} \frac{(-127 + 35n)}{(-271 + 75n)}$$

$$w_3 = \frac{1}{8} \frac{h^2 p}{S} \frac{(-199 + 55n)}{(-271 + 75n)}$$

Nu wordt de overgang gemaakt naar de ϕ -heuvel met $p=2\theta$ en $S=1/G$. Dit geeft:

$$\phi_1 = \frac{1}{4} G h^2 \theta \frac{(-275 + 75n)}{(-271 + 75n)}$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2} G h^2 \theta \frac{(-127 + 35n)}{(-271 + 75n)}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} G h^2 \theta \frac{(-199 + 55n)}{(-271 + 75n)}$$

Het wringend moment is twee keer de inhoud van de ϕ -heuvel:

$$M_w = 2 \left(\phi_1 ((n-4)b + (n-5)t)h + 2\phi_2 bh + 2\phi_3 bh + 2\frac{1}{2} ht\phi_3 + 2\frac{\phi_2 + \phi_3}{2} th + 2\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} th + 2\frac{1}{2} ((n-4)b + (n-5)t)t\phi_1 + 4\frac{1}{2} bt\phi_2 + 4\frac{1}{2} bt\phi_3 + 4\frac{1}{3} t^2\phi_3 + 4\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \frac{1}{2} t^2 + 4\frac{\phi_2 + \phi_3}{2} \frac{1}{2} t^2 \right)$$

$$b = h:$$

$$t = \frac{1}{4} h:$$

$$M_w = \frac{1}{96} G h^4 \theta \frac{(5625n^2 - 24320n + 14351)}{(75n - 271)}$$

$$I_w = \frac{1}{96} h^4 \frac{(5625n^2 - 24320n + 14351)}{(75n - 271)}$$

De spanningen zijn gelijk aan:

$$\sigma_1 = 2400 \frac{(3n - 11) M_w}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

$$\sigma_2 = 192 \frac{(35n - 127) M_w}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

$$\sigma_3 = 96 \frac{(55n - 199) M_w}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

$$\sigma_4 = \sigma_2 - \sigma_3 = 480 \frac{(3n - 11) M_w}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

$$\sigma_5 = \sigma_1 - \sigma_2 = 96 \frac{(5n - 21) M_w}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

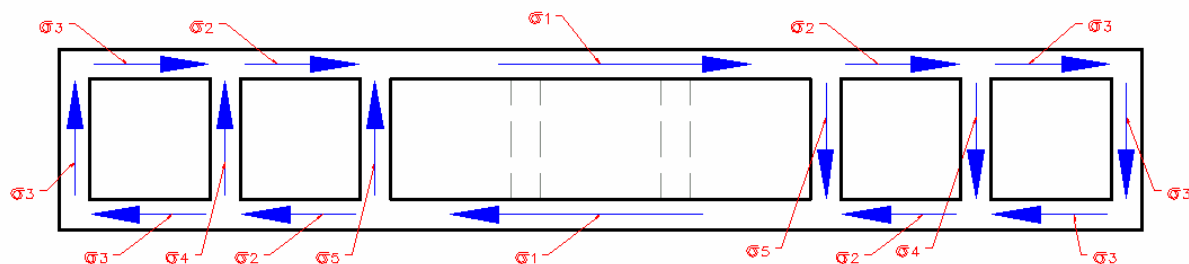


fig. 2.6 spanningen door dikwandige benadering met zes lijven

2.2.5 Conclusies

Hieronder ziet u een tabel met aantallen kanalen n , en de uitkomsten van de wringtraagheidsmomenten van de verschillende benaderingen. In de eerste kolom staat, welke kanaalplaten hiermee overeenkomen (Dycore of VBI(Vx of A)).

tabel 2.1 wringtraagheidsmomenten van verschillende benaderingen

Wringtraagheid	Dunwandig 2 lijven (* h^4)	Dikwandig 2 lijven (* h^4)	Dikwandig 4 lijven (* h^4)	Dikwandig 6 lijven (* h^4)
$n=4$ (H320, Vx400)	3.125	2.590	2.579	n.v.t.
$n=5$ (T260, Vx265)	4.069	3.357	3.362	3.343
$n=6$ (N200)	5.022	4.128	4.145	4.123
$n=7$ (A200, A260)	5.981	4.902	4.927	4.910
$n=8$ (W150)	6.944	5.678	5.708	5.692
$n=11$ (A150)	9.847	8.011	8.053	8.037

Uit deze tabel volgt, dat de wringstijfheden voor de verschillende analyses zeer dicht bij elkaar liggen met uitzondering van de dunwandige benadering. De verschillen van de verschillende dikwandige benaderingen is altijd minder dan 1%. Wat betreft het wringtraagheidsmoment kan derhalve worden volstaan met de dikwandige benadering met twee lijven.

De spanningen zullen op twee maatgevende punten worden bekeken. Dit zijn de spanningen ter plaatse van:

1. het midden van de bovenflens
2. de zijflens

tabel 2.2 Spanningen ter plaatse van het midden van de bovenflens

	Dunwandig 2 lijven (* M_w/h^3)	Dikwandig 2 lijven (* M_w/h^3)	Dikwandig 4 lijven (* M_w/h^3)	Dikwandig 6 lijven (* M_w/h^3)
$n=4$ (H320, Vx400)	0.320	0.318	0.355	n.v.t.
$n=5$ (T260, Vx265)	0.256	0.255	0.280	0.288
$n=6$ (N200)	0.213	0.213	0.230	0.237
$n=7$ (A200, A260)	0.183	0.183	0.195	0.200
$n=8$ (W150)	0.160	0.160	0.170	0.174
$n=11$ (A150)	0.116	0.116	0.122	0.124

tabel 2.3 Spanningen ter plaatse van de zijflens

	Dunwandig 2 lijven (* M_w/h^3)	Dikwandig 2 lijven (* M_w/h^3)	Dikwandig 4 lijven (* M_w/h^3)	Dikwandig 6 lijven (* M_w/h^3)
$n=4$ (H320, Vx400)	0.320	0.318	0.283	n.v.t.
$n=5$ (T260, Vx265)	0.256	0.255	0.219	0.219
$n=6$ (N200)	0.213	0.213	0.178	0.177
$n=7$ (A200, A260)	0.183	0.183	0.150	0.149
$n=8$ (W150)	0.160	0.160	0.130	0.129
$n=11$ (A150)	0.116	0.116	0.092	0.091

In de bovenstaande tabellen zien we dat de spanningen wel grote verschillen hebben bij de verschillende benaderingen. Wanneer we de spanning nemen van bijvoorbeeld het midden van de bovenflens van 6 lijven t.o.v. 2 lijven, bij $n=7$, dan is het verschil gelijk aan $(0.200-0.183)/0.200*100\%=8.5\%$. Dit is een te groot verschil voor toepassing bij een spanningscontrole. Voor het bepalen van de spanningen kan dus geen gebruik gemaakt worden van de dikwandige benadering met één kanaal. Duidelijk is dat de spanningen convergeren naar de exacte waarde. Wanneer we bijvoorbeeld weer kijken naar het midden van de bovenflens en we vergelijken 6 lijven t.o.v. 4 lijven bij $n=7$, dan is het verschil: $(0.200-0.195)/0.200*100\%=2.5\%$.

Voor de spanningen kan nu gebruik worden gemaakt van de dikwandige benadering met 5 kanalen. Uitzondering is, wanneer het profiel maar 4 kanalen heeft, dan zal de benadering met 3 kanalen de exacte waarde geven. Hiervoor hoeven alleen de spanningen van de zijflens en het midden van de bovenflens en onderflens worden bepaald.

Eindconclusies

1. Voor het bepalen van de wringtraagheidsmomenten wordt gebruik gemaakt van de dikwandige benadering met 2 lijven
2. Voor het bepalen van de spanningen van kanaalplaten met 5 kanalen of meer, zal gebruik worden gemaakt van de dikwandige benadering met 6 lijven.
3. Voor het bepalen van de spanningen van kanaalplaten met 4 kanalen, zal gebruik worden gemaakt van de dikwandige benadering met 4 lijven.

2.2.6 Algemene formules

Voor het opstellen van de algemene formules, zijn de aannames voor de plaatdikte en de afmetingen van de flenzen die bij het begin gesteld zijn niet meer worden meegenomen. Hierdoor ontstaan zeer uitgebreide formules waarbij die niet in de tekst kunnen worden verwerkt. Deze formules, die zijn berekend met Maple, staan in de bijlagen. (zie bijlage 4-6)

2.3 Buiging

2.3.1 Moment in de langsdoorsnede

Voor het bepalen van de I_x van de langsdoorsnede wordt aangenomen dat er twee flenzen zijn met daartussen een lege ruimte. Eerst wordt de plaats van het zwaartepunt bepaald:

$$S_y \Big|_{\text{bovenzijde onderflens}} = t_1 \Delta \left(h + \frac{1}{2} t_1 \right) - t_2 \Delta \frac{1}{2} t_2$$

$$A = t_1 \Delta + t_2 \Delta$$

$$h_o = \frac{S_y}{A} = \frac{1}{2} \frac{2t_1 h + t_1^2 - t_2^2}{t_1 + t_2}$$

$$h_b = h - h_o = \frac{1}{2} \frac{2t_2 h - t_1^2 + t_2^2}{t_1 + t_2}$$

Voor de berekening van het traagheidsmoment wordt gebruik gemaakt van de verschuivingsstelling van Steiner. Het traagheidsmoment is derhalve gelijk aan:

$$I_y = \frac{1}{12} \Delta t_1^3 + t_1 \Delta (h_b + \frac{1}{2} t_1)^2 + \frac{1}{12} \Delta t_2^3 + t_2 \Delta (h_o + \frac{1}{2} t_2)^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} \frac{\Delta (t_1^4 + 4t_2 t_1^3 + 6t_1 t_2^3 + 12t_1^2 t_2 h + 4t_1 t_2^3 + 12t_1 t_2^2 h + 12t_1 t_2 h^2 + t_2^4)}{t_1 + t_2}$$

Voor de spanningen t.p.v. de onderzijde en de bovenzijde geldt:

$$\sigma_b = \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_y (h_b + t_1)}{I_y}$$

$$\sigma_o = \frac{-M_y}{W_y} = \frac{-M_y (h_o + t_2)}{I_y}$$

In bijlage 7 wordt dit verder uitgewerkt.

2.3.2 Moment in de dwarsdoorsnede

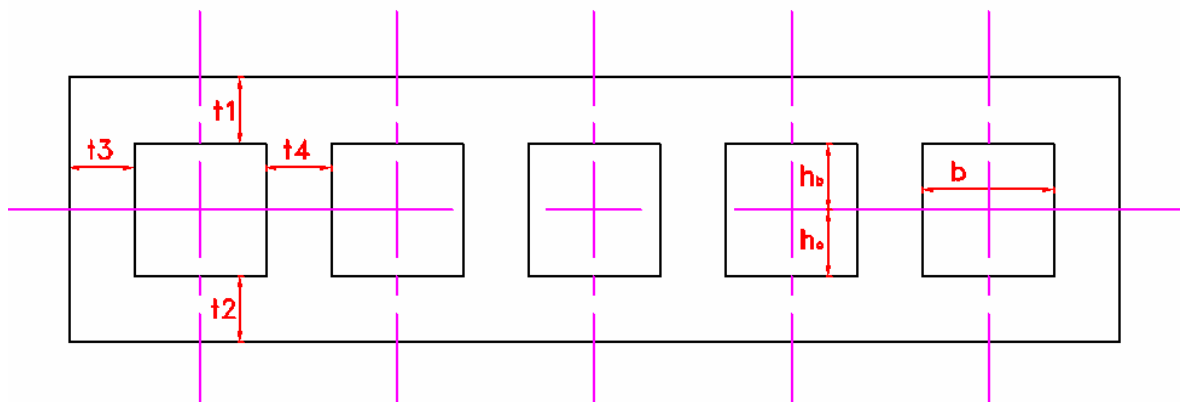


fig. 2.7 doorsnede van de kanaalplaat voor buiging in de dwarsdoorsnede

Eerst wordt het zwaartepunt bepaald:

$$B_t = 2t_3 + nb + (n-1)t_4$$

$$B_m = 2t_3 + (n-1)t_4$$

$$Opp. = (t_1 + t_2)B_t + hB_m$$

$$S_x \Big|_{\text{bovenkant onderflens}} = t_1 B_t \left(h + \frac{1}{2} t_1 \right) - t_2 B_t \frac{1}{2} t_2 + B_m h \frac{1}{2} h$$

$$h_o = \frac{S_y}{Opp.}$$

$$h_b = h - h_o$$

Voor de berekening van het traagheidsmoment wordt gebruik gemaakt van de verschuivingsstelling van Steiner. Het traagheidsmoment is derhalve gelijk aan:

$$I_{x,bovenflens} = \frac{1}{12} B_t t_1^3 + t_1 B_t (h_b + \frac{1}{2} t_1)^2$$

$$I_{x,onderflens} = \frac{1}{12} B_t t_2^3 + t_2 B_t (h_b + \frac{1}{2} t_2)^2$$

$$I_{x,lijven} = \frac{1}{12} B_m h^3 + B_m h (\frac{1}{2} h - h_o)^2$$

$$I_{x,totaal} = I_{x,bovenflens} + I_{x,onderflens} + I_{x,lijven}$$

In bijlage 8 is een uitgebreidere uitwerking gegeven.

Wanneer deze uitkomsten worden vergeleken met uitkomsten van VBI en Dycore, dan zijn er nog te grote afwijkingen, daarom zullen ook nog de afrondingen worden meegenomen.

Hiervoor wordt aangenomen dat twee ellipsen onder zich onder elkaar bevinden zoals hieronder aangegeven. (het zwaartepunt van de doorsnede hoeft niet hetzelfde te zijn als het zwaartepunt van het kanaalgat)

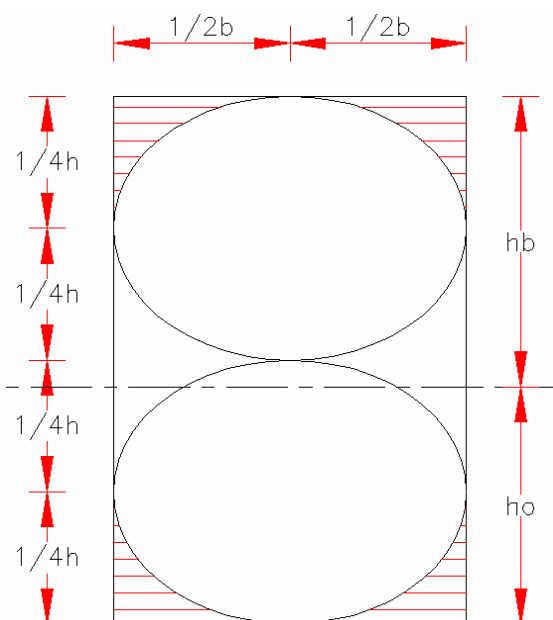


fig. 2.8 twee ellipsen in een kanaal van een kanaalplaat

Met behulp van de verschuivingsregel van Steiner, wordt het traagheidsmoment bepaald:

Voor de ellips geldt:

$$\frac{z^2}{(\frac{1}{4} h)^2} + \frac{y^2}{(\frac{1}{2} b)^2} = 1$$

$$y = \frac{1}{2} b \sqrt{1 - 16 \frac{z^2}{h^2}}$$

Nu wordt de volgende functie aangenomen:

$$k(z) = \frac{1}{2} b - y$$

$$k(z) = \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} b \sqrt{1 - 16 \frac{z^2}{h^2}}$$

Wanneer deze functie wordt geïntegreerd van 0 tot $\frac{1}{4} h$, dan wordt de oppervlakte verkregen.

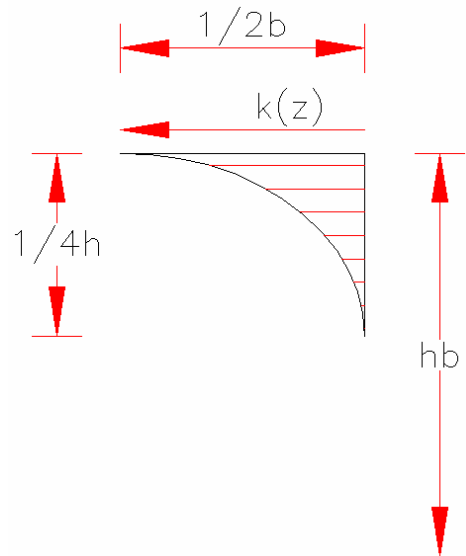


fig. 2.9 bepaling van het traagheidsmoment van een kwart van een ellips

Om het traagheidsmoment te verkrijgen, wordt nog vermenigvuldigd met de afstand tot het zwaartepunt. Deze is voor de bovenzijde gelijk aan:

$$h_b - \frac{1}{4}h + z$$

Voor het traagheidsmoment van het bovenste hoekje geldt:

$$I_{x_{\text{bovenhoekje}}} = \int_0^{\frac{1}{4}h} \left(h_b - \frac{1}{4}h + z \right)^2 k(z) dz$$

In elk profiel zitten aan de bovenzijde en aan de onderzijde twee hoekjes:

$$I_{x_b} = 2n \int_0^{\frac{1}{4}h} \left(h_b - \frac{1}{4}h + z \right)^2 \left(\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}b \sqrt{1 - 16 \frac{z^2}{h^2}} \right) dz$$

$$I_{x_o} = 2n \int_0^{\frac{1}{4}h} \left(h_o - \frac{1}{4}h + z \right)^2 \left(\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}b \sqrt{1 - 16 \frac{z^2}{h^2}} \right) dz$$

Deze traagheidsmomenten zijn in Maple uitgewerkt. De uitwerking hiervan kunt u vinden in bijlage 9.

Voor het totale traagheidsmoment geldt nu:

$$I_x = I_{\text{tot}} + I_{x_b} + I_{x_o}$$

In bijlage 10 is een voorbeeld uitgewerkt voor een totaal traagheidsmoment.

Voor de grootste spanningen ter plaatse van de bovenzijde en de onderzijde geldt:

$$\sigma_b = \frac{M_x}{W_x} = \frac{M_x (h_b + t_1)}{I_x}$$

$$\sigma_o = \frac{-M_x}{W_x} = \frac{-M_x (h_o + t_2)}{I_x}$$

Wanneer de traagheidsmomenten worden vermenigvuldigd met de plaatstijfheid $\frac{E}{1-\nu^2}$, verkrijgen we de buigstijfheid.

2.4 Afschuiving

2.4.1 Dwarskracht in de langsdoorsnede

Voor de bepaling van de afschuifstijfheid in de dwarsrichting van de plaat, kan de doorsnede worden opgevat als een vierendeelligger. Hierbij wordt aangenomen dat de invloed van de linker en rechterzijde van de plaat verwaarloosbaar is.

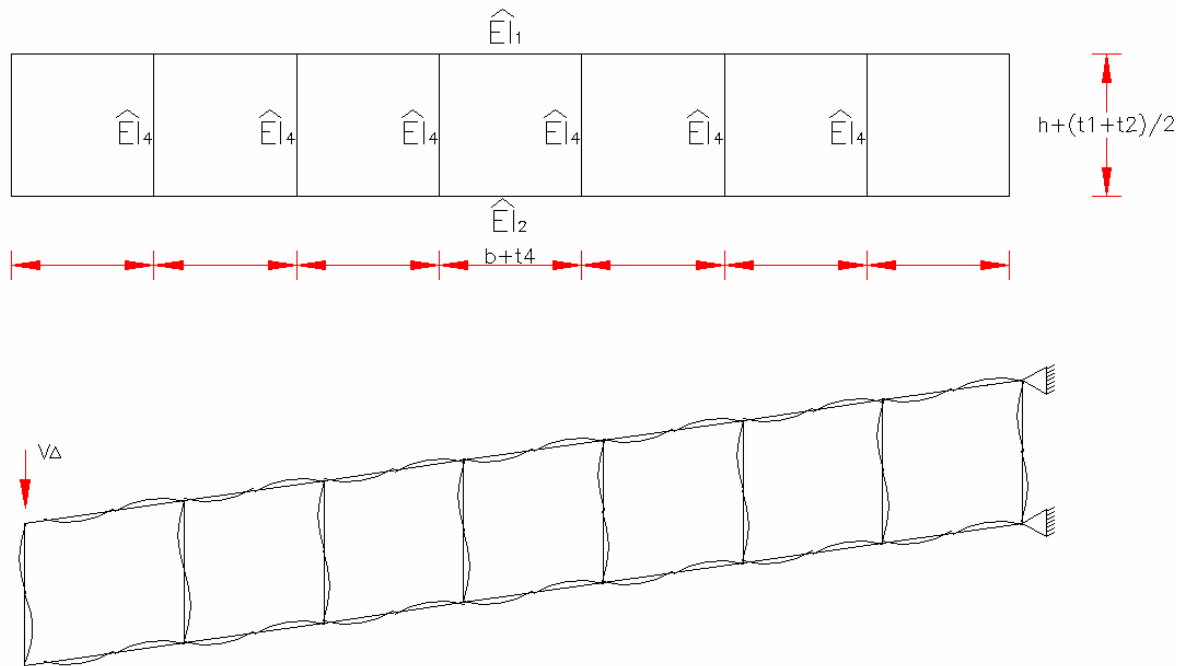


fig. 2.10 vereenvoudiging van de doorsnede tot een Vierendeelligger

De buigstijfheden van de staven zijn

$$EI_1 = \frac{1}{12} \frac{E}{1-\nu^2} t_1^3$$

$$EI_2 = \frac{1}{12} \frac{E}{1-\nu^2} t_2^3$$

$$EI_4 = \frac{1}{12} \frac{E}{1-\nu^2} t_4^3$$

De afleiding geldt voor een plaatlengte van één eenheid.

We beschouwen een elementair deel van de Vierendeelligger. (fig. 2.11)

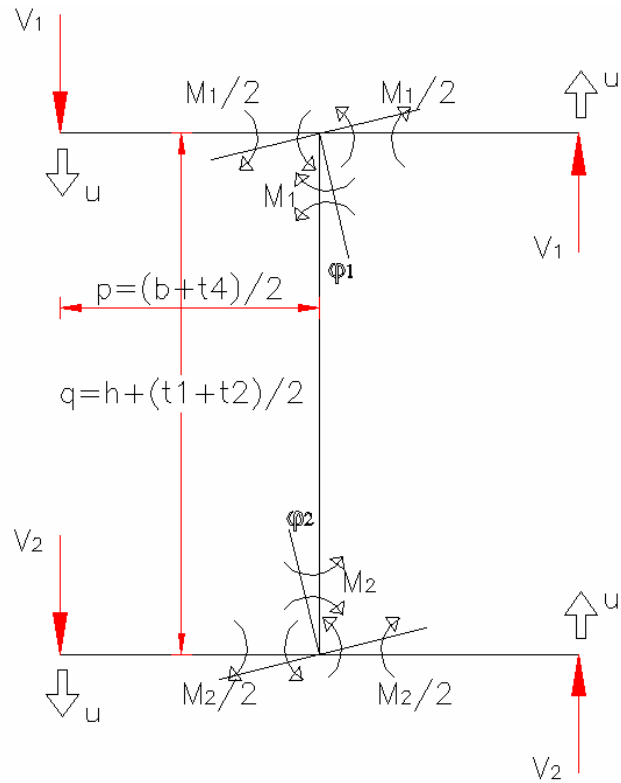


fig. 2.11 één deel uit de vierendeelligger

Hiervoor gelden de volgende 6 vergelijkingen waaruit de onbekenden ϕ_1 , ϕ_2 , V_1 , V_2 , M_1 , M_2 kunnen worden opgelost

$$u = \phi_1 p + \frac{V_1 p^3}{3EI_1}$$

$$\frac{M_1}{2} = V_1 p$$

$$u = \phi_2 p + \frac{V_2 p^3}{3EI_2}$$

$$\frac{M_2}{2} = V_2 p$$

$$\phi_1 = \frac{M_1 q}{3EI_4} - \frac{M_2 q}{6EI_4}$$

$$\phi_2 = \frac{M_2 q}{3EI_4} - \frac{M_1 q}{6EI_4}$$

De afschuifhoek is

$$\gamma = \frac{u}{p}$$

De totale dwarskracht V (kN/m) is

$$V = V_1 + V_2$$

Hiermee wordt de schuifstijfheid

$$GA = \frac{V}{\gamma}$$

$$GA = \frac{1}{4} \frac{\frac{E}{1-\nu^2} t_4^3 (t_4^3 p t_1^3 + 6 q t_2^3 t_1^3 + t_4^3 p t_2^3)}{p (p^2 t_4^6 + 2 t_4^3 p t_2^3 q + 2 t_4^3 p t_1^3 q + 3 t_2^3 q^2 t_1^3)}$$

(Zie bijlage 11)

Voor het bepalen van de grootste schuifspanningen is een parabolische verdeling aangenomen in de kleinste dikte van de flenzen (zie onderstaande figuur).

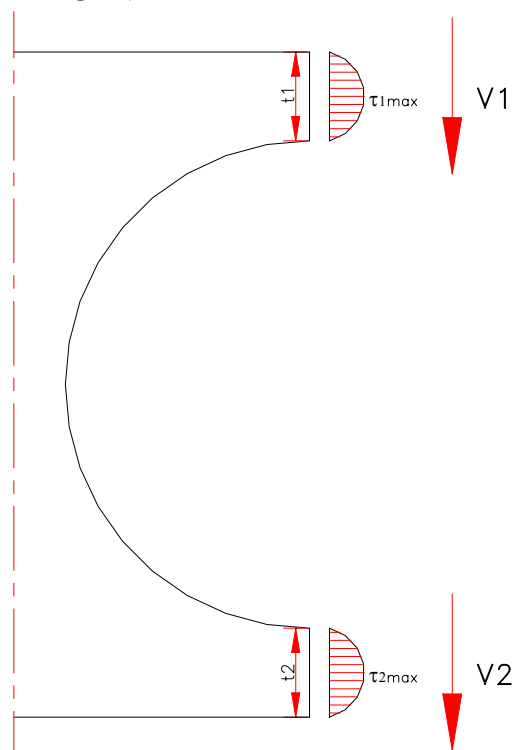


fig. 2.12 grootste schuifspanning

$$\frac{2}{3} t_1 \tau_{1\max} = V_1$$

$$\frac{2}{3} t_2 \tau_{2\max} = V_2$$

$$\tau_{1\max} = \frac{3}{2} \frac{V_1}{t_1} = \frac{3}{2} \frac{V \Delta t_1^2 (t_4^3 p + 3 q t_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6 t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

$$\tau_{2\max} = \frac{3}{2} \frac{V_2}{t_2} = \frac{3}{2} \frac{V \Delta t_2^2 (t_4^3 p + 3 q t_1^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6 t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

(Zie bijlage 12)

Het is niet op voorhand duidelijk welk van deze spanningen de grootste zal zijn.

2.4.2 Dwarskracht in de dwarsdoorsnede

De grootste schuifspanning ten gevolge van de afschuifkracht bevindt zich ongeveer in het midden van de lijven. De spanningen in de flenzen door de afschuifkracht zullen worden verwaarloosd. Tevens zullen de afrondingen hierbij niet worden meegenomen.

De grootste totale schuifspanning is:

$$\tau = \frac{VS_y^{(a)}}{B_m I_y}$$

$$B_t = 2t_3 + nb + (n-1)t_4$$

$$B_m = 2t_3 + (n-1)t_4$$

$$S_y^{(a)} \Big|_{\text{zwaartepunt}} = t_1 B_t (h_b + \frac{1}{2}t_1) + B_m h_b \frac{1}{2}h_b$$

(zie bijlage 13)

Voor de stijfheid geldt:

$$GA_d = GA \frac{A_{ijf}}{A} [2]$$

Dit is gelijk aan:

$$GA_d = GA_{ijf}$$

$$GA_d = G(2t_3 + (n-1)t_4)h$$

2.5 Bepaling van de spanning op basis van eindige elementen resultaten

Wanneer met eindige-elementenmethodes wordt gewerkt, geeft dit uitkomsten die niet gelden voor de hele doorsnede van een kanaalplaat, maar voor gedeelten hiervan. Bijvoorbeeld de momenten en dwarskrachten worden door de software berekend per eenheid van lengte. Hierdoor kunnen de formules in de voorgaande paragrafen voor berekening van de grootste spanningen niet worden gebruikt. In deze paragraaf worden achtereenvolgens de grootste spanningen ten gevolge van het verdeelde wringmoment en van de verdeelde dwarskracht berekend.

2.5.1 Wringing

Het eindige-elementenprogramma berekent het wringend moment m_{xy} per eenheid van breedte. Eigenlijk zou dit wringend moment de vorm van de ϕ -heuvel moeten volgen. Echter, de software smeert de kanalen uit over de plaatbreedte, waardoor ook m_{xy} wordt uitgesmeerd. Het wringend moment m_{xy} voor platen is anders gedefinieerd dan voor liggers

$$m_w = \int_h \tau_z z dz$$

Dus alleen de horizontale component van de schuifspanning wordt in rekening gebracht.

$$m_w = [h + \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2]n$$

Hierin is n de schuifkracht in zowel de onder- als de bovenflens.

De schuifspanning τ_1 in de bovenflens is gelijk aan de helling van de ϕ -heuvel.

$$\tau_1 = \frac{n}{t_1}$$

Hieruit volgt:

$$\tau_1 = \frac{2m_{xy}}{t_1(2h+t_1+t_2)}$$

Voor de onderflens kan op dezelfde wijze worden afgeleid:

$$\tau_2 = \frac{2m_{xy}}{t_2(2h+t_1+t_2)}$$

Voor de berekening van de schuifspanning in het lijf beschouwen we de berekende momenten m_{xy1} en m_{xy2} ter plaatse van de middens van de naast gelegen kanalen.

$$m_{xy1} = [h + \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2]n_1$$

$$m_{xy2} = [h + \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2]n_2$$

De schuifspanning is weer de helling van de ϕ -heuveel.

$$\tau = \frac{n_1 - n_2}{t} = \frac{2(m_{xy1} - m_{xy2})}{t(2h+t_1+t_2)}$$

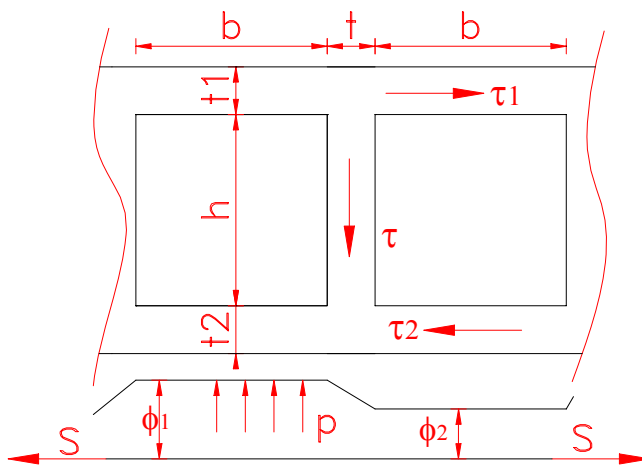


fig. 2.13 wringspanningen in een doorsnede

Merk op dat de laatst genoemde schuifspanning reeds een deel is van de berekende dwarskracht in de vloer. (zie par. 2.5.2). Immers, de evenwichtsvergelijking voor de momenten om de y -as luidt $m_{xy,y} + m_{xx,x} = q_x$. De verandering van m_{xy} wordt door de software reeds toebedeeld aan q_x . Deze hoeven we dus niet handmatig op te tellen. Uitzondering hierop zijn de randen van de vloer omdat de resultaten van de plaattheorie hier anders geïnterpreteerd moeten worden.

2.5.2 Afschuiving

Het eindige-elementenprogramma berekend de dwarskracht q_x per eenheid van breedte. Aangenomen wordt dat deze dwarskracht voornamelijk door de lijven van de kanaalplaat wordt gedragen. De dwarskracht in een lijf noemen we V_x . De verdeelde dwarskracht q_x wordt als het ware naar het dichtstbijzijnde lijf geveegd.

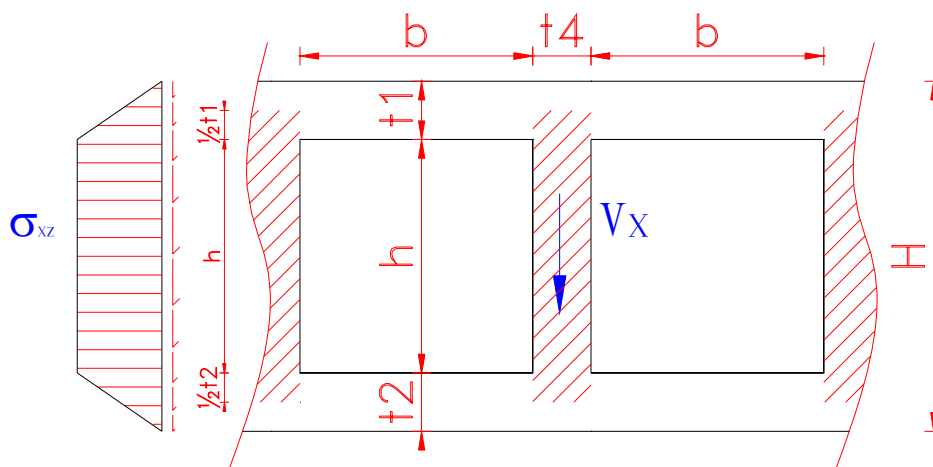


fig. 2.14 afschuifspanningen in een middenlijf van een doorsnede

Hiervoor geldt:

$$t_4 \left(h + \frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} t_2 \right) \sigma_{xz} = V_x$$

$$V_x = q_x (b + t_4)$$

Uitwerking van de twee vorige vergelijkingen geeft:

$$\sigma_{xz} = \frac{2(b + t_4) q_x}{t_4 (2h + t_1 + t_2)}$$

2.5.3 Afschuiving langs de randen

Langs een plaatrand is de breedte waarover de verdeelde dwarskracht kan worden gespreid kleiner. Bovendien volgt uit de plaattheorie dat daar de geconcentreerde dwarskracht optreedt ter grootte van m_{xy} .

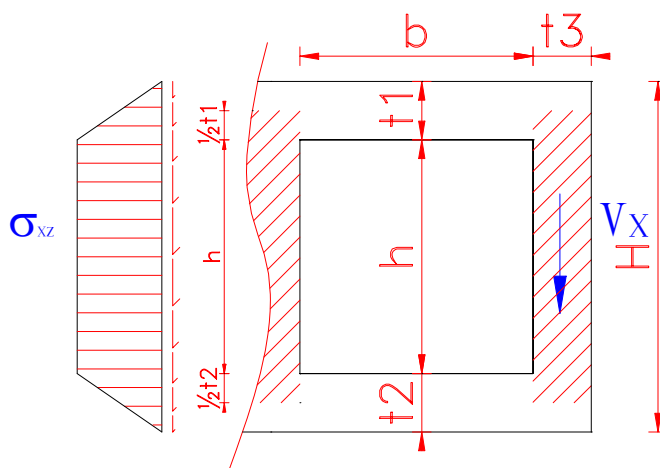


fig. 2.15 afschuifspanningen in een zijlijf van een doorsnede

Voor de afschuiving geldt:

$$t_3 \left(h + \frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} t_2 \right) \sigma_{xz} = V_x$$

$$V_x = q_x \left(\frac{1}{2} b + t_3 \right)$$

Uitwerking van de twee vorige vergelijkingen geeft:

$$\sigma_{xz} = \frac{(b + 2t_3)q_x}{t_3(2h + t_1 + t_2)}$$

Voor de totale spanning lang de rand geldt nu:

$$\sigma_{xz} = \frac{(b + 2t_3)q_x - 2m_{xy}}{t_3(2h + t_1 + t_2)}$$

3 Belastingen

3.1 Belastinggevallen

De belasting op een kanaalplaat kan worden gesplitst in drie elementaire belastinggevallen. Een punlast F , op een rand, een verdeelde belasting q over het oppervlak en een lijnlast f langs een deel van een rand. In de hiernavolgende paragrafen worden het moment, de dwarskracht, het wringmoment, de rotatie en de zakking berekend aan de hand van de elementaire differentiaalvergelijkingen van een ligger. In de laatste paragraaf worden de belastinggevallen gecombineerd om vervorming en snedekrachten te bepalen.

3.1.1 Belastinggeval 1

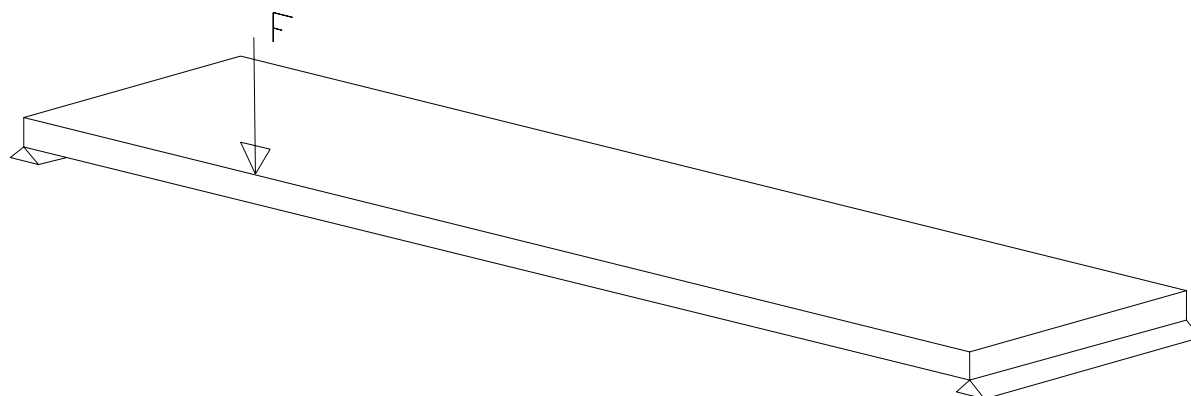


fig. 3.1 belastinggeval 1: punlast op een willekeurige plaats langs de rand

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = 0$$

$$EI \frac{d^3 w}{dx^3} = C_1 \quad (= -V)$$

$$EI \frac{d^2 w}{dx^2} = C_1 x + C_2 \quad (= -M)$$

$$EI \frac{dw}{dx} = \frac{1}{2} C_1 x^2 + C_2 x + C_3 \quad \left(\frac{dw}{dx} = -\varphi \right)$$

$$EI w = \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4$$

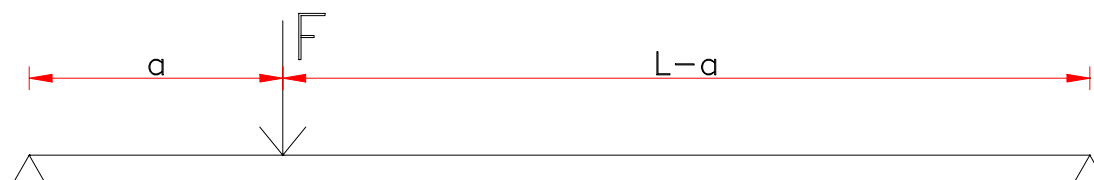


fig. 3.2 schema van belastinggeval 1

Randvoorwaarden

$0 < x < a$

$$x=0, \quad M=0$$

$$x=0, \quad w=0$$

$$x=a, \quad M=Fa(L-a)/L$$

Dit geeft

Overgangsvoorwaarden $a < x < L$

$$\varphi_l = \varphi_r$$

$$w_l = w_r$$

$$x=L, \quad M=0$$

$$x=L, \quad w=0$$

$$x=a, \quad M=Fa(L-a)/L$$

$0 < x < a$:

$$w = \frac{1}{6} \frac{F(a-L)x(x^2 + a^2 - 2aL)}{EIL}$$

$$\varphi = -\frac{1}{6} \frac{F(a-L)(3x^2 + a^2 - 2aL)}{EIL}$$

$$M = \frac{F(L-a)x}{L}$$

$$V = \frac{F(L-a)}{L}$$

$a < x < L$

$$w = \frac{1}{6} \frac{(x^3 - 3x^2L + xa^2 + 2xL^2 - La^2)Fa}{EIL}$$

$$\varphi = -\frac{1}{6} \frac{(3x^2 - 6xL + a^2 + 2L^2)Fa}{EIL}$$

$$M = \frac{(-x+L)Fa}{L}$$

$$V = -\frac{Fa}{L}$$

Voor het wringend moment geldt:

$$GI_t \frac{d^2\psi}{dx^2} = 0$$

$$GI_t \frac{d\psi}{dx} = C_1 \quad (=M_w)$$

$$GI_t \psi = C_1 x + C_2$$

Randvoorwaarden

$0 < x < a$

$$x=0, \quad \psi=0$$

Overgangsvoorwaarden $a < x < L$

$$\psi_l = \psi_r$$

$$M_{tl} = M_{tr}$$

$$x=L, \quad \psi=0$$

Dit geeft:

$0 < x < a$

$$M_w = \frac{L-a}{L} M_{w(t.p.v.a)}$$

$$M_w = \frac{L-a}{L} \frac{1}{2} FB$$

$a < x < L$

$$M_w = -\frac{\frac{1}{2} FBa}{L}$$

3.1.2 Belastinggeval 2

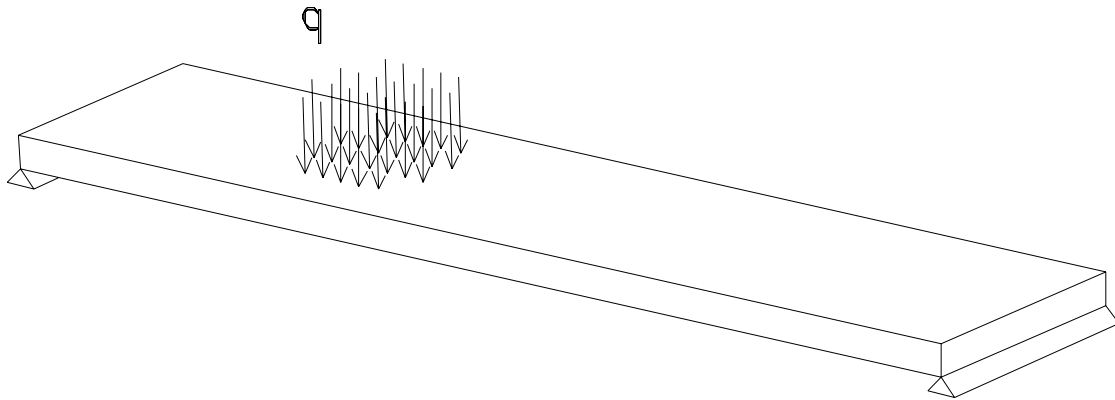


fig. 3.3 belastinggeval 2: verdeelde belasting

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = qB$$

$$EI \frac{d^3 w}{dx^3} = qBx + C_1 \quad (= -V)$$

$$EI \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{2} qBx^2 + C_1 x + C_2 \quad (= -M)$$

$$EI \frac{dw}{dx} = \frac{1}{6} qBx^3 + \frac{1}{2} C_1 x^2 + C_2 x + C_3 \quad \left(\frac{dw}{dx} = -\varphi \right)$$

$$EIw = \frac{1}{24} qBx^4 + \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4$$

Randvoorwaarden

$$x=0, \quad M=0$$

$$x=0, \quad w=0$$

$$x=l, \quad w=0$$

Dit geeft:

$$w = \frac{qx}{24EI} (L^3 - 2Lx^2 + x^3)$$

$$\varphi = -\frac{q}{24EI} (L^3 - 6Lx^2 + 4x^3)$$

$$M = \frac{1}{2} qx(L - x)$$

$$V = \frac{1}{2} q(L - 2x)$$

Het wringend moment heeft in dit geval geen waarde, omdat de belasting symmetrisch ten opzichte van de middenas is.

3.1.3 Belastinggeval 3

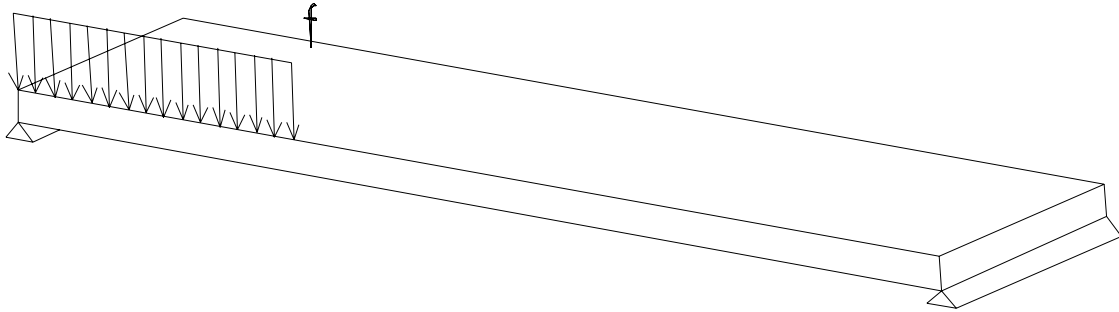


fig. 3.4 belastinggeval 4: rand belasting

De differentiaalvergelijkingen zijn voor $0 < x < a$ gelijk aan situatie 2 en voor $a < x < L$ aan situatie 1.

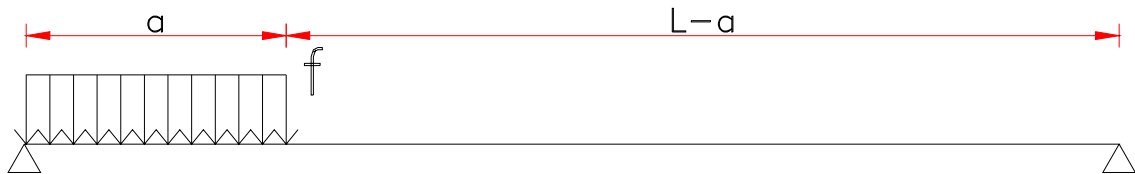


fig. 3.5 doorsnede belastinggeval 1

Ranvoorwaarden

$0 < x < a$

$$x=0, \quad M=0$$

$$x=0, \quad w=0$$

Overgangsvoorwaarden $a < x < L$

$$\varphi_l = \varphi_r$$

$$w_l = w_r$$

$$M_l = M_r$$

$$V_l = V_r$$

$$x=L, \quad M=0$$

$$x=L, \quad w=0$$

Dit geeft

$0 < x < a$:

$$w = \frac{1}{24} \frac{fx(x^3L - 4ax^2L + 2a^2x^2 - 4a^3L + a^4 + 4a^2L^2)}{EIL}$$

$$\varphi = -\frac{1}{24} \frac{f(4x^3L - 12ax^2L + 6a^2x^2 - 4a^3L + a^4 + 4a^2L^2)}{EIL}$$

$$M = \frac{1}{2} \frac{fx(-xL + 2La - a^2)}{L}$$

$$V = \frac{1}{2} \frac{f(-2xL + 2La - a^2)}{L}$$

$$a < x < L$$

$$w = \frac{1}{24} \frac{fa^2(2x^3 - 6x^2L + xa^2 + 4xL^2 - La^2)}{EIL}$$

$$\varphi = -\frac{1}{24} \frac{fa^2(6x^2 - 12xL + a^2 + 4L^2)}{EIL}$$

$$M = \frac{1}{2} \frac{fa^2(-x + L)}{L}$$

$$V = -\frac{1}{2} \frac{fa^2}{L}$$

Voor het wringend moment geldt voor het linker gedeelte de volgende differentiaalvergelijking. Voor het rechter gedeelte geldt de differentiaalvergelijking die ook gebruikt is voor de puntlast:

$$GI_t \frac{d^2\psi}{dx^2} = -m$$

$$GI_t \frac{d\psi}{dx} = -mx + C_1 (=M_t)$$

$$GI_t \psi = -\frac{1}{2} mx^2 + C_1 x + C_2$$

$$(m = \frac{1}{2} fB)$$

randvoorwaarden

$$0 < x < a$$

$$x=0, \psi=0$$

Overgangsvoorwaarden $a < x < L$

$$\psi_l = \psi_r$$

$$M_{wl} = M_{wr}$$

$$x=L, \psi=0$$

Dit geeft:

$$0 < x < a$$

$$M_w = -\frac{1}{4} \frac{fB(2xL + a^2 - 2La)}{L}$$

$$a < x < L$$

$$M_w = -\frac{1}{4} \frac{fBa^2}{L}$$

Wanneer de belasting over de hele lengte van de plaat optreedt geldt:

$$M_w = \frac{1}{2} fB(\frac{1}{2} L - x)$$

3.2 Totale belasting op een plaat

Met behulp van de in de vorige paragrafen beschouwde belastinggevallen, wordt hier de totale belasting samengesteld die op een kanaalplaat kan komen. Hiervoor worden twee situaties beschouwd:

1. opening ter plaatse van het midden van de plaat
2. opening ter plaatse van het eind van de plaat

3.2.1 Opening ter plaatse van het midden van de plaat

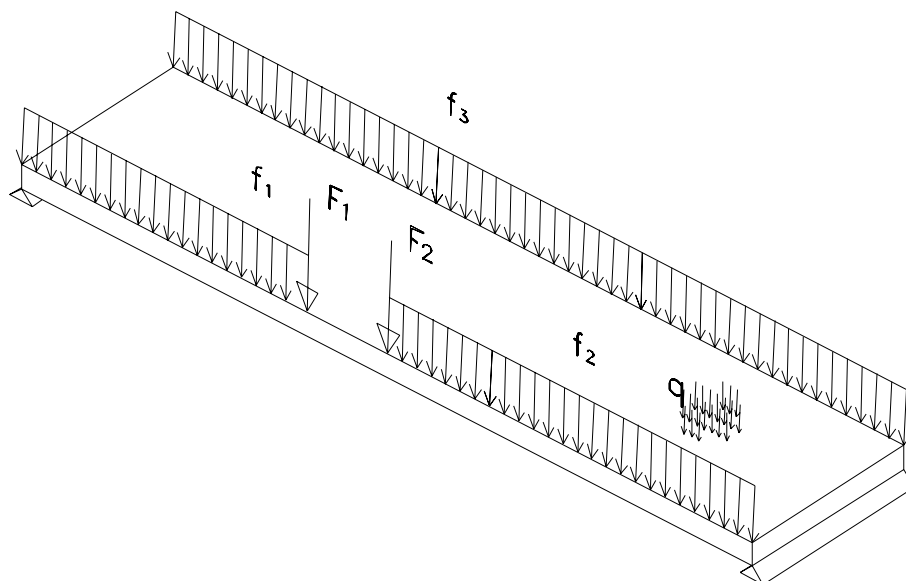


fig. 3.6 opening ter plaatse van het midden van de plaat

Nu worden alle belastinggevallen opgeteld die kunnen optreden, en zo kan een momentenlijn, dwarskrachtenlijn, wringmomentenlijn, rotatielijn en zakkingslijn worden opgesteld van deze opgetelde belastinggevallen. Dit kan niet meer analytisch en wordt daarom numeriek opgelost met behulp van Maple. (zie bijlage 14)

- De krachten f_1, f_2 en f_3 staan in alle waarschijnlijkheid naar boven gericht, omdat dit de meewerking is van de andere platen.
- De grootte van de opening wordt aangeduid met b .

3.2.2 Opening ter plaatse van het eind van de plaat

Zie voor een uitwerking in maple hiervan bijlage 15.

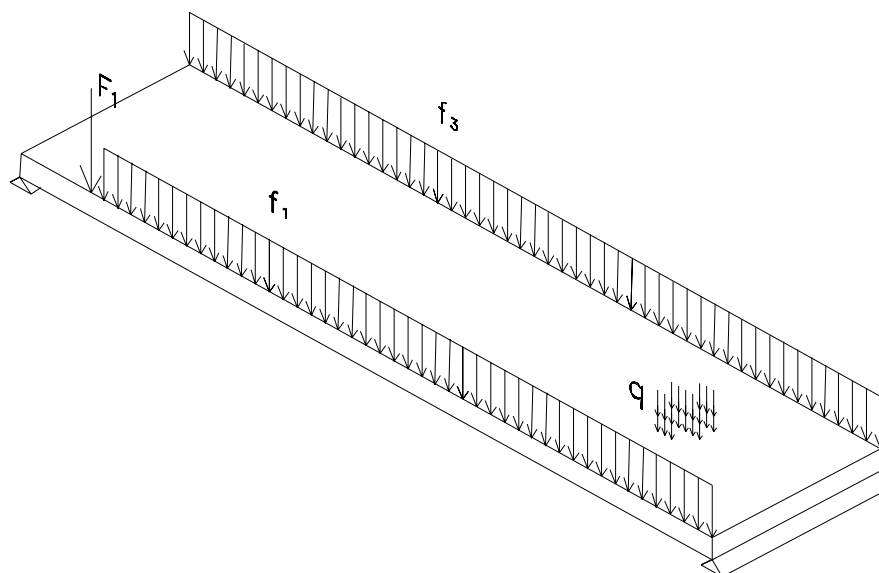


fig. 3.7 opening ter plaatse van het eind van de plaat

Tenslotte moet nog worden opgemerkt, dat de plaat ook is voorgespannen. Over de volle plaatlengte bevindt zich een constant voorspanmoment. Dit belastinggeval is ook meegenomen in de bijlagen 14 en 15.

4 Spanningen in kritieke punten

4.1 Inleiding

Zoals blijkt uit de literatuurstudie [5], zijn er twee plaatsen waar vooral gevaar is voor scheurvorming en breuk van een kanaalplaat. Dit is nabij opleggingen van de kanaalplaat en ter plaatse van de opleggingen van de raveelijzers op de kanaalplaat. Deze plaatsen worden hieronder nader onderzocht. Een aantal punten wordt geselecteerd waarin de spanningen worden bepaald. Tenslotte worden de hoofdspanningen berekend die vanzelfsprekend kleiner moeten zijn dan de treksterkte van het beton.

4.2 Ter plaatse van de raveeloplegging

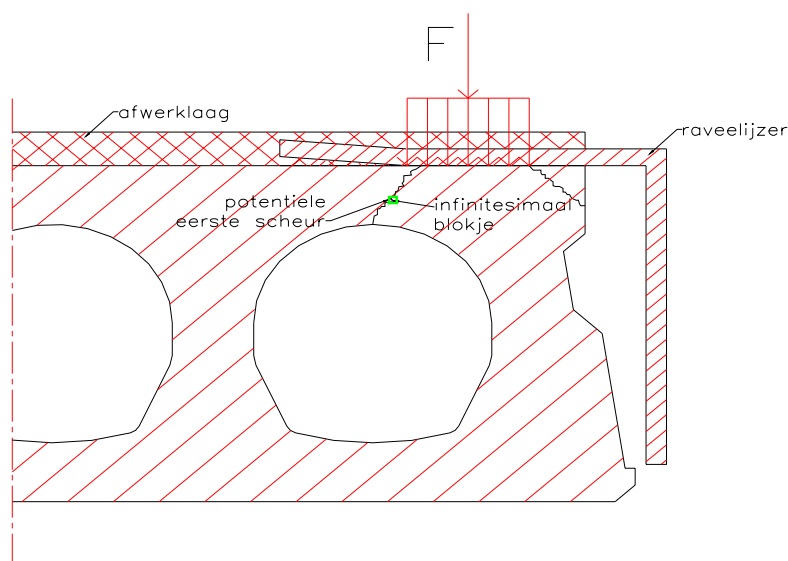


fig. 4.1 Dwarsdoorsnede van de kanaalplaat ter plaatse van de raveeloplegging

In bovenstaande figuur is een doorsnede getekend ter plaatse van de oplegging van het raveelijzer. De puntlast F grijpt niet aan over de hele oplegvlak omdat het hoekje waarschijnlijk direct zal afbreken. Het raveelijzer zal enigszins opbuigen waardoor het uiteinde van de oplegplaat ook niet volledig meewerkt. De scheur zal waarschijnlijk beginnen boven het buitenste kanaal. Daar wordt dan ook een infinitesimaal blokje gekozen. Dit blokje wordt genomen ter plaatse van de raveeloplegging die de grootste puntlast veroorzaakt op de kanaalplaat. Hier is ook het moment M_x het grootst zodat de scheur daar zal beginnen. De grootste spanningen in de doorsnede ten gevolge van wringing, buiging in de lengterichting, afschuiving in de lengterichting zijn bepaald in hoofdstuk 2. Hieronder worden deze spanningen bepaald voor het geselecteerde blokje. De aanwezige spanningen op het blokje zijn getekend in figuur 4.2.

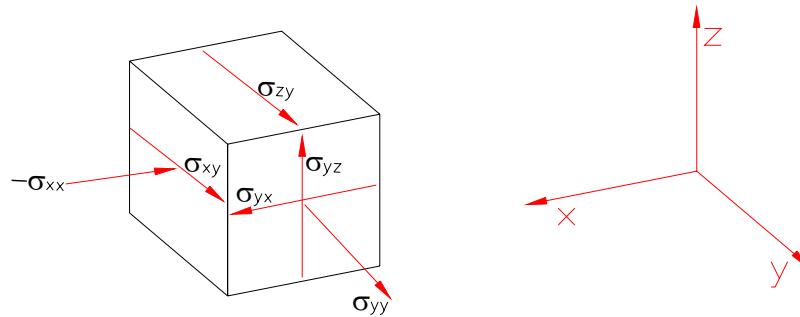


fig. 4.2 spanningen op het blokje ter plaatse van de raveeloplegging

Wringing

In hoofdstuk 2 zijn de wringspanningen bepaald in de zijflens en in het midden van de bovenflens. De schuifspanning σ_{xy} op het blokje wordt hier eenvoudig uit afgeleid.

$$\sigma_{xy} = -\sigma_3 \frac{t_1}{t_3}$$

Buiging in de lengterichting

De buigspanning ter plaatse van het blokje bedraagt

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_x}{W_x} = -\frac{M_x (h_b + \frac{1}{2} t_1)}{I_x}$$

Hierin zijn I_x bepaald in hoofdstuk 2 en M_x in hoofdstuk 3 en h_b is de afstand van de neutrale lijn tot de bovenzijde van de koker.

Het blokje wordt genomen in het midden van de bovenflens. Hier is de buigspanning minder, maar de afschuifspanning in dwarsrichting is hier maximaal.

Afschuiving in de lengterichting

De dwarskracht in lengterichting wordt voornamelijk gedragen door de lijven. Het blokje bevindt zich in de bovenflens waar de schuifspanning kan worden verwaarloosd.

Extensie

Ook de voorspankracht draagt bij aan de spanning in het kubusje.

$$\sigma_{xx} = \frac{N_x}{A}$$

Hierbij is A de doorsnede van de kanaalplaat. Deze spanning wordt opgeteld bij de spanning die reeds aanwezig is door buiging in de lengterichting.

Buiging in de dwarsrichting

De spanningen die ontstaan tengevolge van het moment in de dwarsrichting worden bepaald uit het evenwicht.

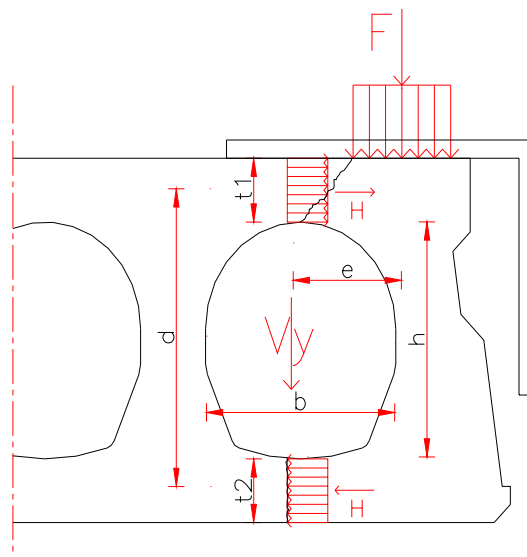


fig. 4.3 afmetingen en evenwicht nabij een raveeloplegging

Volgens figuur 4.3 geldt voor het momentenevenwicht

$$Fe = dH.$$

Hierin is $d = h + \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$. De waarde van e wordt geschat $e = \frac{1}{2}b$. We nemen aan dat de spanning gelijkmatig verdeeld is over de flenzen.

$$\sigma_{yy} = \frac{H}{l_{meew} t_1}$$

Voor de schatting van de meewerkende breedte l_{meew} wordt aangenomen dat de spanning zich van bovenaf gezien naar de zijden verspreidt onder een hoek van 45° (figuur 4.4). Hieruit volgt $l_{meew} = t + 2e$ waarin t de breedte is van de oplegplaat.

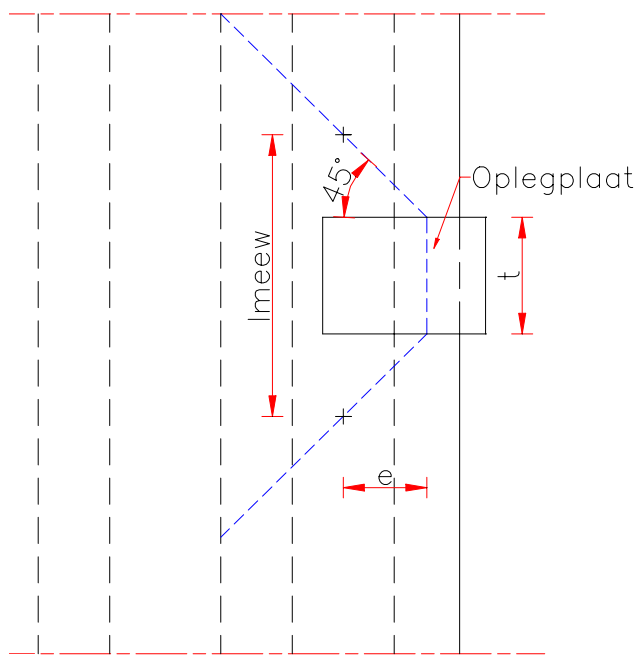


fig. 4.4 Bovenanzicht van de kanaalplaat ter plaatse van de raveeloplegging

Substitutie van de voorgaande vergelijkingen geeft

$$\sigma_{yy} = \frac{F b}{2(t+b)t_1(h + \frac{1}{2}(t_1 + t_2))}$$

Dwarskracht in de dwarsrichting

De grootste schuifspanningen die ontstaan als gevolg van de dwarskracht in de dwarsrichting zijn bepaald in hoofdstuk 2. De spanning in het midden van de bovenflens is

$$\tau_{1\max} = \frac{3}{2} \frac{V t_1^2 (t_4^3 p + 3q t_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

Hierin is V de dwarskracht met de eenheid kracht per lengte. Deze dwarskracht ter plaatse van de raveeloplegging is

$$V = \frac{-F}{l_{meew}}$$

Substitutie van de vorige relaties geeft

$$\sigma_{yz} = -\frac{3}{2} \frac{F_{\max} t_1^2}{l_{meew}} \frac{t_4^3 p + 3q t_2^3}{t_2^3 t_4^3 p + 6t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

4.3 Ter plaatse van de oplegging

Ter plaatse van de oplegging van de kanaalplaat zijn drie kritische punten geselecteerd voor controle van de scheurvorming. Deze punten zijn weergegeven in figuur 4.5.

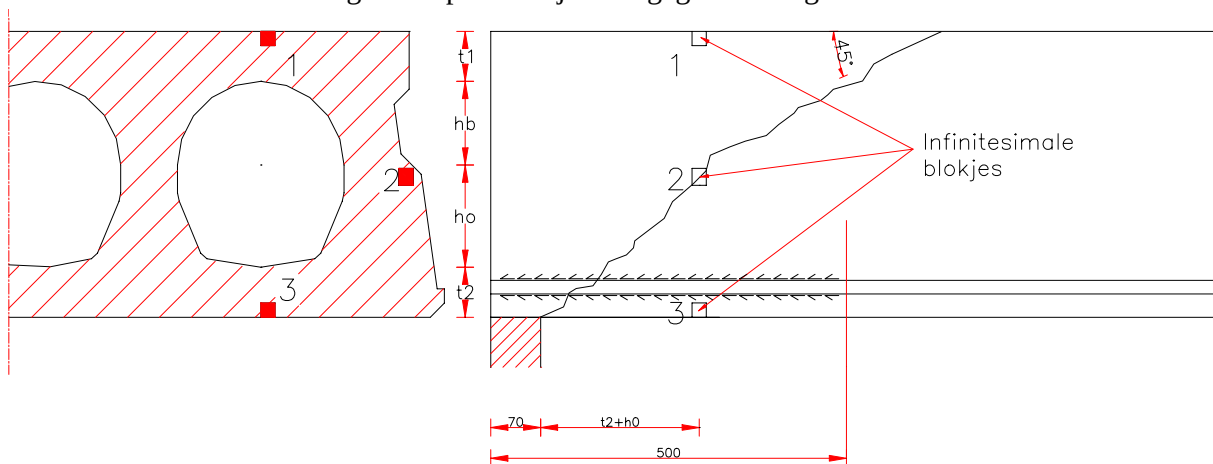


fig. 4.5 Dwarsdoorsnede van de kanaalplaat ter plaatse van de oplegging

Figuur 4.5 laat onder andere een doorsnede zien van de kanaalplaat ter plaatse van de oplegging. Gewoonlijk gaan de wringspanningen via punt 1 naar punt 2, naar punt 3 en zo verder. Maar ter plaatse van de oplegging, worden de wringspanningen direct via de lijven naar de oplegging afgedragen. (zie fig. 4.6)

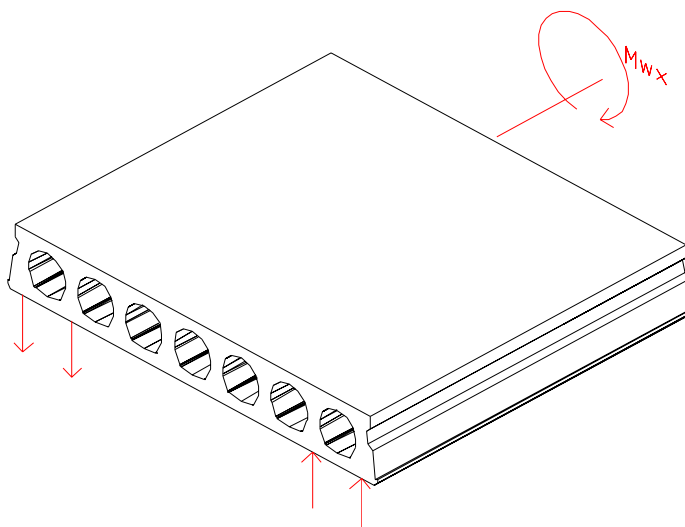


fig. 4.6 afdracht van de krachten via de lijven ter plaatste van de oplegging

4.3.1 Punt 1

Figuur 4.7 laat het bovenaanzicht zien van de verwachte spanningen en scheuren in punt 1. De spanning wordt voornamelijk bepaald door de voorspanning. De spanning ten gevolge van het moment wordt als volgt berekend

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_x}{W_x} = -\frac{M_x(h_b + t_1)}{I_x}$$

Hierbij geldt voor M_x

$$M_x = -F_p \frac{70 + t_2 + h_0}{500} h_0$$

De spanning ten gevolge van de normaalkracht is

$$\sigma_{xx} = \frac{N_x}{A_x}$$

Hierbij geldt voor N_x

$$N_x = -F_p \frac{70 + t_2 + h_0}{500}$$

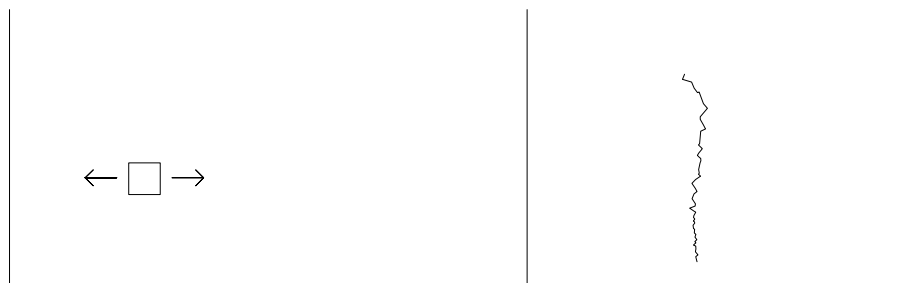


fig. 4.7 bovenaanzicht van de verwachte spanningen en scheurvorming in punt 1

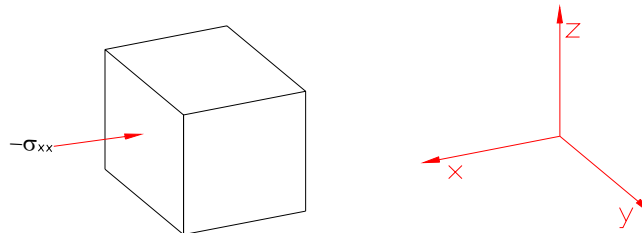


fig. 4.8 spanningen in punt 1

4.3.2 Punt 2

Figuur 4.11 laat een kubusje zien met de spanningen in punt 2. De wringspanningen τ concentreren zich ter plaatse van de oplegging de buitenste lijven (fig. 4.9).

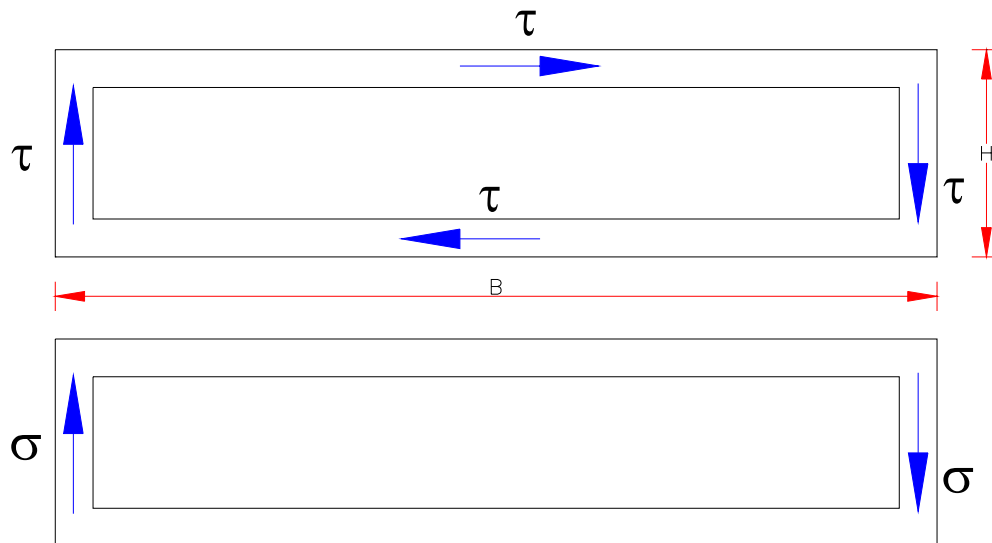


fig. 4.9 bepaling van de schuifspanning in de buitenste lijven ter plaatste van de oplegging

Hieruit volgt:

$$M = BHt\tau + HBt\tau = 2HBt\tau$$

$$M = HBt\sigma$$

$$\sigma = 2\tau$$

Dit kunnen we generaliseren tot

$$\sigma_{xz} = -2\sigma_3$$

De maximale spanning in het midden ten gevolge van de dwarskracht wordt berekend in hoofdstuk 2

$$\sigma_{xz} = \frac{VS_y^{(a)}}{B_m I_y}$$

Hierin zijn

$$B_t = 2t_3 + nb + (n-1)t_4$$

$$B_m = 2t_3 + (n-1)t_4$$

$$S_y^{(a)} \Big|_{\text{zwaartepunt}} = t_1 B_t (h_b + \frac{1}{2} t_1) + B_m h_b \frac{1}{2} h_b$$

Tevens zijn er schuifspanningen in het lijf. Deze worden als volgt berekent:

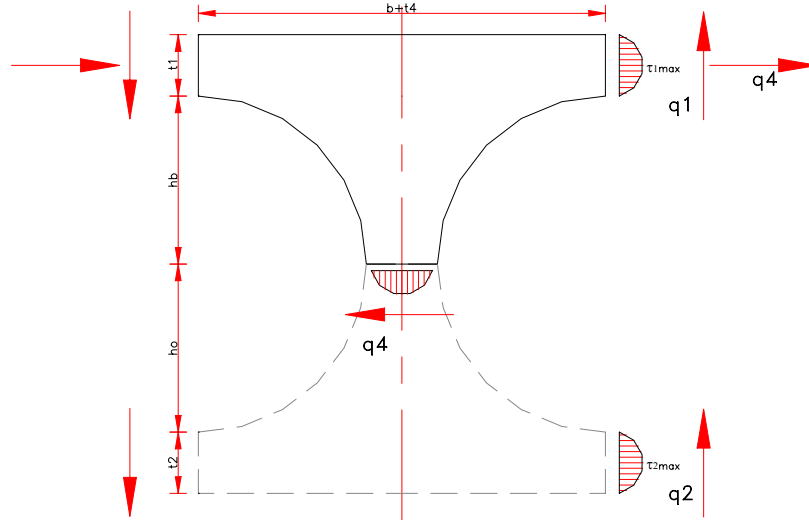


fig. 4.10 evenwicht voor berekening van de spanning in het lijf

$$\sigma_{zy} \frac{2}{3} t_4 = q_4$$

$$(b+t_4)q_1 = (h_b + \frac{1}{2} t_1)q_4$$

$$\sigma_{zy} = \frac{3}{2} \frac{1}{t_4} \frac{b+t_4}{h_b + \frac{1}{2} t_1} q_1$$

$$q_n = V_n$$

$$q_1 = \frac{t_1^3 (t_4^3 p + 3qt_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6t_2^3 qt_1^3 + t_1^3 t_4^3 p} q_y \quad (\text{par 2.4.1})$$

$$\sigma_{zy} = \frac{3}{2} \frac{1}{t_4} \frac{b+t_4}{h_b + \frac{1}{2} t_1} \frac{t_1^3 (t_4^3 p + 3qt_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6t_2^3 qt_1^3 + t_1^3 t_4^3 p} q_y$$

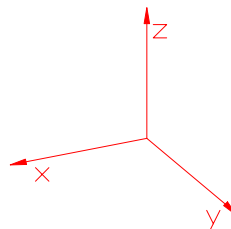
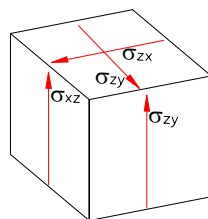


fig. 4.11 Spanningen in punt 2

4.3.3 Punt 3

Figuur 4.12 geeft de verwachte spanningen en scheuren in punt 3. Spanning ten gevolge van het moment en tevens spanning ten gevolge van de normaalkracht van de voorspanning treden op.

De spanningen ten gevolge van het moment worden berekend met

$$\sigma_{xx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{M_x(h_o + t_2)}{I_x}$$

Hierbij geldt

$$M_x = -F_p \frac{70 + t_2 + h_0}{500} h_0$$

De spanningen ten gevolge van de normaalkracht door de voorspanning kunnen worden bepaald met

$$\sigma_{xx} = \frac{N_x}{A}$$

hierbij geldt

$$N_x = -F_p \frac{70 + t_2 + h_0}{500}$$

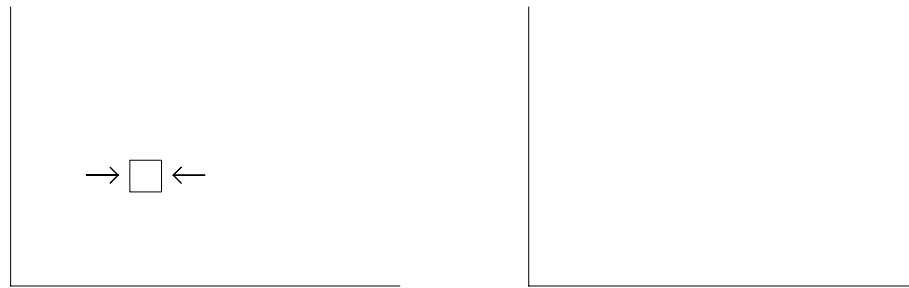


fig. 4.12 Bovenaanzicht van de verwachte spanningen en scheurvorming in punt 3

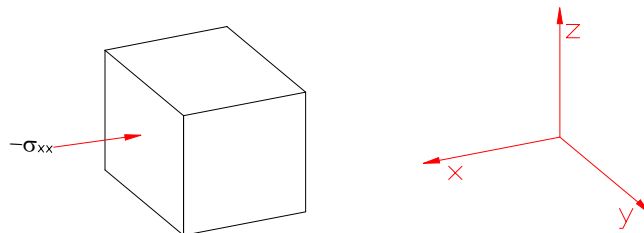


fig. 4.13 Spanningen in punt 3

4.4 Hoofdspanningen

Een kubusje kan worden doorsneden met een vlak waarop de spanningen kunnen worden bepaald.

$$\begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

Hierin is $\mathbf{n}$ de normaalvector van de snede met een lengte 1 en $\mathbf{p}$ de spanningsvector op de snede. Er werken geen schuifspanningen in de snede als de richting van de normaalvector samenvalt met die van de spanningsvector

$$\begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

Hierin is σ de grootte van de spanning in de snede. Uit de bovenstaande vergelijkingen volgt een eigenwaardeprobleem.

$$\begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Voor niet triviale oplossingen moet de determinant van deze matrix gelijk aan nul zijn.

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0$$

waarin

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{vmatrix}$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Deze derdegraads-vergelijking kan eenvoudig worden opgelost met de mathematische software Maple (zie bijlage 16). Dit resulteert in de hoofdspanningen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. De grootste hoofdspanning is tevens de grootste spanning in het beton. Als deze spanning de treksterkte overschrijdt, zal het materiaal scheuren.

5 Interactie in een vloer

In dit hoofdstuk wordt bekeken in hoeverre de naastgelegen kanaalplaten meewerken in de afdracht van de belasting. Hiervoor worden twee situaties beschouwd waarbij 5 kanaalplaten VX400 (VBI) naast elkaar liggen, met een overspanning van 15 meter. In situatie 1 bevindt zich aan de rechterzijde een opening van 2400 mm x 3000 mm. Hierdoor wordt de lengte van het raveelijzer gelijk aan de breedte van twee kanaalplaten (Zie fig. 5.1). In situatie 2 bevindt zich een opening nabij de oplegging (zie ook fig. 5.1). Om de krachtenstroom te bepalen, wordt gebruik gemaakt van het eindige-elementenprogramma KOLA[3].

De x-as is gericht in de lengte van de platen (zie fig. 5.1), de y-as is dwars op de platen gericht de z richting is naar boven. In de lengterichting van de platen (de x richting), zijn 30 elementen gekozen. De plaat is 15 meter lang, dus de elementen zouden een lengte kunnen hebben van een halve meter. Maar bij een opening zijn de elementen wat verfijnd, zodat de andere elementen een iets grotere lengte hebben. Dit verschilt per situatie. In de breedte richting van de platen (de y-richting), zijn per plaat 8 elementen gekozen. Deze elementen worden naarmate ze dichter naar de voeg toegaan verfijnd. Voor de voeg is 1 element genomen, met een breedte van 15 mm.

De voeg is volledig gevuld met beton. Aangenomen wordt dat de voegvulling dezelfde stijfheid heeft als het materiaal van de betonplaten. Voorts nemen we aan dat de voeg gescheurd is en daarom geen moment kan overdragen in dwarsrichting. (Zie ook par. 5.2)

De raveelijzers zijn gemodelleerd met ligger-elementen die zowel op de rand als op de andere kanaalplaat scharnierend opgelegd zijn. Het traagheidsmoment I_{zz} voor dit raveelijzer is berekend in paragraaf 5.3.

De opleggingen worden gedefinieerd als scharnierend. Alleen aan de linker zijde wordt geen oplegging geplaatst.

De volgende gegevens worden aangehouden

$$\nu = 0.15$$

$$E = 35000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{rustende belasting} = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{eigen gewicht} = 4.9 \text{ kN/m}^2 [4]$$

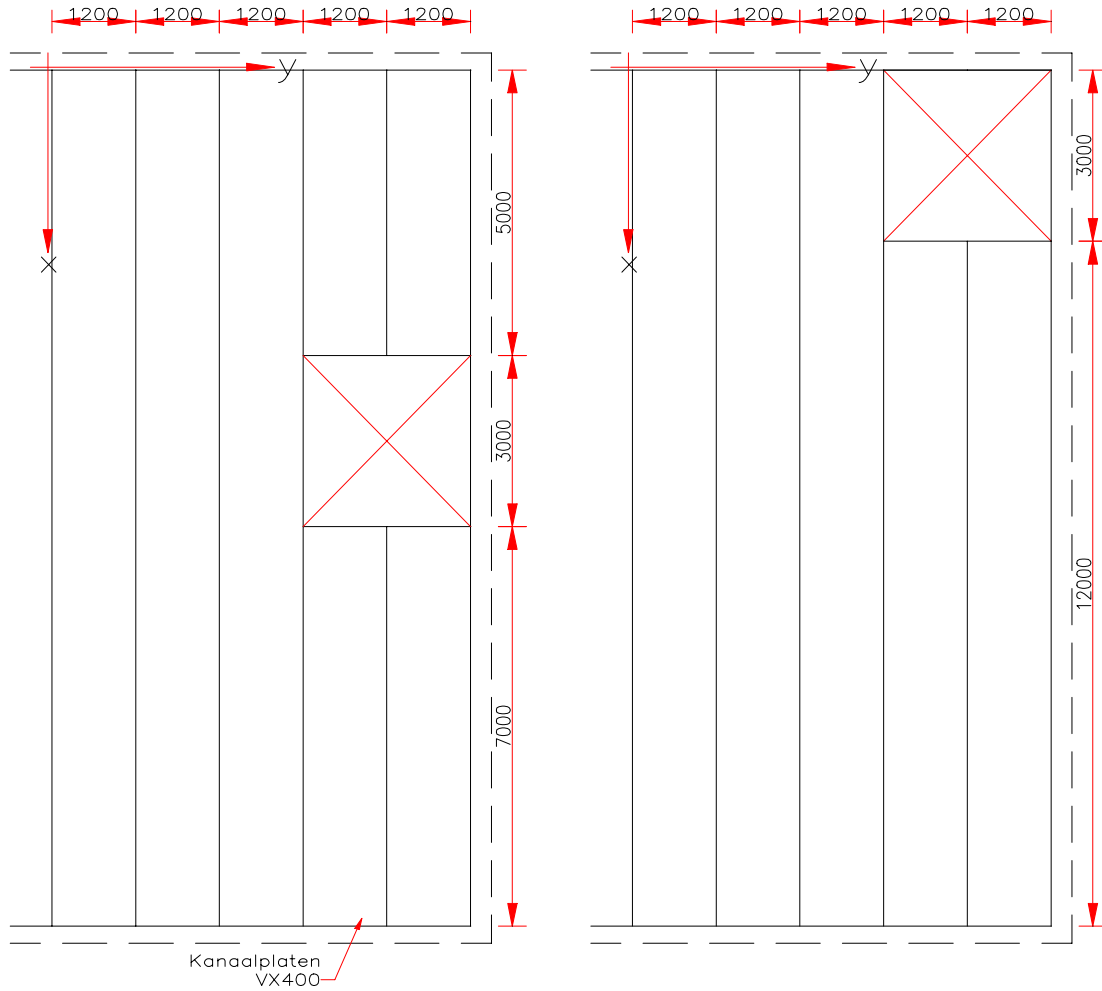


fig. 5.1 bovenaanzicht van situatie 1 en 2

5.1 Doorsnedegrootheden

KOLA maakt gebruik van de plaattheorie van Reissner. Deze theorie brengt niet alleen buiging (Kirchhoff), maar ook afschuivng in rekening. De constitutieve vergelijkingen voor deze theorie worden gegeven door:

$$\begin{Bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \\ q_x \\ q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \\ \psi_x \\ \psi_y \end{Bmatrix}$$

In deze paragraaf worden de waarden berekend van de buigstijfheden d_{11} , d_{12} en d_{22} , de afschuifstijfheden g_{44} , g_{55} en tevens de wringstijfheid d_{33} .

Kanaalplaat VX400 heeft een breedte van 1200 mm en een dikte van $t=400$ mm. De overige afmetingen zijn gegeven in figuur 5.2.

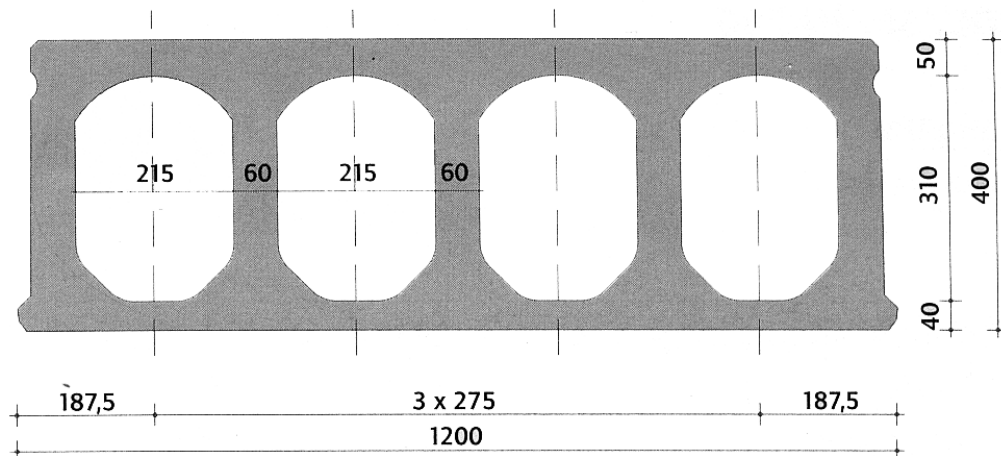


fig. 5.2 doorsnede van een kanaalplaat VX400

De afmetingen volgens hoofdstuk 1 zijn

t1= 50 mm

t2= 40 mm

t3= 60 mm

t4= 60 mm

B= 215 mm

h= 310 mm

n= 4

Op grond van deze gegevens zijn de relevante doorsnede grootheden berekend (Hoofdstuk 2).

Buiging in lengterichting

De spreadsheet van bijlage 17 geeft $EI = 1.64 \cdot 10^{14} \text{ Nmm}^2$. Dit komt overigens overeen met de waarde die de VBI geeft voor deze plaat [4]. De buigstijfheid van de plaat per eenheid van breedte is nu gelijk aan:

$$d_{11} = \frac{EI}{b} = \frac{1.64 \cdot 10^{14}}{1200} = 1.37 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}$$

Buiging in breedterichting

$d_{22} = EI = 1.01 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}$. Deze stijfheid is reeds per eenheid van lengte.

Wringing

Voor de wringstijfheid van dit profiel vinden we $GI_w = 1.34 \cdot 10^{14} \text{ Nmm}^2$

Per eenheid van breedte geldt nu

$$d_{33} = \frac{GI_w}{b} = \frac{1.34 \cdot 10^{14}}{1200} = 1.12 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}$$

Afschuiving in lengterichting

Voor de afschuifstijfheid in lengterichting van dit profiel geldt $GA_b = 1.04 \cdot 10^9 \text{ N}$

Per eenheid van breedte geldt nu:

$$g_{44} = \frac{GA_b}{b} = \frac{1.04 \cdot 10^9}{1200} = 8.67 \cdot 10^5 \text{ N/mm}$$

Afschuiving in breedterichting

Voor de afschuifstijfheid in breedterichting van dit profiel geldt per eenheid van breedte geldt

$$g_{55} = GA_b = 4.04 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$$

Dwarscontractie

Voor de waarde van d_{12} geldt de kleinste waarde van νd_{11} en νd_{22} . Dit wordt als volgt aangetoond.

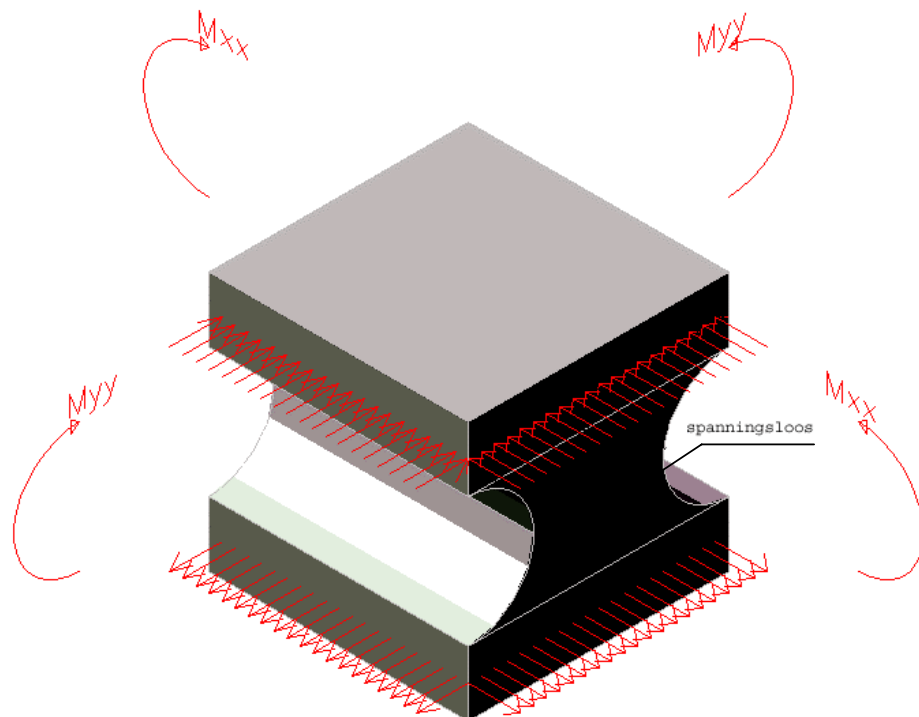


fig. 5.3 Elementair volume van de kanaalplaat

we beschouwen het elementaire volume getekend in figuur 5.3

Opgelegd wordt:

$$\kappa_{xx} = 0, \kappa_{yy} = \kappa_{yy}$$

Door dwarscontractie ontstaat:

$$m_{xx} = \nu m_{yy}$$

Zoals figuur 4.3 laat zien, ontstaat geen spanning in het materiaal tussen de kanalen.

Nu geldt volgens de Reissner platen theorie:

$$m_{xx} = d_{12} \kappa_{yy}$$

$$m_{yy} = d_{22} \kappa_{yy} \rightarrow m_{xx} = d_{22} \kappa_{yy} \nu$$

Hieruit volgt: $d_{12} = d_{22} \nu$

$$d_{12} = 1.01 \cdot 10^{11} 0,15 = 1.52 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}$$

Dezelfde uitkomst wordt verkregen als de afleiding begint met:

$$\kappa_{xx} = \kappa_{yy} = 0.$$

5.1.1 Invoer

Het programma KOLA gebruikt zes getallen om de plaaieigenschappen vast te leggen, s_{11} , s_{12} , s_{22} , s_{33} , s_{44} , s_{55} . Deze zijn als volgt gedefinieerd.

$$d_{ij} = \frac{1}{12} s_{ij} t^3$$

$$g_{ii} = \frac{5}{6} s_{ii} t$$

Uitschrijven geeft tenslotte:

$$s_{11} = 25.7 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$s_{12} = 2.85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$s_{22} = 18.9 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$s_{33} = 21.0 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$s_{44} = 2.61 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$s_{55} = 0.121 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

5.2 Voegstijfheden

De voeg is volledig gevuld met beton. Aangenomen wordt dat de voegvulling dezelfde stijfheid heeft als het materiaal van de betonplaten ($E=35000 \text{ N/mm}^2$, $\nu=0.15$). Voorts nemen we aan dat de voeg gescheurd is en daarom geen moment kan overdragen in dwarsrichting.

$$d_{11} = \frac{1}{12} E t^3 = 1.87 \cdot 10^{11} \text{ Nmm} \quad s_{11} = 35.0 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$d_{12} = 0 \quad s_{12} = 0$$

$$d_{22} = 0 \quad s_{22} = 0$$

$$d_{33} = \frac{1}{12} \frac{E t^3}{(1+\nu)} = 1.62 \cdot 10^{11} \text{ Nmm} \quad s_{33} = 30.4 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{44} = \frac{5}{12} \frac{E t}{(1+\nu)} = 5.07 \cdot 10^6 \text{ N/mm} \quad s_{44} = 15.2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{55} = \frac{5}{12} \frac{E t}{(1+\nu)} = 5.07 \cdot 10^6 \text{ N/mm} \quad s_{55} = 15.2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

5.3 Eigenschappen van het raveelijzer

In figuur 4.5 is een doorsnede gegeven van het raveelijzer dat is gekozen. Hiervoor geldt:

$$Z_c = \frac{(200 \cdot 20) \cdot 10 + (380 \cdot 20) \cdot 210}{(210 \cdot 20) + (380 \cdot 20)}$$

$$Z_c = 141 \text{ mm}$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12}bh^3 + I_{\text{steiner}}$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12}20 \cdot 400^3 + \frac{1}{12}180 \cdot 20^3 + (400 \cdot 20) \cdot (200 - 141)^2 + (180 \cdot 20) \cdot (141 - 10)^2$$

$$I_{zz} = 1.96 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

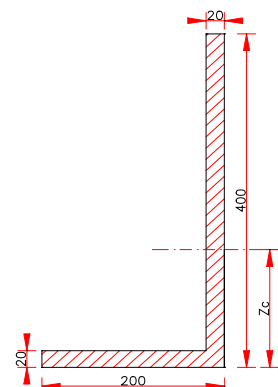


fig.5.4 doorsnede van het raveelijzer

Wanneer we de stijfheid van het raveelijzer vergelijken met de stijfheid van de plaat, geeft de stijfheid het raveelijzer:

$EI = 210 \cdot 10^3 \cdot 1.96 \cdot 10^8 = 4.17 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2$, dit is ongeveer gelijk aan 400 mm plaatbreedte:

Hiervoor geldt: $EI = 1.01 \cdot 10^{11} \cdot 400 = 4.04 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2$. Hieruit kunnen we concluderen, dat het raveelijzer overbodig is. Echter, voor de uitvoering is dit raveelijzer nog wel van belang.

5.4 Dwarskrachtoverdracht door rustende belasting

Figuur 5.5 laat de hoofdmomenten zien die KOLA berekent voor beide situaties. De krachtenstroom in de linker platen is vrijwel recht. Daardoor verwachten we dat extra platen aan de linker zijde de krachtenstroom rond de openingen weinig zouden beïnvloeden.

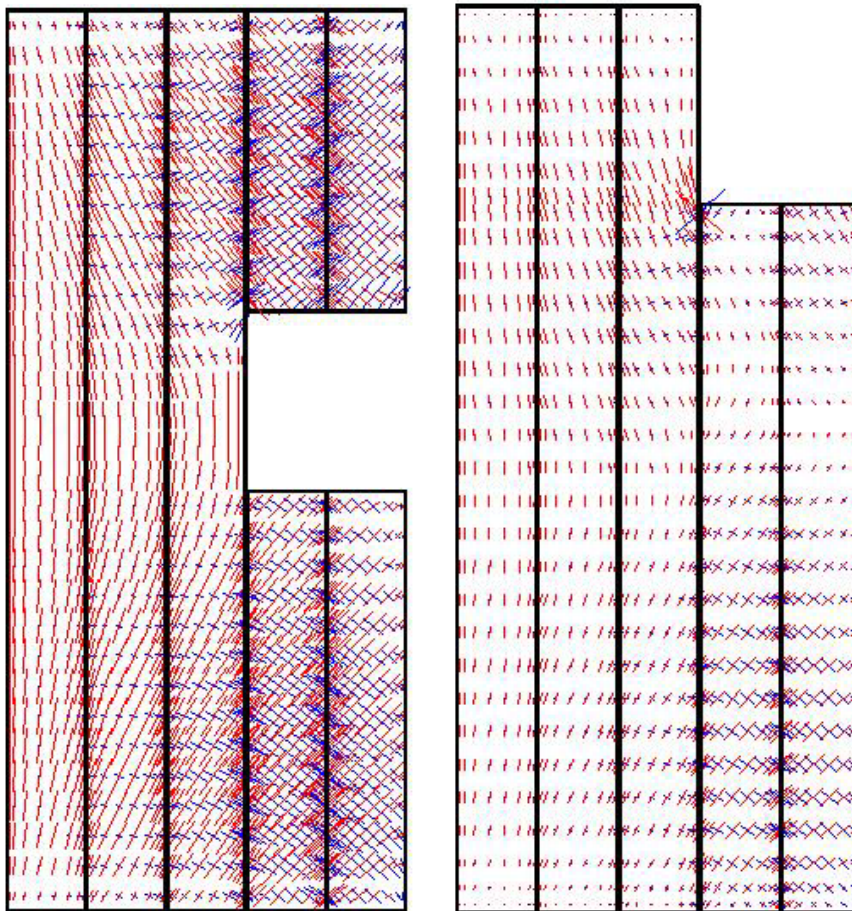


fig. 5.5 trajectoriën van de hoofdmomenten

We beschouwen de voeg tussen de doorgaande plaat en de onderbroken plaat. Figuur 5.7 en 5.8 laten het verloop van de dwarskracht zien in deze voeg voor situatie 1 en 2. De eenheid in deze figuren is kN/m. Eigenlijk is de snede voor de dwarskracht net naast de voeg genomen omdat de dwarskracht in de voeg niet correct werd geplot. Dit heeft ongetwijfeld een verwaarloosbare invloed op de resultaten. Allereerst laat figuur 5.6 de positieve richtingsafspraken van de doorsnedegrootheden zien, die KOLA hanteert.

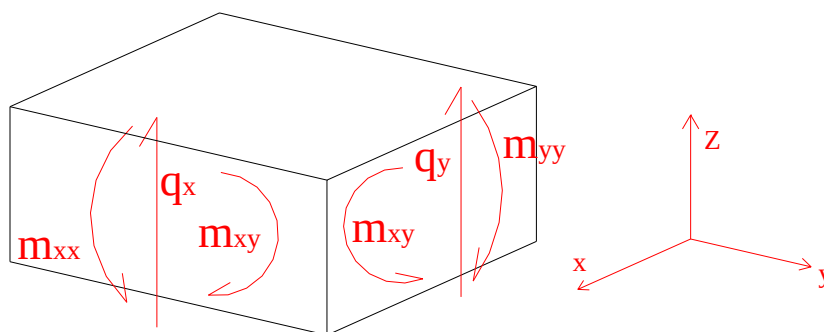


fig. 5.6 positieve tekenafspraken, gehanteerd door KOLA

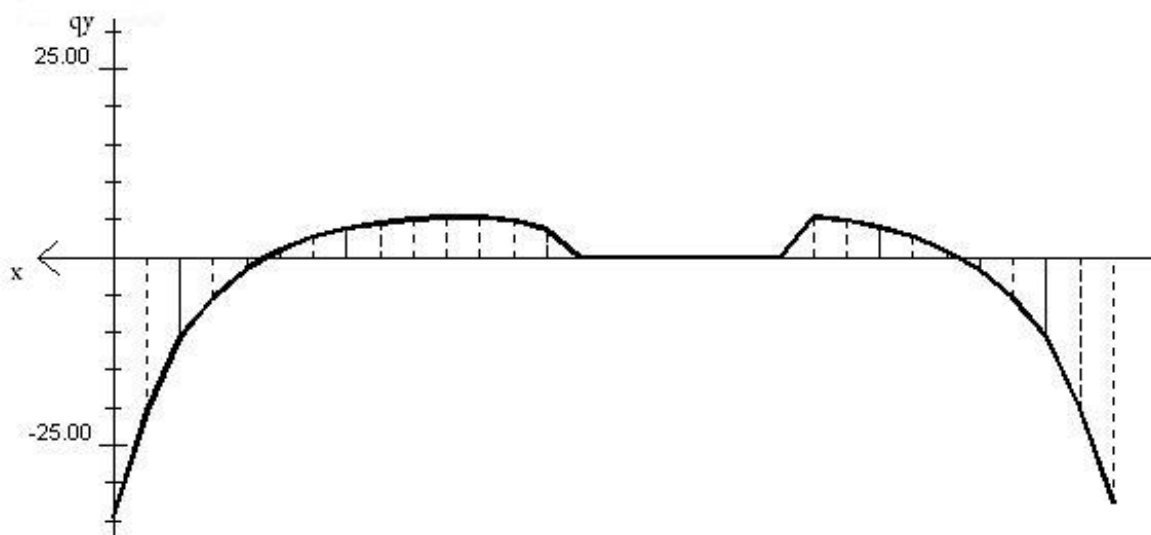


fig. 5.7 dwarskrachtoverdracht in de voeg voor situatie 1

De snede door de voorgenoemde voeg gaat ook door de raveelijzers. De dwarskrachten in de raveelijzers van situatie 1 ter plaats van de snede zijn.

- Aan de langste zijde (7 m) : 2.9 kN
- Aan de kortste zijde (5 m) : 13.9 kN

De raveelijzers trekken derhalve de doorgaande plaat naar boven (fig. 5.9). Dit is anders dan we zouden verwachten bij een normale oplegging. Het raveelijzer zou hier dus ondersteboven moeten worden aangebracht.

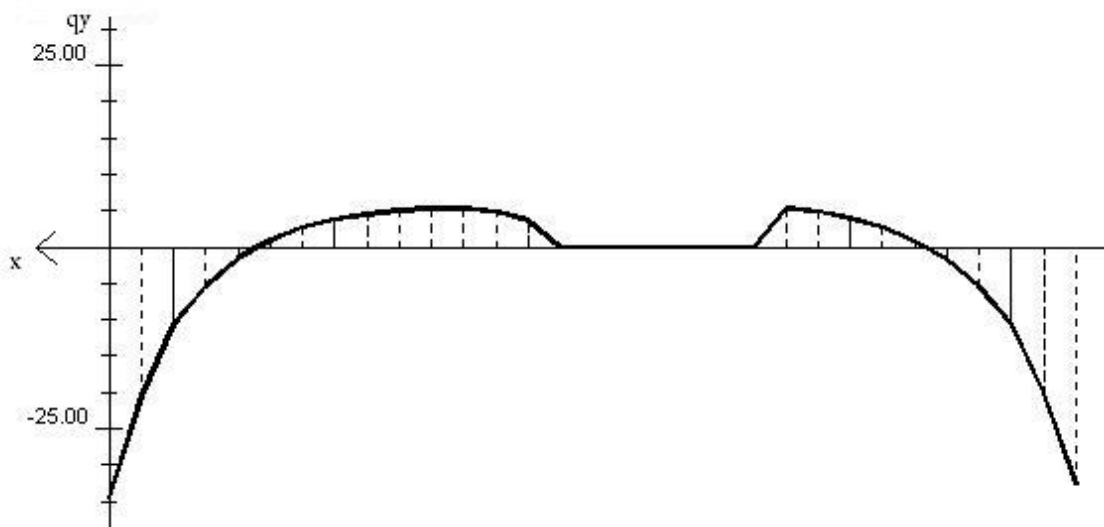


fig. 5.8 dwarskrachtoverdracht in de voeg voor situatie 2

De dwarskracht in het raveelijzer van situatie 2 is -31.2 kN. De puntlast op de doorgaande plaat is derhalve naar beneden gericht en het raveelijzer kan normaal worden uitgevoerd.

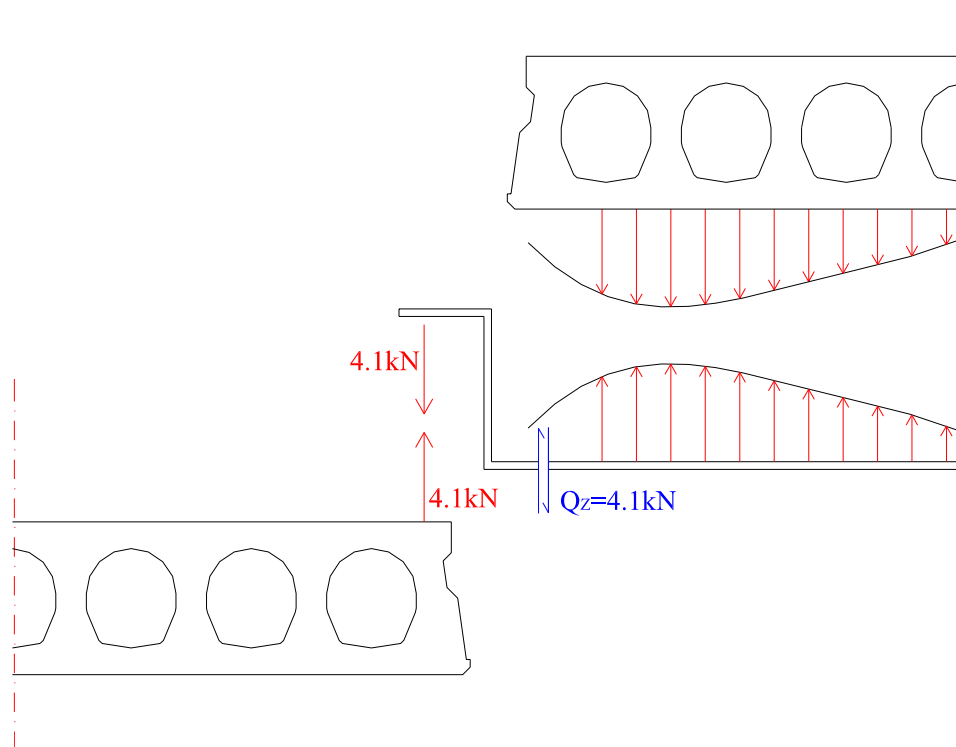


fig. 5.9 doorsnede bij het raveelijzer voor situatie 1

5.4.1 Verklaring van de observaties

Opvallend in situatie 1 is dat de belasting van het raveelijzer op de doorgaande plaat negatief is. Hieruit zouden we kunnen concluderen dat de raveelijzers ondersteboven zouden moeten

worden aangebracht. Vanzelfsprekend kan dit niet omdat in dat geval tijdens de uitvoering de kanaalplaten dan naar beneden zouden vallen. Het laat zien dat de krachtswerking in kanaalplaatvloeren ingewikkeld kan zijn. In deze paragraaf proberen we de negatieve plaatbelasting te verklaren.

Als gedachtenexperiment knippen we de vloer door ter plaatse van de voeg naast de doorgaande plaat (zie fig. 5.10 en 5.11). In de doorgaande platen treedt buiging op terwijl in de onderbroken platen voornamelijk wringing optreedt. Het verschil tussen de doorbuiging van de doorgaande platen en de onderbroken platen is duidelijk zichtbaar. Om deze gaping te sluiten lijkt overal een positieve dwarskracht nodig te zijn. Dit blijkt echter niet overal het geval te zijn zoals we zagen in de vorige paragraaf: Namelijk, in beide situaties steunen de onderbroken platen op de doorgaande platen nabij de opleggingen over een lengte van ongeveer 3 m. Bovendien steunt in situatie 2 ook het raveelijzer op de doorgaande plaat. Dit gedachten experiment geeft dus slechts een gedeeltelijke verklaring voor de richting van de oplegbelasting door het raveelijzer.

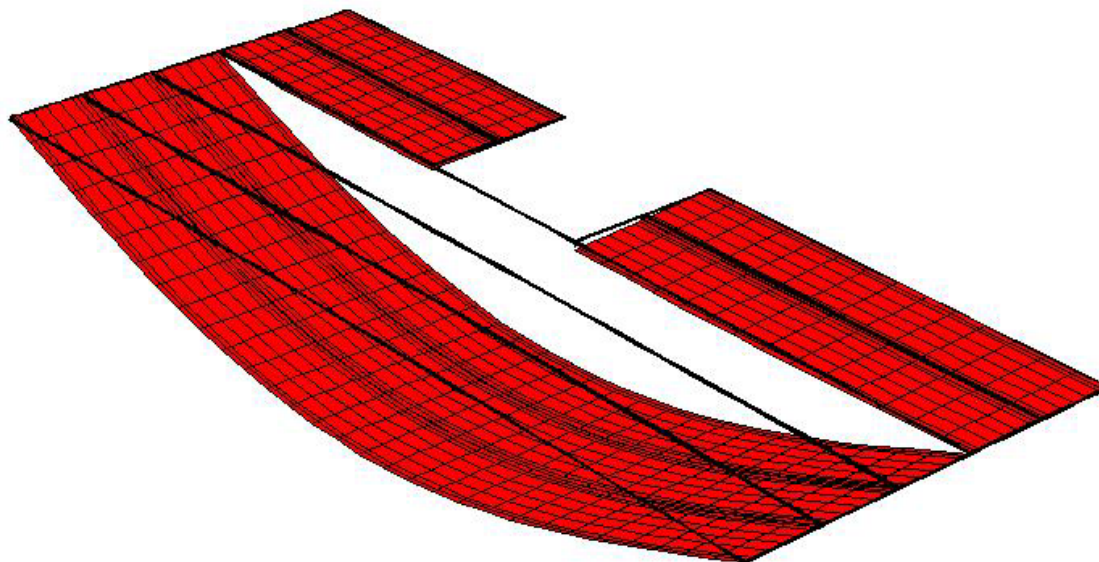


fig. 5.10 zakkingen na doorknippen van de voeg in situatie 1

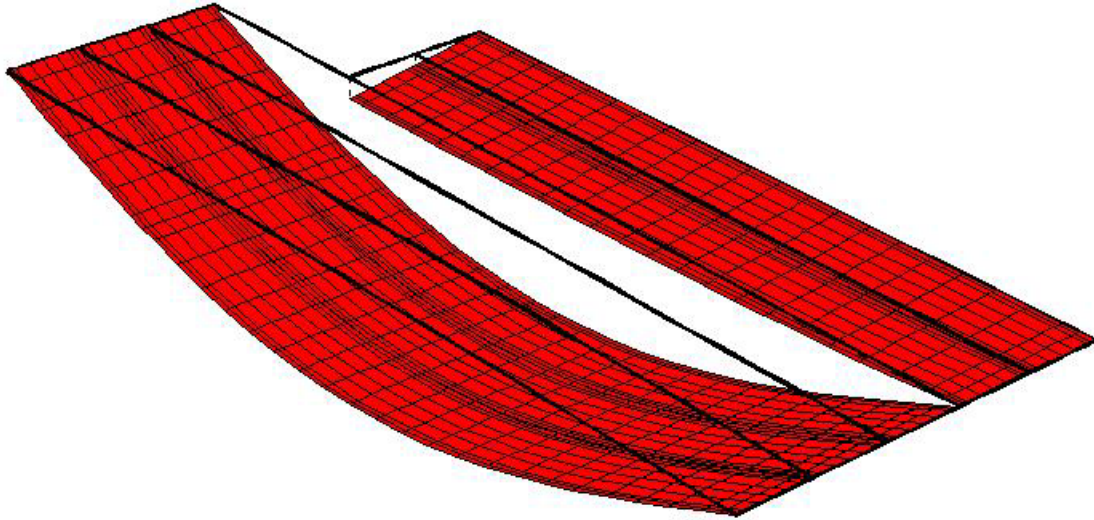


fig. 5.11 zakkingen na doorknippen van de voeg in situatie 2

Omdat de wringmomenten belangrijke bijdragen leveren aan de krachtswerking zijn deze afgebeeld in figuur 5.12 en 5.13. In de modellen van deze figuren zijn geen voegen doorgeknipt. We observeren dat het wringmoment in de onderbroken platen correspondeert met de helling van de doorgaande plaat (zie fig. 5.12). Hieruit volgt een eenvoudige regel voor de richting van de belasting door het raveelijzer op de doorgaande platen (puntlast). Voordat we deze formuleren moeten we twee zaken definiëren.

We definiëren een raveelijzer als positief als de opening zich in de positieve richting van de x-as bevindt. Zo ook definiëren we een raveelijzer als negatief als de opening zich in de negatieve richting van de x-as bevindt. Dit is in analogie met de definitie van positieve en negatieve vlakken in de toegepaste mechanica.

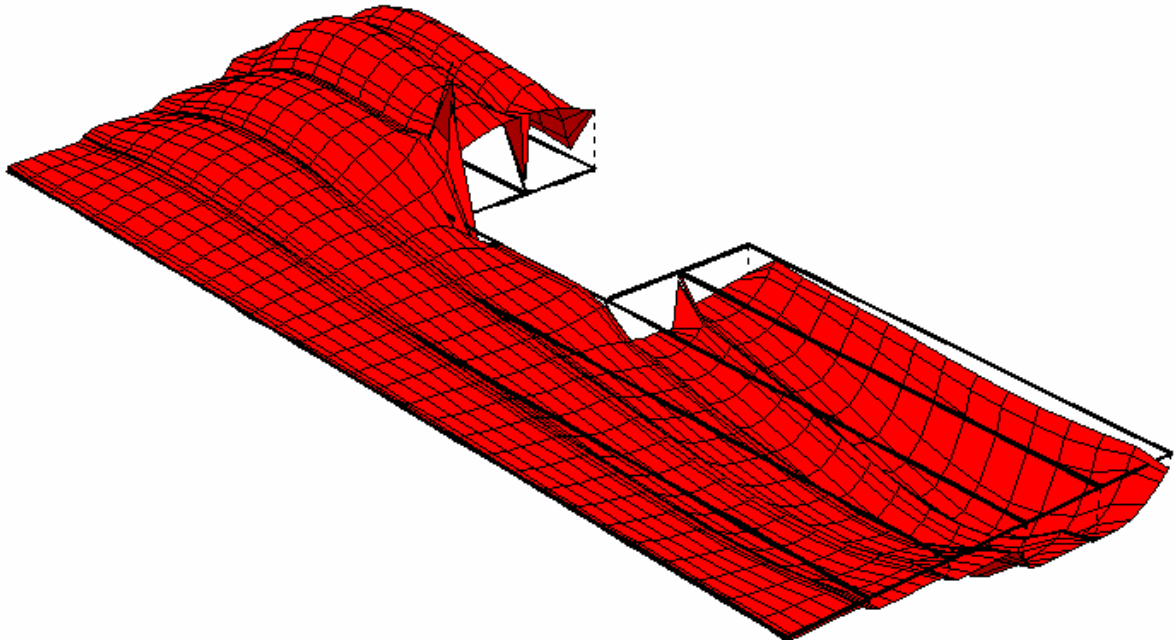


fig. 5.12 wringmoment in situatie 1

Uit de resultaten in de vorige paragraaf blijkt tevens dat in situatie 1 de beide puntlasten van de raveelijzers sterk verschillen. Omdat de situatie ongeveer symmetrisch is zouden we daarentegen verwachten dat de puntlasten ongeveer hetzelfde zouden zijn. De verklaring hiervoor is dat de raveelijzers weinig bijdragen aan de krachtwerking. Immers, de puntlasten zijn klein ten opzichte van de dwarskracht die in de voeg werkt en kunnen zelfs negatief zijn. Daardoor kan een kleine verandering in de plaats van de opening een grote verandering in de puntlasten geven.

Zoals reeds aangegeven kan een raveelijzer niet werkelijk ondersteboven worden aangebracht. Namelijk, dan zouden de kanaalplaten bij de uitvoering naar beneden vallen. Zoals uit vele praktijktoepassingen blijkt, voldoet een normaal geplaatst raveelijzer uitstekend. Het huidige model is niet toereikend om dit te laten zien. De modellering zou moeten worden uitgebreid zodat ook het uitvoeringstadium wordt beschreven (gefaseerde berekening). Bovendien zou de verbinding tussen de onderbroken platen en het raveelijzer verbroken moeten worden als deze op trek wordt belast (niet-lineaire berekening). Deze uitbreidingen gaan te ver voor deze studie. Wellicht dat hier een vervolg afstudeerproject aan kan worden gewijd.

5.4.2 Dwarskrachtverloop zonder opening

Ook als er geen opening in een vloer is, treden dwarskrachten in de voegen op. Dit komt doordat de platen die langs een gevel lopen (strijkplaten) gesteund worden door de gevel. Om dit effect te kwantificering is een KOLA berekening gemaakt van een vloer met 20 platen zonder opening. Drie zijden van de vloer worden scharnierend gesteund door gevels en één zijde is vrij zwevend. (zie fig. 5.15)

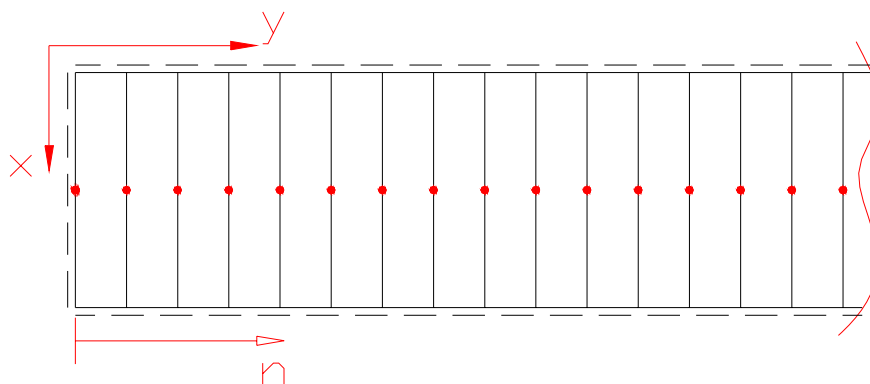


fig. 5.15 n , uitgezet als aantal velden vanaf de oplegging

Op basis van een belasting van 3 kN/m^2 is berekend hoe het dwarskrachtverloop is. Dit is weergegeven in figuur 5.16.

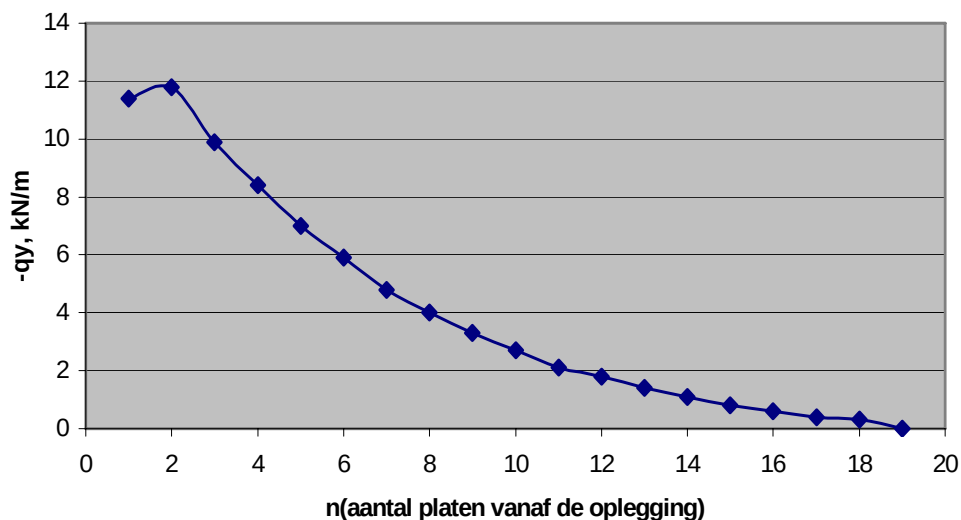


fig. 5.16 dwarskracht q_y in het midden van de voegen voor een vloer zonder opening

Op basis hiervan is een formule ontwikkeld:

$$q_y = \left(\frac{1}{75} n^2 - \frac{1}{2} n + \frac{14}{3} \right) q_{\text{var}}$$

Wanneer we deze functie plotten voor $q=3$ en tevens figuur 5.17 gestippeld in dezelfde tekening, dan krijgen we het beeld als getekend in figuur 5.17:

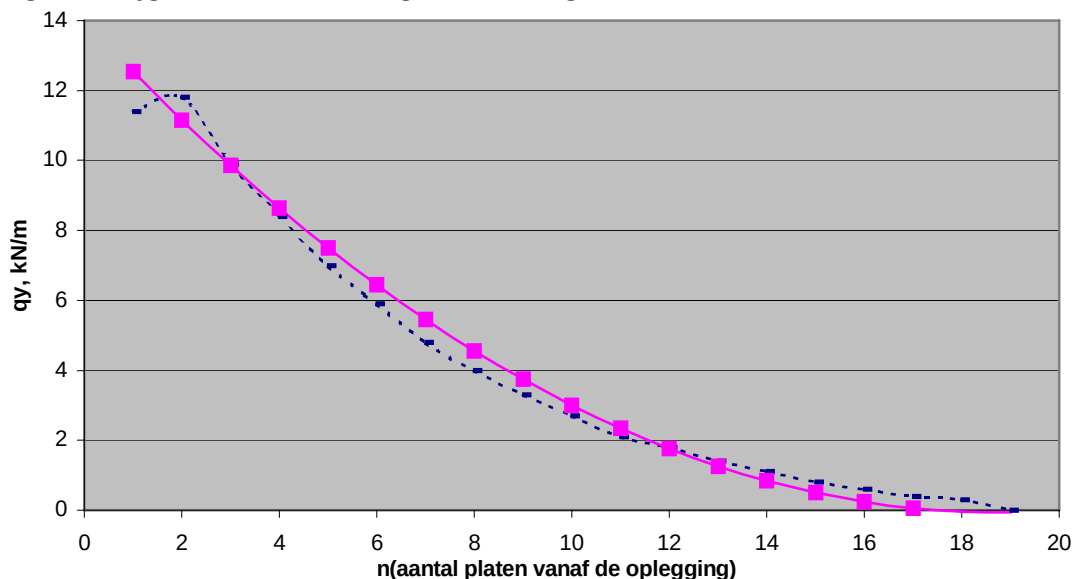


fig. 5.17 dwarskracht q_y in het midden van de voegen voor een vloer zonder opening

5.5 Dwarskrachtoverdracht door eigen gewicht

Bij de uitvoering van een vloer worden de platen gelegd waarna de voegen worden gevuld. In die situatie wordt de doorgaande plaat uitsluitend belast door het eigen gewicht en de puntlasten van de raveelijzers. De voegen zijn spanningsloos. Pas als de nuttige belasting wordt aangebracht, treden spanningen in de voegen op. Deze extra spanningen en krachten zijn in de vorige paragraaf behandeld. In deze paragraaf worden de spanningen en krachten door het eigen gewicht bepaald.

Figuur 5.18 laat het bovenaanzicht van de vloer zien. We zien de totale plaat en een deel dat voor het evenwicht wordt bekeken.

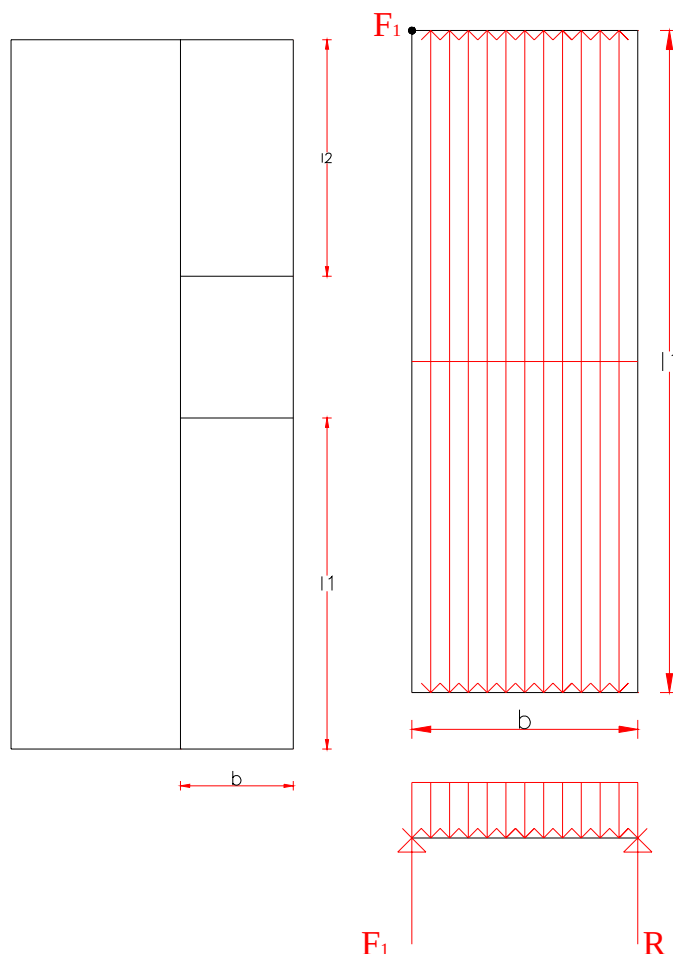


fig. 5.18 schematisering van de krachtsafdracht volgens de plasticiteitstheorie van situatie 1

Hieruit volgt:

$$F_1 = b l_1 \frac{1}{2} q_{eg}$$

$$F_2 = b l_2 \frac{1}{2} q_{eg}$$

Voor situatie 1 geldt nu:

$$F_1 = 2.4 * 7 * \frac{1}{2} * 4.9 = 41.2 \text{ kN}$$

$$F_2 = 2.4 * 5 * \frac{1}{2} * 4.9 = 29.4 \text{ kN}$$

Voor situatie 2 geldt:

$$F_1 = 2.4 * 12 * \frac{1}{2} * 4.9 = 70.6 \text{ kN}$$

Tevens geldt:

$$f = 0$$

5.6 Spanningen in situatie 1 en 2

Op basis van de berekeningen die gemaakt zijn in de voorgaande hoofdstukken, kunnen nu de spanningen worden bepaald in verschillende situaties. In deze paragraaf zal dit worden gedaan voor situatie 1 en 2, zoals deze beschreven staan in de vorige paragrafen. In beide situaties

wordt uitgegaan van een voorspankracht van 728 kN per plaat. De spanningen worden berekend in vier punten ten gevolge van het eigen gewicht en ten gevolge van de nuttige belasting. De krachtsverdeling door het eigengewicht wordt uitgevoerd met het Maple-programma dat in hoofdstuk 3 is ontwikkeld. De krachtsverdeling ten gevolge van de nuttige belasting wordt berekend met het programma KOLA. Uit de snedekrachten worden de spanningen bepaald met behulp van Excel-programma's. Tenslotte worden de spanningen ten gevolge van het eigengewicht en de nuttige belasting opgeteld en getoetst aan de toelaatbare spanning in de uiterste grenstoestand.

5.6.1 Berekening van de spanningen door eigen gewicht in situatie 1

(Maple en Excel)

We beschouwen een doorgaande plaat met de volgende belasting en voorspanning.

$$F_1 = 41.2 \text{ kN}$$

$$F_2 = 29.4 \text{ kN}$$

$$f = 0$$

$$q_{eg} = 4.9 \text{ kN/m}^2$$

$$F_p = 728 \text{ kN}$$

Allereerst zijn de spanningen ten gevolge van het eigen gewicht berekend. Omdat de voegen hierbij nog niet gevuld zijn kunnen we ook spreken van de uitvoeringstoestand. In hoofdstuk 3 is beschreven hoe de krachten, lijnlasten, q-lasten en het voorspanmoment omgezet kunnen worden in momenten, dwarskrachten, wringmomenten, rotaties en zakkingsen. (fig. 3.6). Wanneer dit wordt ingevoerd in het daarvoor gemaakte Maple-programma, geeft dit de volgende snedegrootheden bij de linker oplegging (zie ook de bijgevoegde CD-ROM/bijlage 14,15). De snedegrootheden bij de rechter oplegging zijn kleiner en daarom niet maatgevend.

$$M_x = 116 \text{ kNm}$$

$$M_w = 19.1 \text{ kNm}$$

$$V = 74.1 \text{ kN}$$

Ter plaatse van de grootste puntlast F_1 vinden we de volgende snedegrootheden.

$$M_x = 264 \text{ kNm}$$

$$M_w = 19.1 \text{ kNm}$$

$$V_{\max} = 41.2 \text{ kN}$$

De dwarskracht $V_{\max}$ is de grootste waarde van de dwarskracht net links en net rechts van de puntlast. Bij de andere puntlast F_2 zijn de snedekrachten kleiner en derhalve niet maatgevend.

Vier kritieke punten waar scheurvorming zou kunnen optreden zijn geselecteerd in hoofdstuk 4. Met de formules in dit hoofdstuk kunnen de spanningen worden berekend (zie bijgevoegde CD-ROM). Het resultaat is vermeld in tabel 4.5.

tabel 5.1 spanningen in situatie 1

(N/mm ²)	Punt 1	Punt 2	Punt 3	T.p.v. grootste puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=0.94$	$\sigma_{xx}=-1.76$ $\sigma_{xz}=-1.02$	$\sigma_{xx}=-4.4$ $\sigma_{xy}=0.29$	$\sigma_{xx}=-12.7$ $\sigma_{xy}=-0.52$ $\sigma_{yy}=0.41$ $\sigma_{yz}=0.99$
Nuttige belasting	$\sigma_{xx}=-0.24$ $\sigma_{yy}=0.50$ $\sigma_{xy}=0.66$	$\sigma_{xz}=-0.53$ $\sigma_{yz}=-0.38$	$\sigma_{xx}=0.25$ $\sigma_{yy}=-0.52$ $\sigma_{xy}=-0.83$	$\sigma_{xx}=-0.38$ $\sigma_{xz}=0.36$ $\sigma_{yy}=0.0$ $\sigma_{yz}=0.12$
Totaal	$\sigma_{xx}=0.70$ $\sigma_{yy}=0.50$ $\sigma_{xy}=0.66$	$\sigma_{xx}=-1.76$ $\sigma_{xz}=-1.55$ $\sigma_{yz}=-0.38$	$\sigma_{xx}=-4.15$ $\sigma_{yy}=-0.52$ $\sigma_{xy}=-0.54$	$\sigma_{xx}=-13.1$ $\sigma_{xy}=-0.52$ $\sigma_{xz}=0.36$ $\sigma_{yy}=0.41$ $\sigma_{yz}=1.11$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.27$ $\sigma_2=0.0$ $\sigma_3=-0.1$	$\sigma_1=1.01$ $\sigma_2=-0.09$ $\sigma_3=-2.68$	$\sigma_1=0.0$ $\sigma_2=-0.51$ $\sigma_3=-4.1$	$\sigma_1=1.33$ $\sigma_2=-0.95$ $\sigma_3=-13.1$

5.6.2 Berekening van de spanningen door nuttige belasting in situatie 1

(KOLA en Excel)

De krachtsverdeling ten gevolge van de nuttige belasting wordt berekend met KOLA. De belasting die op het eindige-elementenmodel wordt aangebracht bedraagt

$$q_{nut} = 3.0 \text{ kN/m}^2$$

De voorspanning is reeds in rekening gebracht bij de berekening van de spanningen ten gevolge van het eigen gewicht. De elementen waarin de spanningen worden beschouwd zijn getekend in figuur 5.19. De snedekrachten nabij de linker oplegging zijn

$$m_{xx} = -5.93 \text{ kN}$$

$$m_{yy} = 7.29 \text{ kN}$$

$$m_{xy} = 11.54 \text{ kN}$$

$$q_x = 47.73 \text{ kN/m}$$

$$q_y = -14.81 \text{ kN/m}$$

m_{xy2} treedt op in het element rechts van het beschouwde element.

De snedekrachten nabij de raveeloplegging zijn

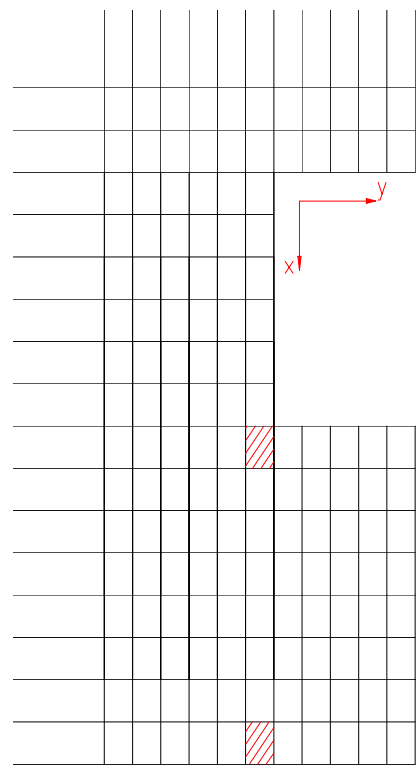
$$m_{xx} = -8.52 \text{ kN}$$

$$m_{yy} = 0.48 \text{ kN}$$

$$m_{xy} = 6.45 \text{ kN}$$

$$q_x = 7.70 \text{ kN/m}$$

$$q_y = 6.88 \text{ kN/m}$$



Figuur 5.19 elementen gebruikt om de spanningen te berekenen in de kritieke punten

Voor de spanning in punt 1 ter plaatse van de oplegging geldt:

$$\sigma_{xx} = \frac{m_{xx} B}{I_x} (h_b + t_1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{m_{yy}}{I_y} (h_b + t_1)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{2m_{xy}}{t_1(2h + t_1 + t_2)}$$

Punt 2 bevindt zich in het lijf. Voor de spanning in een lijf is gevonden in paragraaf 2.5 voor punt 2

$$\sigma_{xz} = \frac{2(b + t_4)q_x}{t(2h + t_1 + t_2)}$$

$$\sigma_{zy} = \frac{3}{2} \frac{1}{t_4} \frac{b + t_4}{h_b + \frac{1}{2} t_1} \frac{t_1^3 (t_4^3 p + 3q t_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p} q_y \text{ (par. 4.3)}$$

Voor de spanning in punt 3 ter plaatse van de oplegging geldt:

$$\sigma_{xx} = -\frac{m_{xx}B}{I_x}(h_0 + t_2)$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{m_{yy}}{I_y}(h_0 + t_2)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{2m_{xy}}{t_2(2h + t_1 + t_2)}$$

In het kritieke punt ter plaatse van de grootste puntlast geldt

$$\sigma_{xx} = \frac{m_{xx}B}{I_x}(h_b + \frac{1}{2}t_1)$$

$$\sigma_{xz} = \frac{2m_{xy}}{t_1(2h + t_1 + t_2)}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{m_{yy}}{I_y}(h_b + \frac{1}{2}t_1)$$

$$\sigma_{yz} = \frac{3}{2}q_y t_1^2 \frac{t_4^3 p + 3q t_2^3}{t_2^3 t_4^3 p + 6t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

De rekenresultaten zijn vermeld in tabel 5.1.

5.6.3 Berekening van de spanningen in situatie 2

Ook voor situatie 2 zijn de spanningen berekend. De berekening verloopt hetzelfde als hierboven voor situatie 1 en is daarom niet vermeld. De resultaten zijn gegeven in tabel 5.2

5.7 Beschouwing van de resultaten

Wanneer we de twee situaties bekijken, dan komen ze overeen met de verwachtingen.

Ter plaatse van de oplegging zijn de drukspanningen vrij groot. Deze leveren geen problemen op. Tevens zijn er nog enigszins grote schuifspanningen σ_{xz} . Deze zijn niet van dusdanig grote waarde dat ze problemen op zullen leveren. Dit heeft als oorzaak dat de verdeelde belasting $q_{nut} = 3.0 \text{ kN/m}^2$ nog zeer laag is. Wanneer deze in het volgende hoofdstuk bij de parameterstudie verhoogd wordt, zullen deze schuifspanningen ook omhoog gaan en zullen ook de hoofdspansingen stijgen, zodat de constructie kan gaan scheuren ter plaatse van punt 2.

Ter plaatse van de puntlast is het de drukspanning die overheerst. Hier ontstaan vrij grote drukspanningen door het eigen gewicht. In situatie 1 werkt de puntlast omhoog, daarom is hier een zeer lage drukspanning die meewerkt. Wanneer de belastingen groter worden genomen, zullen de drukspanningen (in situatie 1) minder worden en zullen de hoofdspansingen ook na verloop van tijd groter worden.

Voor het vervolg van het afstudeeronderzoek zullen de punten 1 en 3 ter plaatse van de oplegging niet meer worden mee genomen in het onderzoek, omdat dit geen kritieke punten blijken te zijn.

tabel 5.2 spanningen in situatie 2

(N/mm ²)	Boven	Midden	Onder	T.p.v. grootste puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=0.94$	$\sigma_{xx}=-1.76$ $\sigma_{xz}=-1.34$	$\sigma_{xx}=-4.4$ $\sigma_{xy}=0.42$	$\sigma_{xx}=-9.79$ $\sigma_{xy}=-0.76$ $\sigma_{yy}=0.70$ $\sigma_{yz}=1.69$
Nuttige belasting	$\sigma_{xx}=-0.13$ $\sigma_{yy}=0.01$ $\sigma_{xy}=0.10$	$\sigma_{xz}=0.0$ $\sigma_{yz}=-0.05$	$\sigma_{xx}=0.13$ $\sigma_{yy}=-0.01$ $\sigma_{xy}=-0.35$	$\sigma_{xx}=-2.24$ $\sigma_{xz}=-2.39$ $\sigma_{yy}=0.10$ $\sigma_{yz}=-0.52$
Totaal	$\sigma_{xx}=-0.81$ $\sigma_{yy}=0.01$ $\sigma_{xy}=0.10$	$\sigma_{xx}=-1.76$ $\sigma_{xz}=-1.34$ $\sigma_{yz}=-0.05$	$\sigma_{xx}=-4.3$ $\sigma_{yy}=-0.01$ $\sigma_{xy}=-0.35$	$\sigma_{xx}=-12.0$ $\sigma_{xy}=-0.76$ $\sigma_{xz}=-2.39$ $\sigma_{yy}=0.80$ $\sigma_{yz}=1.17$
hoofdspanningen	$\sigma_1=0.02$ $\sigma_2=0.0$ $\sigma_3=-0.82$	$\sigma_1=0.72$ $\sigma_2=0.00$ $\sigma_3=-2.4$	$\sigma_1=0.02$ $\sigma_2=0.0$ $\sigma_3=-4.3$	$\sigma_1=1.94$ $\sigma_2=-0.66$ $\sigma_3=-12.5$

6 Parameterstudie

In dit hoofdstuk wordt een parameterstudie gedaan voor een vloer bestaand uit kanaalplaten VX400 waarin een opening is aangebracht. Er worden 27 situaties beschouwd. Gekozen wordt hierbij voor de zwaarste belasting die een kanaalplaat kan dragen bij een bepaalde overspanning. Deze belasting is bepaald met een computer programma van de VBI (zie www.vbi.nl). De waarden die het programma geeft komen overigens vrijwel overeen met de waarden in het handboek voor VBI plaatvloeren [4].

De rekenwaarde van het eigen gewicht van de kanaalplaat VX400 is $4.8 \text{ kN/m}^2 * 1.2 = 5.9 \text{ kN/m}^2$. Het VBI programma geeft de karakteristieke waarde van de maximale verdeelde belasting op een kanaalplaat. Deze wordt met een factor 1.5 vermenigvuldigd worden om de rekenwaarde te verkrijgen. Voor de voorspanwapening geeft het VBI programma aan: 'Zwaar Wapenen' Daarom is gekozen voor het grootste aantal voorspanstrengen. Dit is X12. (12 Ø 12.5)

Het zwaartepunt van de voorspanstrengen ligt ter hoogte van de onderzijde van de kanalen.

Hieruit volgen de voorspankracht en het voorspanmoment:

$$F_{pi} = -1340 * 12 * \frac{1}{4} * \pi * 12.5^2$$

$$F_{pi} = -1973 \text{ kN}$$

$$M_{pi} = h_0 * F_{pi}$$

$$M_{pi} = -164 * 1973$$

$$M_{pi} = -324 \text{ kNm}$$

De betonsterkteklasse is B65. Hiervoor is de rekenwaarde van de druksterkte 39 N/mm^2 en de rekenwaarde van de treksterkte 2.1 N/mm^2 . De karakteristieke waarde van de treksterkte voor korte duur bedraagt 4.25 N/mm^2 .

De vloer is 20 platen breed. De opening zit ongeveer in het midden langs de oplegging van de vloer (fig. 6.1). De vloerranden aan de linker en rechter zijde zijn vrij zwevend en hebben geen invloed op de krachtsverdeling in de platen rond de opening. Als elementennet is gekozen voor 24 elementen in x-richting, met een verfijning ter plaatse van de opening en 4 elementen in de y-richting over de breedte van een kanaalplaat.

Twee materiaalpunten zijn geselecteerd voor berekening van de spanningstoestand in de kanaalplaat die doorloopt direct links van de opening. Het eerste punt is nabij de oplegging aan de zijde van de opening. Hier wordt de spanning berekend in het midden van het lijf aan de rand van de plaat naast de opening. Het tweede punt is ter plaatse van de oplegging van het raveelijzer. Hier wordt de spanning berekend in het midden van de bovenflens direct naast de opening (zie fig. 6.1). In deze punten kan dwarskrachtbreuk optreden. Eigenlijk zou ook het moment moeten worden gecontroleerd in het midden van de plaat. Echter, in dit hoofdstuk beperken we ons tot dwarskracht en breuk.

6.1 Parameters

De volgende parameters zijn gevarieerd (fig. 6.1):

- L , de lengte van de overspanning. Deze is gevarieerd met 12, 15 en 18 m.
- b , de lengte van de opening. Deze is gevarieerd met 1.2, 1.8 en 2.4 m.

- n , de breedte van de opening, uitgedrukt in een aantal vloerenbreedten. Deze is gevarieerd met 2, 3 en 4.

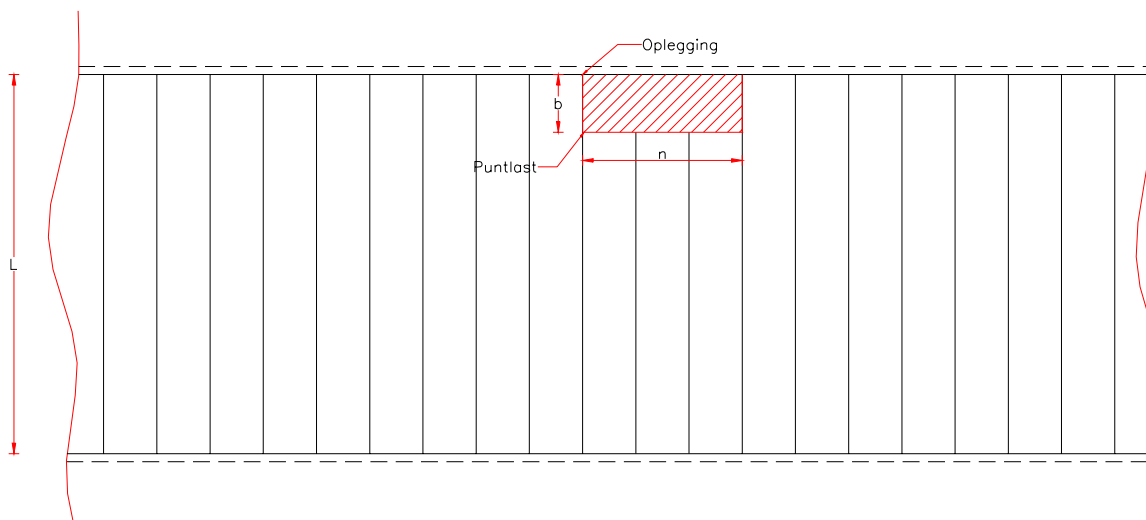


fig. 6.1 vloerparameters die voorkomen in de parameterstudie

In tabel 6.1 zijn de situaties gerangschikt.

tabel 6.1 overzicht van de waarden van de beschouwde parameters

situatie	l (m)	b (m)	n	situatie	l (m)	b (m)	n
1	12	1.2	2	15	15	1.8	4
2	12	1.2	3	16	15	2.4	2
3	12	1.2	4	17	15	2.4	3
4	12	1.8	2	18	15	2.4	4
5	12	1.8	3	19	18	1.2	2
6	12	1.8	4	20	18	1.2	3
7	12	2.4	2	21	18	1.2	4
8	12	2.4	3	22	18	1.8	2
9	12	2.4	4	23	18	1.8	3
10	15	1.2	2	24	18	1.8	4
11	15	1.2	3	25	18	2.4	2
12	15	1.2	4	26	18	2.4	3
13	15	1.8	2	27	18	2.4	4
14	15	1.8	3				

6.2 Resultaten

De uitkomsten van alle spanningen ten gevolge van het eigen gewicht, de nuttige belasting, de totale belasting en tenslotte de hoofdspanningen zijn uitgewerkt in de tabellen 6.2-6.28.

tabel 6.2 spanningen in situatie 1

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-0.89$	$\sigma_{xx}=-0.07$ $\sigma_{xy}=-0.46$ $\sigma_{yy}=0.69$ $\sigma_{yz}=-1.84$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-3.50$ $\sigma_{yz}=0.76$	$\sigma_{xx}=-14.1$ $\sigma_{xz}=-1.07$ $\sigma_{yy}=-0.87$ $\sigma_{yz}=-1.14$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.39$ $\sigma_{yz}=0.76$	$\sigma_{xx}=-14.8$ $\sigma_{xy}=-0.46$ $\sigma_{xz}=-1.07$ $\sigma_{yy}=-0.18$ $\sigma_{yz}=-2.98$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.77$ $\sigma_2=-0.13$ $\sigma_3=-7.4$	$\sigma_1=2.90$ $\sigma_2=-2.97$ $\sigma_3=-14.2$

tabel 6.3 spanningen in situatie 2

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.19$	$\sigma_{xx}=-0.69$ $\sigma_{xy}=-0.70$ $\sigma_{yy}=1.07$ $\sigma_{yz}=-2.86$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-4.58$ $\sigma_{yz}=1.20$	$\sigma_{xx}=-17.3$ $\sigma_{xz}=-1.11$ $\sigma_{yy}=-1.06$ $\sigma_{yz}=-1.54$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-5.77$ $\sigma_{yz}=1.20$	$\sigma_{xx}=-18.0$ $\sigma_{xy}=-0.70$ $\sigma_{xz}=-1.11$ $\sigma_{yy}=0.01$ $\sigma_{yz}=-4.40$
hoofdspanningen	$\sigma_1=4.10$ $\sigma_2=-0.19$ $\sigma_3=-8.7$	$\sigma_1=4.39$ $\sigma_2=-4.29$ $\sigma_3=-18.1$

tabel 6.4 spanningen in situatie 3

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.51$	$\sigma_{xx}=-1.44$ $\sigma_{xy}=-0.93$ $\sigma_{yy}=1.38$ $\sigma_{yz}=-3.68$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-5.64$ $\sigma_{yz}=1.64$	$\sigma_{xx}=-20.3$ $\sigma_{xz}=-1.12$ $\sigma_{yy}=-1.23$ $\sigma_{yz}=-1.91$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-7.15$ $\sigma_{yz}=1.64$	$\sigma_{xx}=-21.7$ $\sigma_{xy}=-0.93$ $\sigma_{xz}=-1.12$ $\sigma_{yy}=0.15$ $\sigma_{yz}=-5.59$
hoofdspanningen	$\sigma_1=5.48$ $\sigma_2=-0.23$ $\sigma_3=-10.0$	$\sigma_1=5.67$ $\sigma_2=-5.39$ $\sigma_3=-21.8$

tabel 6.5 spanningen in situatie 4

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-0.81$	$\sigma_{xx}=-1.15$ $\sigma_{xy}=-0.41$ $\sigma_{yy}=0.65$ $\sigma_{yz}=-1.74$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.93$ $\sigma_{yz}=0.95$	$\sigma_{xx}=-12.8$ $\sigma_{xz}=0.49$ $\sigma_{yy}=-0.24$ $\sigma_{yz}=-0.83$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.74$ $\sigma_{yz}=0.95$	$\sigma_{xx}=-14.0$ $\sigma_{xy}=-0.41$ $\sigma_{xz}=0.49$ $\sigma_{yy}=0.41$ $\sigma_{yz}=-2.57$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.34$ $\sigma_2=-0.26$ $\sigma_3=-6.9$	$\sigma_1=2.81$ $\sigma_2=-2.37$ $\sigma_3=-14.0$

tabel 6.6 spanningen in situatie 5

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.09$	$\sigma_{xx}=-2.15$ $\sigma_{xy}=-0.62$ $\sigma_{yy}=0.97$ $\sigma_{yz}=-2.61$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-3.80$ $\sigma_{yz}=1.43$	$\sigma_{xx}=-15.0$ $\sigma_{xz}=0.86$ $\sigma_{yy}=-0.25$ $\sigma_{yz}=-1.11$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.89$ $\sigma_{yz}=1.43$	$\sigma_{xx}=-17.2$ $\sigma_{xy}=-0.62$ $\sigma_{xz}=0.86$ $\sigma_{yy}=0.72$ $\sigma_{yz}=-3.72$
hoofdspanningen	$\sigma_1=3.48$ $\sigma_2=-0.35$ $\sigma_3=-7.90$	$\sigma_1=4.14$ $\sigma_2=-3.38$ $\sigma_3=-17.3$

tabel 6.7 spanningen in situatie 6

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.28$	$\sigma_{xx}=-3.17$ $\sigma_{xy}=-0.83$ $\sigma_{yy}=1.30$ $\sigma_{yz}=-3.48$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-4.66$ $\sigma_{yz}=1.92$	$\sigma_{xx}=-17.2$ $\sigma_{xz}=1.24$ $\sigma_{yy}=-0.25$ $\sigma_{yz}=-1.36$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-5.94$ $\sigma_{yz}=1.92$	$\sigma_{xx}=-20.4$ $\sigma_{xy}=-0.83$ $\sigma_{xz}=1.24$ $\sigma_{yy}=1.05$ $\sigma_{yz}=-4.84$
hoofdspanningen	$\sigma_1=4.58$ $\sigma_2=-0.43$ $\sigma_3=-8.92$	$\sigma_1=5.47$ $\sigma_2=-4.34$ $\sigma_3=-20.5$

tabel 6.8 spanningen in situatie 7

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-0.75$	$\sigma_{xx}=-2.11$ $\sigma_{xy}=-0.37$ $\sigma_{yy}=0.61$ $\sigma_{yz}=-1.64$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.61$ $\sigma_{yz}=0.93$	$\sigma_{xx}=-12.3$ $\sigma_{xz}=0.80$ $\sigma_{yy}=0.12$ $\sigma_{yz}=-0.55$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.36$ $\sigma_{yz}=0.93$	$\sigma_{xx}=-14.4$ $\sigma_{xy}=-0.37$ $\sigma_{xz}=0.80$ $\sigma_{yy}=0.73$ $\sigma_{yz}=-2.19$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.07$ $\sigma_2=-0.31$ $\sigma_3=-6.5$	$\sigma_1=2.62$ $\sigma_2=-1.84$ $\sigma_3=-14.4$

tabel 6.9 spanningen in situatie 8

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.00$	$\sigma_{xx}=-3.31$ $\sigma_{xy}=-0.55$ $\sigma_{yy}=0.92$ $\sigma_{yz}=-2.46$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-3.35$ $\sigma_{yz}=1.39$	$\sigma_{xx}=-13.9$ $\sigma_{xz}=1.21$ $\sigma_{yy}=0.18$ $\sigma_{yz}=-0.71$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.35$ $\sigma_{yz}=1.39$	$\sigma_{xx}=-17.2$ $\sigma_{xy}=-0.55$ $\sigma_{xz}=1.21$ $\sigma_{yy}=1.00$ $\sigma_{yz}=-3.17$
hoofdspanningen	$\sigma_1=3.05$ $\sigma_2=-0.41$ $\sigma_3=-7.4$	$\sigma_1=3.78$ $\sigma_2=-2.69$ $\sigma_3=-17.3$

tabel 6.10 spanningen in situatie 9

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.24$	$\sigma_{xx}=-4.50$ $\sigma_{xy}=-0.73$ $\sigma_{yy}=1.22$ $\sigma_{yz}=-3.27$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-4.09$ $\sigma_{yz}=1.84$	$\sigma_{xx}=-15.4$ $\sigma_{xz}=1.61$ $\sigma_{yy}=0.24$ $\sigma_{yz}=-0.87$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-5.33$ $\sigma_{yz}=1.84$	$\sigma_{xx}=-19.9$ $\sigma_{xy}=-0.73$ $\sigma_{xz}=1.61$ $\sigma_{yy}=1.46$ $\sigma_{yz}=-4.14$
hoofdspanningen	$\sigma_1=4.05$ $\sigma_2=-0.48$ $\sigma_3=-8.35$	$\sigma_1=5.04$ $\sigma_2=-3.44$ $\sigma_3=-20.0$

tabel 6.11 spanningen in situatie 10

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.13$	$\sigma_{xx}=-0.86$ $\sigma_{xy}=-0.61$ $\sigma_{yy}=0.88$ $\sigma_{yz}=-2.34$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.31$ $\sigma_{yz}=0.53$	$\sigma_{xx}=-9.13$ $\sigma_{xz}=-0.65$ $\sigma_{yy}=-0.56$ $\sigma_{yz}=-0.74$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.44$ $\sigma_{yz}=0.53$	$\sigma_{xx}=-10.0$ $\sigma_{xy}=-0.61$ $\sigma_{xz}=-0.65$ $\sigma_{yy}=0.32$ $\sigma_{yz}=-3.08$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.92$ $\sigma_2=-0.11$ $\sigma_3=-6.58$	$\sigma_1=3.24$ $\sigma_2=-2.80$ $\sigma_3=-9.26$

tabel 6.12 spanningen in situatie 11

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.54$	$\sigma_{xx}=-1.85$ $\sigma_{xy}=-0.91$ $\sigma_{yy}=1.32$ $\sigma_{yz}=-3.53$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-3.06$ $\sigma_{yz}=0.83$	$\sigma_{xx}=-11.25$ $\sigma_{xz}=-0.67$ $\sigma_{yy}=-0.68$ $\sigma_{yz}=-1.00$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.60$ $\sigma_{yz}=0.83$	$\sigma_{xx}=-13.1$ $\sigma_{xy}=-0.91$ $\sigma_{xz}=-0.67$ $\sigma_{yy}=0.64$ $\sigma_{yz}=-4.53$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.97$ $\sigma_2=-0.15$ $\sigma_3=-7.59$	$\sigma_1=4.86$ $\sigma_2=-4.08$ $\sigma_3=-13.2$

tabel 6.13 spanningen in situatie 12

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.96$	$\sigma_{xx}=-2.84$ $\sigma_{xy}=-1.21$ $\sigma_{yy}=1.76$ $\sigma_{yz}=4.71$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-3.75$ $\sigma_{yz}=1.14$	$\sigma_{xx}=-13.28$ $\sigma_{xz}=-0.66$ $\sigma_{yy}=-0.80$ $\sigma_{yz}=-1.25$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-5.71$ $\sigma_{yz}=1.14$	$\sigma_{xx}=-16.1$ $\sigma_{xy}=-1.21$ $\sigma_{xz}=-0.66$ $\sigma_{yy}=0.96$ $\sigma_{yz}=-5.96$
hoofdspanningen	$\sigma_1=4.02$ $\sigma_2=-0.18$ $\sigma_3=-8.62$	$\sigma_1=6.47$ $\sigma_2=-5.34$ $\sigma_3=-16.3$

tabel 6.14 spanningen in situatie 13

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.06$	$\sigma_{xx}=-2.53$ $\sigma_{xy}=-0.55$ $\sigma_{yy}=0.84$ $\sigma_{yz}=-2.25$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.97$ $\sigma_{yz}=0.68$	$\sigma_{xx}=-8.41$ $\sigma_{xz}=0.37$ $\sigma_{yy}=-0.15$ $\sigma_{yz}=-0.56$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.03$ $\sigma_{yz}=0.68$	$\sigma_{xx}=-10.9$ $\sigma_{xy}=-0.55$ $\sigma_{xz}=0.37$ $\sigma_{yy}=0.69$ $\sigma_{yz}=-2.81$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.69$ $\sigma_2=-0.21$ $\sigma_3=-6.26$	$\sigma_1=3.21$ $\sigma_2=-2.49$ $\sigma_3=-10.9$

tabel 6.15 spanningen in situatie 14

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.44$	$\sigma_{xx}=-3.88$ $\sigma_{xy}=-0.83$ $\sigma_{yy}=1.26$ $\sigma_{yz}=-3.38$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.58$ $\sigma_{yz}=1.02$	$\sigma_{xx}=-9.92$ $\sigma_{xz}=0.64$ $\sigma_{yy}=-0.16$ $\sigma_{yz}=-0.74$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.02$ $\sigma_{yz}=1.02$	$\sigma_{xx}=-13.8$ $\sigma_{xy}=-0.83$ $\sigma_{xz}=0.64$ $\sigma_{yy}=1.10$ $\sigma_{yz}=-4.12$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.60$ $\sigma_2=-0.27$ $\sigma_3=-7.08$	$\sigma_1=4.77$ $\sigma_2=-3.61$ $\sigma_3=-13.9$

tabel 6.16 spanningen in situatie 15

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.82$	$\sigma_{xx}=-5.20$ $\sigma_{xy}=-1.11$ $\sigma_{yy}=1.68$ $\sigma_{yz}=-4.50$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-3.17$ $\sigma_{yz}=1.36$	$\sigma_{xx}=-11.37$ $\sigma_{xz}=0.90$ $\sigma_{yy}=-0.16$ $\sigma_{yz}=-0.91$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.99$ $\sigma_{yz}=1.36$	$\sigma_{xx}=-16.6$ $\sigma_{xy}=-1.11$ $\sigma_{xz}=0.90$ $\sigma_{yy}=1.52$ $\sigma_{yz}=-5.41$
hoofdspanningen	$\sigma_1=3.53$ $\sigma_2=-0.31$ $\sigma_3=-7.98$	$\sigma_1=6.31$ $\sigma_2=-2.64$ $\sigma_3=-22.3$

tabel 6.17 spanningen in situatie 16

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.00$	$\sigma_{xx}=-3.96$ $\sigma_{xy}=-0.51$ $\sigma_{yy}=0.80$ $\sigma_{yz}=-2.15$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.79$ $\sigma_{yz}=0.68$	$\sigma_{xx}=-8.22$ $\sigma_{xz}=0.58$ $\sigma_{yy}=0.08$ $\sigma_{yz}=-0.38$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.79$ $\sigma_{yz}=0.68$	$\sigma_{xx}=-12.2$ $\sigma_{xy}=-0.51$ $\sigma_{xz}=0.58$ $\sigma_{yy}=0.72$ $\sigma_{yz}=-2.53$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.54$ $\sigma_2=-0.24$ $\sigma_3=-6.071$	$\sigma_1=2.95$ $\sigma_2=-2.19$ $\sigma_3=-12.2$

tabel 6.18 spanningen in situatie 17

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.34$	$\sigma_{xx}=-5.60$ $\sigma_{xy}=-0.76$ $\sigma_{yy}=1.21$ $\sigma_{yz}=-3.23$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.33$ $\sigma_{yz}=1.01$	$\sigma_{xx}=-9.36$ $\sigma_{xz}=0.87$ $\sigma_{yy}=0.13$ $\sigma_{yz}=-0.50$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.67$ $\sigma_{yz}=1.01$	$\sigma_{xx}=-15.0$ $\sigma_{xy}=-0.76$ $\sigma_{xz}=0.87$ $\sigma_{yy}=1.08$ $\sigma_{yz}=-3.73$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.33$ $\sigma_2=-0.31$ $\sigma_3=-6.80$	$\sigma_1=4.38$ $\sigma_2=-3.27$ $\sigma_3=-15.1$

tabel 6.19 spanningen in situatie 18

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.68$	$\sigma_{xx}=-7.24$ $\sigma_{xy}=-1.01$ $\sigma_{yy}=1.61$ $\sigma_{yz}=-4.30$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.86$ $\sigma_{yz}=1.33$	$\sigma_{xx}=-10.45$ $\sigma_{xz}=1.16$ $\sigma_{yy}=0.17$ $\sigma_{yz}=-0.61$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.66$ $\sigma_{yz}=1.33$	$\sigma_{xx}=-17.7$ $\sigma_{xy}=-1.01$ $\sigma_{xz}=1.16$ $\sigma_{yy}=1.44$ $\sigma_{yz}=-4.91$
hoofdspanningen	$\sigma_1=3.25$ $\sigma_2=-0.34$ $\sigma_3=-7.69$	$\sigma_1=5.78$ $\sigma_2=-4.24$ $\sigma_3=-17.8$

tabel 6.20 spanningen in situatie 19

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.39$	$\sigma_{xx}=-1.79$ $\sigma_{xy}=-0.75$ $\sigma_{yy}=1.07$ $\sigma_{yz}=-2.87$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.48$ $\sigma_{yz}=0.35$	$\sigma_{xx}=-5.78$ $\sigma_{xz}=-0.39$ $\sigma_{yy}=-0.35$ $\sigma_{yz}=-0.47$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.87$ $\sigma_{yz}=0.35$	$\sigma_{xx}=-7.57$ $\sigma_{xy}=-0.75$ $\sigma_{xz}=-0.39$ $\sigma_{yy}=0.72$ $\sigma_{yz}=-3.34$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.42$ $\sigma_2=-0.078$ $\sigma_3=-6.12$	$\sigma_1=3.73$ $\sigma_2=-2.87$ $\sigma_3=-7.71$

tabel 6.21 spanningen in situatie 20

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.90$	$\sigma_{xx}=-3.01$ $\sigma_{xy}=-1.12$ $\sigma_{yy}=1.60$ $\sigma_{yz}=-4.30$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.95$ $\sigma_{yz}=0.55$	$\sigma_{xx}=-7.14$ $\sigma_{xz}=-0.39$ $\sigma_{yy}=-0.43$ $\sigma_{yz}=-0.64$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.85$ $\sigma_{yz}=0.55$	$\sigma_{xx}=-10.2$ $\sigma_{xy}=-1.12$ $\sigma_{xz}=-0.39$ $\sigma_{yy}=1.17$ $\sigma_{yz}=-4.90$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.25$ $\sigma_2=-0.09$ $\sigma_3=-6.92$	$\sigma_1=5.54$ $\sigma_2=-4.17$ $\sigma_3=-10.4$

tabel 6.22 spanningen in situatie 21

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.06$	$\sigma_{xx}=-4.23$ $\sigma_{xy}=-1.50$ $\sigma_{yy}=2.14$ $\sigma_{yz}=-5.73$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.42$ $\sigma_{yz}=0.75$	$\sigma_{xx}=-8.42$ $\sigma_{xz}=-0.38$ $\sigma_{yy}=-0.50$ $\sigma_{yz}=-0.79$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.48$ $\sigma_{yz}=0.75$	$\sigma_{xx}=-12.7$ $\sigma_{xy}=-1.50$ $\sigma_{xz}=-0.38$ $\sigma_{yy}=1.64$ $\sigma_{yz}=-6.72$
hoofdspanningen	$\sigma_1=4.94$ $\sigma_2=-0.06$ $\sigma_3=-9.66$	$\sigma_1=7.63$ $\sigma_2=-5.72$ $\sigma_3=-13.0$

tabel 6.23 spanningen in situatie 22

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.32$	$\sigma_{xx}=-3.92$ $\sigma_{xy}=-0.70$ $\sigma_{yy}=1.03$ $\sigma_{yz}=-2.76$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.28$ $\sigma_{yz}=0.45$	$\sigma_{xx}=-5.37$ $\sigma_{xz}=0.26$ $\sigma_{yy}=-0.10$ $\sigma_{yz}=-0.36$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.60$ $\sigma_{yz}=0.45$	$\sigma_{xx}=-8.57$ $\sigma_{xy}=-0.70$ $\sigma_{xz}=0.26$ $\sigma_{yy}=0.93$ $\sigma_{yz}=-3.12$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.28$ $\sigma_2=-0.13$ $\sigma_3=-5.92$	$\sigma_1=3.66$ $\sigma_2=-2.68$ $\sigma_3=-8.62$

tabel 6.24 spanningen in situatie 23

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.79$	$\sigma_{xx}=-5.62$ $\sigma_{xy}=-1.04$ $\sigma_{yy}=1.55$ $\sigma_{yz}=-4.14$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.69$ $\sigma_{yz}=0.68$	$\sigma_{xx}=-6.36$ $\sigma_{xz}=0.44$ $\sigma_{yy}=-0.10$ $\sigma_{yz}=-0.48$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.48$ $\sigma_{yz}=0.68$	$\sigma_{xx}=-12.0$ $\sigma_{xy}=-1.04$ $\sigma_{xz}=0.44$ $\sigma_{yy}=1.45$ $\sigma_{yz}=-4.62$
hoofdspanningen	$\sigma_1 = 2.01$ $\sigma_2 = -0.17$ $\sigma_3 = -6.62$	$\sigma_1 = 5.47$ $\sigma_2 = -3.94$ $\sigma_3 = -12.1$

tabel 6.25 spanningen in situatie 24

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.26$	$\sigma_{xx}=-7.32$ $\sigma_{xy}=-1.39$ $\sigma_{yy}=2.07$ $\sigma_{yz}=-5.53$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.09$ $\sigma_{yz}=0.91$	$\sigma_{xx}=-7.30$ $\sigma_{xz}=0.62$ $\sigma_{yy}=-0.10$ $\sigma_{yz}=-0.59$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.35$ $\sigma_{yz}=0.91$	$\sigma_{xx}=-14.6$ $\sigma_{xy}=-1.39$ $\sigma_{xz}=0.62$ $\sigma_{yy}=1.97$ $\sigma_{yz}=-6.12$
hoofdspanningen	$\sigma_1 = 2.79$ $\sigma_2 = -0.19$ $\sigma_3 = -7.38$	$\sigma_1 = 7.28$ $\sigma_2 = -5.19$ $\sigma_3 = -14.7$

tabel 6.26 spanningen in situatie 25

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.25$	$\sigma_{xx}=-5.79$ $\sigma_{xy}=-0.64$ $\sigma_{yy}=0.99$ $\sigma_{yz}=-2.66$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.18$ $\sigma_{yz}=0.46$	$\sigma_{xx}=-5.31$ $\sigma_{xz}=0.39$ $\sigma_{yy}=0.10$ $\sigma_{yz}=-0.25$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.43$ $\sigma_{yz}=0.46$	$\sigma_{xx}=-11.1$ $\sigma_{xy}=-0.64$ $\sigma_{xz}=0.39$ $\sigma_{yy}=1.09$ $\sigma_{yz}=-2.91$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.17$ $\sigma_2=-0.15$ $\sigma_3=-5.80$	$\sigma_1=3.54$ $\sigma_2=-2.41$ $\sigma_3=-11.1$

tabel 6.27 spanningen in situatie 26

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-1.69$	$\sigma_{xx}=-7.90$ $\sigma_{xy}=-0.97$ $\sigma_{yy}=1.49$ $\sigma_{yz}=-3.99$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.54$ $\sigma_{yz}=0.69$	$\sigma_{xx}=-6.09$ $\sigma_{xz}=0.59$ $\sigma_{yy}=0.10$ $\sigma_{yz}=-0.33$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-3.32$ $\sigma_{yz}=0.69$	$\sigma_{xx}=-14.0$ $\sigma_{xy}=-0.97$ $\sigma_{xz}=0.59$ $\sigma_{yy}=1.59$ $\sigma_{yz}=-4.32$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.90$ $\sigma_2=-0.18$ $\sigma_3=-6.49$	$\sigma_1=5.25$ $\sigma_2=-3.59$ $\sigma_3=-14.1$

tabel 6.28 spanningen in situatie 27

(N/mm ²)	Punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-2.13$	$\sigma_{xx}=-10.0$ $\sigma_{xy}=-1.29$ $\sigma_{yy}=1.99$ $\sigma_{yz}=-5.32$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.90$ $\sigma_{yz}=0.91$	$\sigma_{xx}=-6.83$ $\sigma_{xz}=0.78$ $\sigma_{yy}=0.11$ $\sigma_{yz}=-0.40$
Totaal	$\sigma_{xx}=-4.77$ $\sigma_{xz}=-4.03$ $\sigma_{yz}=0.91$	$\sigma_{xx}=-16.8$ $\sigma_{xy}=-1.29$ $\sigma_{xz}=0.78$ $\sigma_{yy}=2.10$ $\sigma_{yz}=-5.72$
hoofdspanningen	$\sigma_1=2.55$ $\sigma_2=-0.22$ $\sigma_3=-7.10$	$\sigma_1=6.96$ $\sigma_2=-4.76$ $\sigma_3=-16.9$

In tabel 6.29 zijn de grootste hoofdspanningen samengevat ter plaatse van zowel de oplegging als de puntlast. De blauwe waarden zijn groter dan 2.10 De rode waarden zijn groter dan 4.25 N/mm².

tabel 6.29 grootste hoofdspanningen

Situatie	Oplegging (punt 2)	Puntlast	Situatie	Oplegging (punt 2)	Puntlast	Situatie	Oplegging (punt 2)	Puntlast
1	2.77	2.90	10	1.92	3.24	19	1.42	3.73
2	4.10	4.39	11	2.97	4.86	20	2.25	5.54
3	5.48	5.67	12	4.02	6.47	21	4.94	7.63
4	2.34	2.81	13	1.69	3.21	22	1.28	3.66
5	3.48	4.14	14	2.60	4.77	23	2.01	5.47
6	4.58	5.47	15	3.53	6.31	24	2.79	7.28
7	2.07	2.62	16	1.54	2.95	25	1.17	3.54
8	3.05	3.78	17	2.33	4.38	26	1.90	5.25
9	4.05	5.04	18	3.25	5.78	27	2.55	6.96

6.3 Conclusies

In alle situaties blijkt dat één of beide grootste hoofdspanningen groter worden dan de rekenwaarde van de treksterkte (2.10 N/mm²). Derhalve mogen geen van de openingen zo worden uitgevoerd. Zelfs in situatie 1, die in de praktijk heel gebruikelijke is, is de spanning groter dan toegelaten in de Nederlandse normen. Als verzachtende omstandigheid merken we op dat de treksterkte van prefab beton vaak aanzienlijk groter is dan volgens de normen wordt toegelaten.

De volgende trends kunnen waargenomen worden in tabel 6.29. Als de opening lengte n groter wordt dan worden de hoofdspansingen in beide materiaalpunten groter. Dit is zoals verwacht omdat de puntlast groter wordt en daardoor ook de wringende momenten en de dwarskrachten. Als de openingsbreedte b groter wordt dan worden zowel de hoofdspanning bij de oplegging als de hoofdspanning bij puntlast kleiner. Dit komt doordat de puntlast kleiner wordt. Als de overspanning L groter wordt dan wordt de hoofdspanning bij oplegging kleiner en de hoofdspanning bij puntlast groter. De kleinere spanning ontstaat doordat de maximale nuttige belasting van een langere plaat kleiner is.

In alle gevallen is de spanningstoestand ter plaatse van de puntlasten op de doorgaande platen maatgevend. De trend in de resultaten doet vermoeden dat bij kleinere overspanningen de spanningstoestand in de doorgaande platen ter plaatse van de oplegging maatgevend is.

De nuttige belasting op de vloer heeft een aanzienlijk aandeel in de spanningen. Als de nuttige belasting zou worden gereduceerd dan zouden sommige van de openingen toelaatbaar zijn. Generaliserend kunnen we concluderen dat brede openingen ($b \geq 2.4$) vaak goed kunnen worden uitgevoerd met een raveelijzer. Lange openingen ($n \geq 3$) zijn problematisch.

7 Ontwerpgrafiek

In dit hoofdstuk wordt een ontwerpgrafiek berekend voor twee veelvoorkomende situaties in de bouw. De twee situaties zijn getoond in de figuren 7.1 en 7.2. In deze grafiek kan men de toelaatbare belasting aflezen als functie van de overspanning. Op deze manier kan een constructeur eenvoudig zien of een kanaalplaat VX400 voldoet voor een bepaalde situatie.

Een lijn in de grafiek is verkregen door drie punten te berekenen. Deze punten zijn bepaald door bij een bepaalde overspanning L de nuttige belasting q_{nut} te zoeken zodanig dat de grootste hoofdspanning overeen komt met de treksterkte van het beton. Dit zoeken vond proberenderwijs plaats (trial and error). Het blijkt dat ongeveer tien iteraties nodig zijn om een punt met voldoende nauwkeurigheid te vinden.

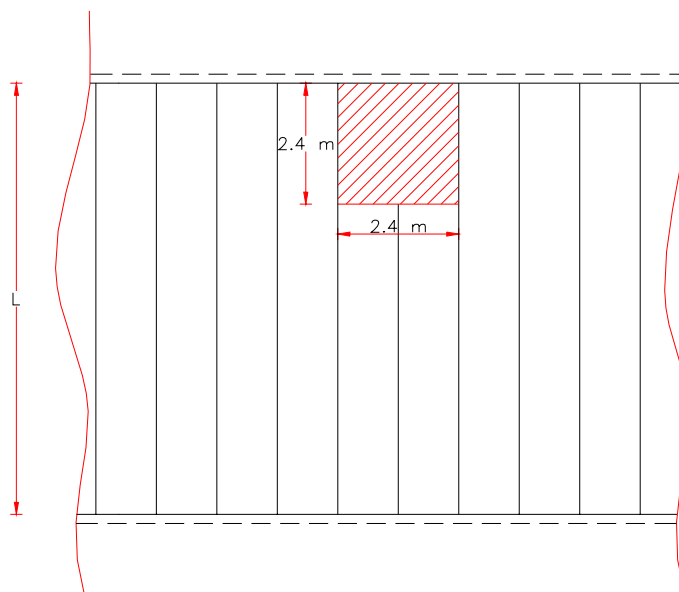


fig. 7.1 bovenaanzicht van situatie 1

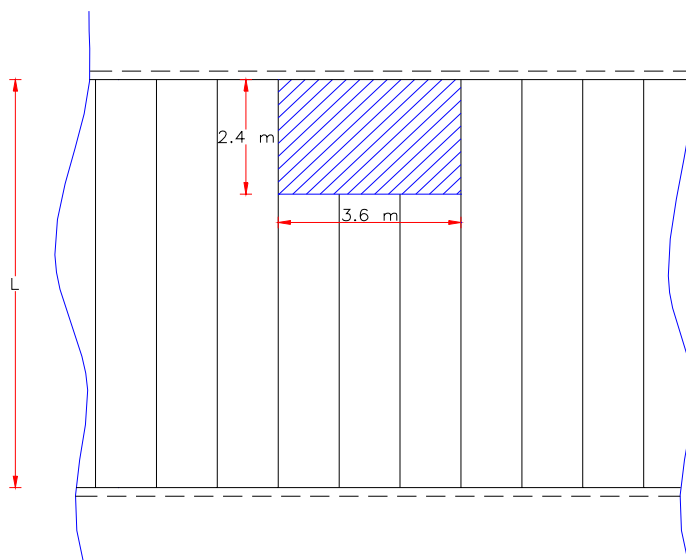


fig. 7.2 bovenaanzicht van situatie 2

7.1 resultaten

De uitkomsten van situatie 1 staan in tabel 7.1-7.3, de uitkomsten van situatie 2 staan in tabel 7.4-7.6. De volgende wapeningsverdeling wordt toegepast X9

$$F_{pi} = -1340 * 9 * \frac{1}{4} * \pi * 12.5^2$$

$$F_{pi} = -1480 \text{ kN}$$

$$M_{pi} = h_0 * F_{pi}$$

$$M_{pi} = 164 * -1480$$

$$M_{pi} = -243 \text{ kNm}$$

tabel 7.1 spanningen in situatie 1: $q=21\text{kN/m}^2, L=10\text{m}$

(N/mm ²)	Oplegging (punt 2)	T.p.v.puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-0.58$	$\sigma_{xx}=-2.05$ $\sigma_{xy}=-0.28$ $\sigma_{yy}=0.48$ $\sigma_{yz}=-1.30$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.07$ $\sigma_{yz}=0.70$	$\sigma_{xx}=-10.64$ $\sigma_{xz}=0.47$ $\sigma_{yy}=0.04$ $\sigma_{yz}=-0.56$
Totaal	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-2.65$ $\sigma_{yz}=0.70$	$\sigma_{xx}=-12.7$ $\sigma_{xy}=-0.28$ $\sigma_{xz}=0.47$ $\sigma_{yy}=0.48$ $\sigma_{yz}=-1.86$
hoofdspanningen	$\sigma_1=1.64$ $\sigma_2=-0.21$ $\sigma_3=-5.0$	$\sigma_1=2.13$ $\sigma_2=-1.63$ $\sigma_3=-12.7$

tabel 7.2 spanningen in situatie 1: $q=7.5 \text{ kN/m}^2, L=11.5\text{m}$

(N/mm ²)	Oplegging (punt 2)	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-0.70$	$\sigma_{xx}=-2.96$ $\sigma_{xy}=-0.34$ $\sigma_{yy}=0.58$ $\sigma_{yz}=-1.55$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-0.91$ $\sigma_{yz}=0.33$	$\sigma_{xx}=-4.59$ $\sigma_{xz}=0.23$ $\sigma_{yy}=0.02$ $\sigma_{yz}=-0.25$
Totaal	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-1.61$ $\sigma_{yz}=0.33$	$\sigma_{xx}=-7.55$ $\sigma_{xy}=-0.34$ $\sigma_{xz}=0.23$ $\sigma_{yy}=0.60$ $\sigma_{yz}=-1.80$
hoofdspanningen	$\sigma_1=0.75$ $\sigma_2=-0.13$ $\sigma_3=-4.20$	$\sigma_1=2.14$ $\sigma_2=-1.52$ $\sigma_3=-7.57$

tabel 7.3 spanningen in situatie 1: $q=0 \text{ kN/m}^2, L=12.5\text{m}$

(N/mm ²)	Oplegging (punt 2)	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-1.62$	$\sigma_{xx}=-3.56$ $\sigma_{xy}=-0.39$ $\sigma_{yy}=0.64$ $\sigma_{yz}=-1.72$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=0$ $\sigma_{yz}=0$	$\sigma_{xx}=0$ $\sigma_{xz}=0$ $\sigma_{yy}=0$ $\sigma_{yz}=0$
Totaal	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-1.62$ $\sigma_{yz}=0$	$\sigma_{xx}=-3.56$ $\sigma_{xy}=-0.39$ $\sigma_{xz}=0$ $\sigma_{yy}=0.64$ $\sigma_{yz}=-1.72$
hoofdspanningen	$\sigma_1=0.62$ $\sigma_2=0$ $\sigma_3=-4.20$	$\sigma_1=2.09$ $\sigma_2=-1.40$ $\sigma_3=-3.60$

tabel 7.4 spanningen in situatie2: $q=39 \text{ kN/m}^2, L=7\text{m}$

(N/mm ²)	Oplegging (punt 2)	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-0.44$	$\sigma_{xx}=-0.40$ $\sigma_{xy}=-0.35$ $\sigma_{yy}=0.44$ $\sigma_{yz}=-1.18$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-2.64$ $\sigma_{yz}=0.92$	$\sigma_{xx}=-11.87$ $\sigma_{xz}=0.78$ $\sigma_{yy}=0.13$ $\sigma_{yz}=-0.52$
Totaal	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-3.08$ $\sigma_{yz}=0.92$	$\sigma_{xx}=-12.3$ $\sigma_{xy}=-0.35$ $\sigma_{xz}=0.78$ $\sigma_{yy}=0.57$ $\sigma_{yz}=-1.70$
hoofdspanningen	$\sigma_1 = 2.08$ $\sigma_2 = -0.27$ $\sigma_3 = -5.4$	$\sigma_1 = 2.05$ $\sigma_2 = -1.42$ $\sigma_3 = -12.4$

tabel 7.5 spanningen in situatie 2: $q=18\text{kN/m}^2, L=8\text{m}$

(N/mm ²)	Oplegging (punt 2)	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-0.55$	$\sigma_{xx}=-1.45$ $\sigma_{xy}=-0.30$ $\sigma_{yy}=0.54$ $\sigma_{yz}=-1.43$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz}=-1.51$ $\sigma_{yz}=0.55$	$\sigma_{xx}=-6.70$ $\sigma_{xz}=0.48$ $\sigma_{yy}=0.08$ $\sigma_{yz}=-0.31$
Totaal	$\sigma_{xx}=-3.58$ $\sigma_{xz}=-2.06$ $\sigma_{yz}=0.55$	$\sigma_{xx}=-8.15$ $\sigma_{xy}=-0.30$ $\sigma_{xz}=0.48$ $\sigma_{yy}=0.62$ $\sigma_{yz}=-1.74$
hoofdspanningen	$\sigma_1 = 1.16$ $\sigma_2 = -0.21$ $\sigma_3 = -4.53$	$\sigma_1 = 2.11$ $\sigma_2 = -1.45$ $\sigma_3 = -8.18$

tabel 7.6 spanningen in situatie 2: $q=0\text{ kN/m}^2, L=9\text{m}$

(N/mm ²)	(Oplegging) punt 2	T.p.v. puntlast
Eigen gewicht	$\sigma_{xx}=-3.58$	$\sigma_{xx}=-1.87$

	$\sigma_{xz} = -0.66$	$\sigma_{xy} = -0.35$ $\sigma_{yy} = 0.63$ $\sigma_{yz} = -1.69$
Nuttige belasting	$\sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{yz} = 0$	$\sigma_{xx} = 0$ $\sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{yy} = 0$ $\sigma_{yz} = 0$
Totaal	$\sigma_{xx} = -3.58$ $\sigma_{xz} = -0.66$ $\sigma_{yz} = 0$	$\sigma_{xx} = -1.87$ $\sigma_{xy} = -0.35$ $\sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{yy} = 0.63$ $\sigma_{yz} = -1.69$
Hoofdspanningen	$\sigma_1 = 0.12$ $\sigma_2 = 0$ $\sigma_3 = -3.70$	$\sigma_1 = 2.05$ $\sigma_2 = -1.32$ $\sigma_3 = -1.98$

7.2 Ontwerpgrafiek

Op basis van de resultaten uit de vorige paragraaf kan een ontwerpgrafiek worden opgesteld voor de beide openingen (fig. 7.3). Hierin is ook de lijn getoond, die gebruikt kan worden, wanneer geen opening aanwezig zou zijn [5].

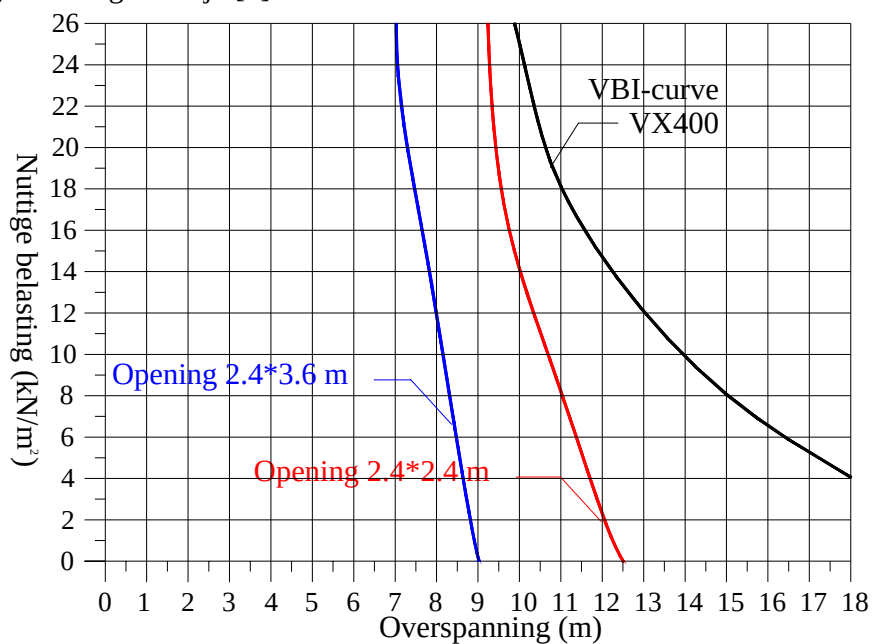


fig. 7.3 ontwerpgrafiek voor situatie 1 en 2

7.3 Conclusies

Zoals verwacht wordt de toelaatbare nuttige belasting lager wanneer de openingen groter worden bij een bepaalde overspanning.

Naarmate de opening groter wordt, gaat de grafiek steiler lopen. Dit wordt veroorzaakt doordat het eigen gewicht bij grote openingen gaat overheersen.

Bij de kleinste overspanning blijkt de spanningstoestand ter plaatse van de oplegging van de doorgaande kanaalplaten maatgevend. In alle andere gevallen is de spanningstoestand in de doorgaande platen ter plaatse van de puntlasten maatgevend.

8 Eindconclusies en aanbevelingen

Onderscheid dient te worden gemaakt tussen de spanningen veroorzaakt door het eigengewicht en voorspanning en spanningen veroorzaakt door de veranderlijke belasting wanneer de voegen gevuld zijn. Voor de uiterste grenstoestand moeten deze spanningen worden gesommeerd. De eerstgenoemde spanningen kunnen met de hand worden berekend. Voor de laatste is een eindige-elementenberekening noodzakelijk gebleken.

Veel van de belasting op de onderbroken platen wordt afgedragen via de voegen. Het lijkt daarom dat het raveelijzer weinig bijdraagt aan de krachtswerking ten gevolge van de nuttige belasting in een vloer. In theorie zouden we deze zelfs kunnen weglaten. Uiteraard is voor de uitvoering wel een raveelijzer nodig om de platen te ondersteunen zolang de voegen nog niet zijn gevuld.

Een wijde opening in de richting van de kanaalplaten geeft geen grote spanningen in de doorgaande kanaalplaten. De grootste spanningen worden zelfs kleiner naarmate de opening wijder wordt. Wanneer de opening breder wordt in de dwarsrichting van de platen, nemen de grootste hoofdspanningen sterk toe.

Het blijkt dat een opening van twee kanaalplaten eigenlijk te grote spanningen geeft als bij het dimensioneren van de platen geen rekening is gehouden met deze opening. Niettemin komt dit in de praktijk regelmatig voor zonder dat het tot problemen leidt. Waarschijnlijk komt dit doordat de werkelijke treksterkte veel groter is dan de toelaatbare treksterkte volgens de norm.

Bij kleinere overspanningen is de spanningstoestand in de doorgaande platen ter plaatse van de oplegging maatgevend. Bij grote overspanningen is de spanningstoestand in de doorgaande plaat ter plaatse van de oplegging van het raveelijzer maatgevend.

In het verslag is een ontwerpgrafiek gemaakt voor één type plaat en voorspanning met een bepaalde opening naast de oplegging. Dit soort grafieken zijn bijzonder praktisch zijn voor het dimensioneren van kanaalplaatvloeren door een ontwerpend constructeur. Om alle ontwerp situaties te bestrijken zouden vele van deze grafieken kunnen worden gemaakt.

Het interpoleren van de hierboven genoemde ontwerpgrafieken is arbeidsintensief. Bovendien komen in de praktijk bijzondere situaties voor die niet door de grafieken kunnen worden bestreken. Daarom ligt het voor de hand dat een softwarebureau een speciaal eindige-elementen-programma maakt voor kanaalplaatvloeren. Met dit programma zou een constructeur in een paar minuten een vloer kunnen invoeren. Het programma zou de spanningen kunnen berekenen en toetsen met de in dit project ontwikkelde formules. De constructeur kan vervolgens snel ontwerpverbeteringen uitproberen.

Literatuurlijst

- [1] Elasticiteitstheorie Deel II, TUDelft, Prof. dr. ir. J. Blaauwendraad, september 1999 pag. 6.30
- [2] Elasticiteitstheorie Deel I, TUDelft, Prof. dr. ir. J. Blaauwendraad, september 1998 pag. 1-7
- [3] Collegedictaat Numerical mechanics, the displacement methods, A. W. M. Kok & Users Guide of KOLA, Ingenieursbureau Lamers, Naaldwijk
- [4] Handboek voor VBI plaatvloeren, 2^e druk januari 2001, pag. 9
- [5] Grote openingen in kanaalplaten, probleemanalyse en literatuurstudie, L. Span, mei 2001

BIJLAGE 1

DIKWANDIGE BENADERING MET TWEE LIJVEN

> **a:=S*(w/t*h+w/t*h+(w/t)*(n*b+(n-1)*t)+(w/t)*(n*b+(n-1)*t));**

$$a := S \left(2 \frac{w h}{t} + \frac{2 w (n b + (n - 1) t)}{t} \right)$$

> **c:=((n*b+(n-1)*t)*h*p);**

$$c := (n b + (n - 1) t) h p$$

> **solve({a=c},{w});**

$$\{ w = \frac{1}{2} \frac{(n b + t n - t) h p t}{S (h + n b + t n - t)} \}$$

> **b:=h:t:=1/4*h:p:=2*theta:S:=1/G:**

> **phi:=1/2*(n*b+t*n-t)*h*p/S/(h+n*b+t*n-t)*t:**

> **simplify(phi);**

$$\frac{1}{4} \frac{h^2 (5 n - 1) \theta G}{3 + 5 n}$$

> **Mw:=2*phi*((n*b+(n-1)*t)*h+2*1/2*t*h+2*1/2*t*(n*b+(n-1)*t)+4*1/3*t*t):**

> **simplify(Mw);**

$$\frac{1}{96} \frac{h^4 (5 n - 1) \theta G (75 n + 1)}{3 + 5 n}$$

> **Iw:=Mw/(G*theta):**

> **simplify(Iw);**

$$\frac{1}{96} \frac{h^4 (5 n - 1) (75 n + 1)}{3 + 5 n}$$

> **si:=(phi/(Mw*1/4*h)):**

> **sigma:=(Mw*si):**

> **sigma:=simplify(sigma);**

$$\sigma := 96 \frac{M w}{h^3 (75 n + 1)}$$

BIJLAGE 2

DIKWANDIGE BENADERING MET VIER LIJVEN

> eq1:=S*(2*(w2/t)*b+(w2/t)*h+(w2-w1)/t*h)=b*h*p;

$$eq1 := S \left(2 \frac{w2 b}{t} + \frac{w2 h}{t} + \frac{(w2 - w1) h}{t} \right) = b h p$$

> eq2:=S*(2*(w1-w2)/t*h+2*w1/t*((n-2)*b+(n-3)*t))=((n-2)*b+(n-3)*t)*h*p;

$$eq2 := S \left(2 \frac{(w1 - w2) h}{t} + \frac{2 w1 ((n - 2) b + (n - 3) t)}{t} \right) = ((n - 2) b + (n - 3) t) h p$$

> b:=h:t:=1/4*h:

> solve({eq1,eq2},{w1,w2});

$$\{ w2 = \frac{5}{32} \frac{h^2 p (3n - 5)}{S(-8 + 5n)}, w1 = \frac{1}{8} \frac{h^2 p (5n - 9)}{S(-8 + 5n)} \}$$

> p:=2*theta:S:=1/G:

> phi1:=1/8*h^2*p*(-9+5*n)/S/(-8+5*n);

$$\phi1 := \frac{1}{4} \frac{h^2 \theta (5n - 9) G}{-8 + 5n}$$

> phi2:=5/32*h^2*p*(-5+3*n)/S/(-8+5*n);

$$\phi2 := \frac{5}{16} \frac{h^2 \theta (3n - 5) G}{-8 + 5n}$$

> MW:=2*(phi1*((n-2)*b+(n-3)*t)*h+2*phi2*b*h+2*1/2*h*t*phi2+2*(phi1+phi2)/2*t*h+2*1/2*((n-2)*b+(n-3)*t)*t*phi1+4*1/2*b*t*phi2+phi2*1/3*4*t*t+(phi1+phi2)/2/2*4*t*t):

> simplify(MW);

$$\frac{5}{384} \frac{h^4 \theta G (300 n^2 - 687 n + 325)}{-8 + 5n}$$

> Iw:=MW/(G*theta):

> simplify(Iw);

$$\frac{5}{384} \frac{h^4 (300 n^2 - 687 n + 325)}{-8 + 5n}$$

> si1:=(phi1/(MW*1/4*h)):

> si2:=(phi2/(MW*1/4*h)):

> sigma1:=(Mw*si1):

> sigma2:=(Mw*si2):

> sigma1:=simplify(sigma1);

$$\sigma1 := \frac{384}{5} \frac{(5n - 9) Mw}{h^3 (300 n^2 - 687 n + 325)}$$

> **sigma2:=simplify(sigma2);**

$$\sigma_2 := 96 \frac{(3n - 5)M_w}{h^3(300n^2 - 687n + 325)}$$

> **sigma3:=sigma1-sigma2:**

> **sigma3:=simplify(sigma3);**

$$\sigma_3 := \frac{96}{5} \frac{M_w(5n - 11)}{h^3(300n^2 - 687n + 325)}$$

BIJLAGE 3

DIKWANDIGE BENADERING MET ZES LIJVEN

```

> eq1:=S*(2*(w3/t)*b+(w3/t)*h+(w3-w2)/t*h)=b*h*p;

$$eq1 := S \left( 2 \frac{w3 b}{t} + \frac{w3 h}{t} + \frac{(w3 - w2) h}{t} \right) = b h p$$

> eq2:=S*(2*(w2/t)*b+(w2-w3)/t*h+(w2-w1)/t*h)=b*h*p;

$$eq2 := S \left( 2 \frac{w2 b}{t} + \frac{(w2 - w3) h}{t} + \frac{(w2 - w1) h}{t} \right) = b h p$$

> eq3:=S*(2*(w1-w2)/t*h+2*(w1/t)*((n-4)*b+(n-5)*t))=((n-4)*b+(n-5)*t)*h*p;

$$eq3 := S \left( 2 \frac{(w1 - w2) h}{t} + \frac{2 w1 ((n - 4) b + (n - 5) t)}{t} \right) = ((n - 4) b + (n - 5) t) h p$$

> b:=h:t:=1/4*h:
> solve({eq1,eq2,eq3},{w1,w2,w3});

$$\{ w3 = \frac{1}{8} \frac{h^2 p (55 n - 199)}{S (-271 + 75 n)}, w1 = \frac{25}{8} \frac{h^2 p (3 n - 11)}{S (-271 + 75 n)}, w2 = \frac{1}{4} \frac{h^2 p (35 n - 127)}{S (-271 + 75 n)} \}$$

> p:=2*theta:S:=1/G:
> phi1:=25/8*p*h^2*(-11+3*n)/S/(-271+75*n);

$$\phi1 := \frac{25}{4} \frac{h^2 \theta (3 n - 11) G}{-271 + 75 n}$$

> phi2:=1/4*p*h^2*(-127+35*n)/S/(-271+75*n);

$$\phi2 := \frac{1}{2} \frac{h^2 \theta (35 n - 127) G}{-271 + 75 n}$$

> phi3:=1/8*p*h^2*(-199+55*n)/S/(-271+75*n);

$$\phi3 := \frac{1}{4} \frac{h^2 \theta (55 n - 199) G}{-271 + 75 n}$$

> MW:=2*(phi1*((n-4)*b+(n-5)*t)*h+2*phi2*b*h+2*phi3*b*h+2*1/2*h*t*phi3+2*(phi2+phi3)/2*t*h+2*(phi1+phi2)/2*t*h+2*1/2*((n-4)*b+(n-5)*t)*t*phi1+1/2*4*phi2*b*t+1/2*4*phi3*b*t+phi3*1/3*4*t*t+(phi1+phi2)/2*1/2*4*t*t+(phi3+phi2)/2*1/2*4*t*t):
> simplify(MW);

$$\frac{1}{96} \frac{h^4 \theta G (5625 n^2 - 24320 n + 14351)}{-271 + 75 n}$$

> Iw:=(MW/G*theta):
> simplify(MW);

$$\frac{1}{96} \frac{h^4 \theta G (5625 n^2 - 24320 n + 14351)}{-271 + 75 n}$$

> si1:=(phi1/(MW*1/4*h)):
> si2:=(phi2/(MW*1/4*h)):
> si3:=(phi3/(MW*1/4*h)):
> sigma1:=(MW*si1):
> sigma2:=(MW*si2):
> sigma3:=(MW*si3):
> sigma1:=simplify(sigma1);

```


$$\sigma_1 := 2400 \frac{(3n - 11) Mw}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

> **sigma2:=simplify(sigma2);**

$$\sigma_2 := 192 \frac{(35n - 127) Mw}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

> **sigma3:=simplify(sigma3);**

$$\sigma_3 := 96 \frac{(55n - 199) Mw}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

> **sigma4:=sigma2-sigma3:**

> **sigma5:=sigma1-sigma2:**

> **sigma4:=simplify(sigma4);**

$$\sigma_4 := 480 \frac{(3n - 11) Mw}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

> **sigma5:=simplify(sigma5);**

$$\sigma_5 := 96 \frac{Mw (5n - 21)}{h^3 (5625n^2 - 24320n + 14351)}$$

BIJLAGE 4

WRINGTRAAGHEIDSMOMENT VAN DE DOORSNEDE

```

> a:=S*(w/t3*h+w/t3*h+(w/t1)*(n*b+(n-1)*t4)+(w/t2)*(n*b+(n-1)*t4));

$$a := S \left( 2 \frac{w h}{t3} + \frac{w (n b + (n - 1) t4)}{t1} + \frac{w (n b + (n - 1) t4)}{t2} \right)$$

> c:=((n*b+(n-1)*t4)*h*p);

$$c := (n b + (n - 1) t4) h p$$

> solve({a=c},{w});

$$\{w = \frac{(n b + t4 n - t4) h p t3 t1 t2}{S (2 h t1 t2 + t3 t2 n b + t3 t2 t4 n - t3 t2 t4 + t3 t1 n b + t3 t1 t4 n - t3 t1 t4)}\}$$

> p:=2*theta:S:=1/G:
> phi:=(n*b+t4*n-t4)*h*p*t3*t1*t2/(S*(2*h*t1*t2+t3*t2*n*b+t3*t2*t4*n-t3*t2*t4+t3*t1*n*b+t3*t1*t4*n-t3*t1*t4)):
> simplify(phi);

$$2 \frac{(n b + t4 n - t4) h \theta G t3 t1 t2}{2 h t1 t2 + t3 t2 n b + t3 t2 t4 n - t3 t2 t4 + t3 t1 n b + t3 t1 t4 n - t3 t1 t4}$$

> Mw:=2*phi*((n*b+(n-1)*t4)*h+2*1/2*t3*h+1/2*t1*(n*b+(n-1)*t4)+1/2*t2*(n*b+(n-1)*t4)+4*1/3*t2*t3):
> simplify(Mw);

$$\frac{2}{3} ((n b + t4 n - t4) h \theta G t3 t1 t2 (6 h n b + 6 h t4 n - 6 h t4 + 6 t3 h + 3 t1 n b + 3 t1 t4 n - 3 t1 t4 + 3 t2 n b + 3 t2 t4 n - 3 t2 t4 + 8 t3 t2)) / (2 h t1 t2 + t3 t2 n b + t3 t2 t4 n - t3 t2 t4 + t3 t1 n b + t3 t1 t4 n - t3 t1 t4)$$

> Iw:=Mw/(G*theta):
> simplify(Iw);

$$\frac{2}{3} ((n b + t4 n - t4) h t3 t1 t2 (6 h n b + 6 h t4 n - 6 h t4 + 6 t3 h + 3 t1 n b + 3 t1 t4 n - 3 t1 t4 + 3 t2 n b + 3 t2 t4 n - 3 t2 t4 + 8 t3 t2)) / (2 h t1 t2 + t3 t2 n b + t3 t2 t4 n - t3 t2 t4 + t3 t1 n b + t3 t1 t4 n - t3 t1 t4)$$


```

BIJLAGE 5

SPANNINGEN BIJ 4 KANALEN

> eq1:=S*((w2/t1)*b+(w2/t2)*b+(w2/t3)*h+(w2-w1)/t4*h)=b*h*p;

$$eq1 := S \left(\frac{w2 b}{t1} + \frac{w2 b}{t2} + \frac{w2 h}{t3} + \frac{(w2 - w1) h}{t4} \right) = b h p$$

> eq2:=S*(2*(w1-w2)/t4*h+w1/t1*((n-2)*b+(n-3)*t4)+w1/t2*((n-2)*b+(n-3)*t4))=((n-2)*b+(n-3)*t4)*h*p;

$$eq2 := S \left(2 \frac{(w1 - w2) h}{t4} + \frac{w1 ((n - 2) b + (n - 3) t4)}{t1} + \frac{w1 ((n - 2) b + (n - 3) t4)}{t2} \right) = ((n - 2) b + (n - 3) t4) h p$$

> solve({eq1,eq2},{w1,w2}):

> p:=2*theta:S:=1/G:

> phi1:=t2*h*p*t1*(b^2*t2*t3*t4*n-
2*b^2*t2*t3*t4+b*t2*t3*t4^2*n-3*b*t2*t3*t4^2+b^2*t1*t3*t4*n-
2*b^2*t1*t3*t4+b*t1*t3*t4^2*n-3*b*t1*t3*t4^2+h*t1*t2*t4*b*n-
2*h*t1*t2*t4*b+h*t1*t2*t4^2*n-
3*h*t1*t2*t4^2+h*t1*t2*t3*b*n+h*t1*t2*t3*t4*n-
3*h*t1*t2*t3*t4)/S/(2*h^2*t1^2*t2^2-
2*b^2*t2^2*t3*t4+b^2*t2^2*t3*t4*n+b*t2^2*t3*t4^2*n-
3*b*t2^2*t3*t4^2+2*b^2*t2*t3*t4*t1*n-4*b^2*t2*t3*t4*t1-
2*b^2*t1^2*t3*t4+2*b*t2*t3*t4^2*t1*n-
6*b*t2*t3*t4^2*t1+b^2*t1^2*t3*t4*n+h*t1*t2^2*t4*b*n+b*t1^2*t3*
t4^2*n-3*b*t1^2*t3*t4^2+h*t1^2*t2*t4^2*n-3*h*t1^2*t2*t4^2-
2*h*t1*t2^2*t4*b+h*t1*t2^2*t4^2*n-
3*h*t1*t2^2*t4^2+h*t1^2*t2*t4*b*n-
2*h*t1^2*t2*t4*b+h*t1*t2^2*t3*b*n+h*t1*t2^2*t3*t4*n-
3*h*t1*t2^2*t3*t4+h*t1^2*t2*t3*b*n+h*t1^2*t2*t3*t4*n-
3*h*t1^2*t2*t3*t4):

> simplify(phi1):

> phi2:=t2*h*p*t1*t3*(b^2*t2*t4*n-2*b^2*t2*t4+b*t2*t4^2*n-
3*b*t2*t4^2+b^2*t1*t4*n-2*b^2*t1*t4+b*t1*t4^2*n-
3*b*t1*t4^2+h*t1*t2*b*n+h*t1*t2*t4*n-
3*h*t1*t2*t4)/(2*h^2*t1^2*t2^2-
2*b^2*t2^2*t3*t4+b^2*t2^2*t3*t4*n+b*t2^2*t3*t4^2*n-
3*b*t2^2*t3*t4^2+2*b^2*t2*t3*t4*t1*n-4*b^2*t2*t3*t4*t1-
2*b^2*t1^2*t3*t4+2*b*t2*t3*t4^2*t1*n-
6*b*t2*t3*t4^2*t1+b^2*t1^2*t3*t4*n+h*t1*t2^2*t4*b*n+b*t1^2*t3*
t4^2*n-3*b*t1^2*t3*t4^2+h*t1^2*t2*t4^2*n-3*h*t1^2*t2*t4^2-
2*h*t1*t2^2*t4*b+h*t1*t2^2*t4^2*n-
3*h*t1*t2^2*t4^2+h*t1^2*t2*t4*b*n-
2*h*t1^2*t2*t4*b+h*t1*t2^2*t3*b*n+h*t1*t2^2*t3*t4*n-
3*h*t1*t2^2*t3*t4+h*t1^2*t2*t3*b*n+h*t1^2*t2*t3*t4*n-
3*h*t1^2*t2*t3*t4)/S:

> simplify(phi2):

> MW:=2*(phi1*((n-2)*b+(n-3)*t4)*h+2*phi2*b*h+2*1/2*h*t3*phi2+2*(phi1+phi2)/2*t4*h+1/2*((n-2)*b+(n-3)*t4)*t1*phi1+1/2*((n-2)*b+(n-3)*t4)*t2*phi1+2*1/2*b*t1*phi2+2*1/2*b*t2*phi2+phi2*1/3*2*t1*t

```

3+phi2*1/3*2*t2*t3+(phi1+phi2)/2/2*2*t1*t4+(phi1+phi2)/2/2*2*t
2*t4):
> simplify(MW):
> Iw:=MW/(G*theta):
> simplify(Iw):
> si1:=(phi1/(MW*t1)):
> si2:=(phi2/(MW*t3)):
> sigma1:=(Mw*si1):
> sigma2:=(Mw*si2):
> sigma1:=simplify(sigma1):
> sigma2:=simplify(sigma2):
> l:=simplify(sigma2/sigma1):
>

```


BIJLAGE 6

SPANNINGEN BIJ 5 KANALEN OF MEER

> eq1:=S*((w3/t1)*b+(w3/t2)*b+(w3/t3)*h+(w3-w2)/t4*h)=b*h*p;

$$eq1 := S \left(\frac{w3 b}{t1} + \frac{w3 b}{t2} + \frac{w3 h}{t3} + \frac{(w3 - w2) h}{t4} \right) = b h p$$

> eq2:=S*((w2/t1)*b+(w2/t2)*b+(w2-w3)/t4*h+(w2-w1)/t4*h)=b*h*p;

$$eq2 := S \left(\frac{w2 b}{t1} + \frac{w2 b}{t2} + \frac{(w2 - w3) h}{t4} + \frac{(w2 - w1) h}{t4} \right) = b h p$$

> eq3:=S*(2*(w1-w2)/t4*h+(w1/t1)*((n-4)*b+(n-5)*t4)+(w1/t2)*((n-4)*b+(n-5)*t4))=((n-4)*b+(n-5)*t4)*h*p;

$$eq3 := S \left(2 \frac{(w1 - w2) h}{t4} + \frac{w1 ((n - 4) b + (n - 5) t4)}{t1} + \frac{w1 ((n - 4) b + (n - 5) t4)}{t2} \right) = ((n - 4) b + (n - 5) t4) h p$$

> solve({eq1, eq2, eq3}, {w1, w2, w3}):

> p:=2*theta:S:=1/G:

> phi1:=2*t1*h*theta*G*t2*(-6*b*h^2*t1^2*t2^2*t4-10*h*t1*t2^2*t3*b^2*t4+h^2*t1^2*t2^2*t3*t4*n+2*h^2*t1^2*t2^2*t4^2*n+t2^2*t4^3*n*b^2*t3+t2^2*t4^2*b^3*n*t3-5*t2^2*t4^3*b^2*t3+t4^2*b^3*n*t1^2*t3-5*t4^3*b^2*t1^2*t3-4*b^3*t2^2*t4^2*t3+t4^3*n*b^2*t1^2*t3-4*b^3*t4^2*t1^2*t3-10*h*t1^2*t2*t3*b^2*t4+h^2*t1^2*t2^2*t3*b*n-10*h^2*t1^2*t2^2*t4^2+2*h^2*t1^2*t2^2*t4*b*n-5*h^2*t1^2*t2^2*t3*t4-4*b^2*t1^2*t4^2*h*t2-15*b*t1^2*t4^2*h*t2*t3+3*b^2*t1^2*t4*h*t2*t3*n-5*b*t1^2*t4^3*h*t2+b^2*t1^2*t4^2*h*t2*n+b*t1^2*t4^3*h*t2*n-8*b^3*t2*t4^2*t1*t3-15*b*t2^2*t4^2*h*t1*t3+3*b^2*t2^2*t4*h*t1*t3*n-4*b^2*t2^2*t4^2*h*t1-5*b*t2^2*t4^3*h*t1+b^2*t2^2*t4^2*h*t1*n+b*t2^2*t4^3*h*t1*n+2*b^2*t2*t4^3*t1*t3*n-10*b^2*t2*t4^3*t1*t3+2*b^3*t2*t4^2*t1*t3*n+3*b*t2^2*t4^2*h*t1*t3*n+3*b*t1^2*t4^2*h*t2*t3*n)/(-4*b^3*t1^3*t4^2*t3-4*b^3*t2^3*t4^2*t3+2*h^3*t1^3*t2^3-10*t2^3*t4^2*h^2*t1^2-6*h^2*t1^2*t2^3*b*t4-20*h*t1^2*t2^2*b^2*t4*t3+t2^3*t4^2*b^2*n*h*t1+t2^3*b*n*h^2*t1^2*t3+t2^3*t4^2*b^3*n*t3-5*t1^3*t4*h^2*t2^2*t3-10*h*t1^3*t2*b^2*t4*t3-12*b^3*t2^2*t4^2*t1*t3+2*t2^2*t4^2*b^2*n*t1^2*h+t2^3*t4^3*n*b*h*t1-6*h^2*t1^3*t2^2*b*t4-10*h*t1*t2^3*b^2*t4*t3+t2^3*t4^3*n*b^2*t3+6*t2^2*t4*b^2*n*t1^2*h*t3+3*t2*t4^3*n*b^2*t1^2*t3+2*t2^2*t4^3*n*b*t1^2*h-4*b^2*t1^3*t4^2*h*t2+3*t2^3*t4*b^2*n*h*t1*t3-4*b^2*t2^3*t4^2*h*t1+3*t2^2*t4^2*b^3*n*t1*t3+2*t2^3*t4*b*n*h^2*t1^2+3*t2*t4^2*b^3*n*t1^2*t3+t1^3*t4^3*n*b*h*t2-15*t2^2*t4^3*b^2*t1*t3+3*t2^3*t4^2*n*b*h*t1*t3+2*t1^3*t4^2*n*h^2*t2^2+6*t2^2*t4^2*n*b*t1^2*h*t3+3*t2^2*t4^3*n*b^2*t1*t3-8*b^2*t2^2*t4^2*t1^2*h-10*t2^2*t4^3*b*t1^2*h-5*t2^3*t4*h^2*t1^2*t3-15*t2^3*t4^2*b*h*t1*t3+t1^3*t4*n*h^2*t2^2*t3-30*t2^2*t4^2*b*t1^2*h*t3-

```

12*b^3*t2*t4^2*t1^2*t3+2*t2^3*t4^2*n*h^2*t1^2+t1^3*t4^2*b^3*n*
t3-5*t2^3*t4^3*b^2*t3-5*t2^3*t4^3*b*h*t1-
15*t2*t4^3*b^2*t1^2*t3+3*t1^3*t4^2*n*b*h*t2*t3+2*t1^3*t4*b*n*h
^2*t2^2+t1^3*b*n*h^2*t2^2*t3+t2^3*t4*n*h^2*t1^2*t3+3*t1^3*t4*b
^2*n*h*t2*t3-5*t1^3*t4^3*b*h*t2-
15*t1^3*t4^2*b*h*t2*t3+t1^3*t4^3*n*b^2*t3+t1^3*t4^2*b^2*n*h*t2
-10*t1^3*t4^2*h^2*t2^2-5*t1^3*t4^3*b^2*t3):
> simplify(phi1):
> phi2:=2*t1*h*theta*G*t2*(-2*b*h^2*t1^2*t2^2*t4-
10*h*t1*t2^2*t3*b^2*t4+h^2*t1^2*t2^2*t3*t4*n+h^2*t1^2*t2^2*t4^
2*n+t2^2*t4^3*n*b^2*t3+t2^2*t4^2*b^3*n*t3-
5*t2^2*t4^3*b^2*t3+t4^2*b^3*n*t1^2*t3-5*t4^3*b^2*t1^2*t3-
4*b^3*t2^2*t4^2*t3+t4^3*n*b^2*t1^2*t3-4*b^3*t4^2*t1^2*t3-
10*h*t1^2*t2*t3*b^2*t4+h^2*t1^2*t2^2*t3*b*n-
5*h^2*t1^2*t2^2*t4^2+h^2*t1^2*t2^2*t4*b*n-
5*h^2*t1^2*t2^2*t3*t4-4*b^2*t1^2*t4^2*h*t2-
15*b*t1^2*t4^2*h*t2*t3+3*b^2*t1^2*t4*h*t2*t3*n-
5*b*t1^2*t4^3*h*t2+b^2*t1^2*t4^2*h*t2*n+b*t1^2*t4^3*h*t2*n-
8*b^3*t2*t4^2*t1*t3-
15*b*t2^2*t4^2*h*t1*t3+3*b^2*t2^2*t4*h*t1*t3*n-
4*b^2*t2^2*t4^2*h*t1-
5*b*t2^2*t4^3*h*t1+b^2*t2^2*t4^2*h*t1*n+b*t2^2*t4^3*h*t1*n+2*b
^2*t2*t4^3*t1*t3*n-
10*b^2*t2*t4^3*t1*t3+2*b^3*t2*t4^2*t1*t3*n+3*b*t2^2*t4^2*h*t1*
t3*n+3*b*t1^2*t4^2*h*t2*t3*n)/(-4*b^3*t1^3*t4^2*t3-
4*b^3*t2^3*t4^2*t3+2*h^3*t1^3*t2^3-10*t2^3*t4^2*h^2*t1^2-
6*h^2*t1^2*t2^3*b*t4-
20*h*t1^2*t2^2*b^2*t4*t3+t2^3*t4^2*b^2*n*h*t1+t2^3*b*n*h^2*t1^
2*t3+t2^3*t4^2*b^3*n*t3-5*t1^3*t4*h^2*t2^2*t3-
10*h*t1^3*t2*b^2*t4*t3-
12*b^3*t2^2*t4^2*t1*t3+2*t2^2*t4^2*b^2*n*t1^2*h+t2^3*t4^3*n*b*
h*t1-6*h^2*t1^3*t2^2*b*t4-
10*h*t1*t2^3*b^2*t4*t3+t2^3*t4^3*n*b^2*t3+6*t2^2*t4*b^2*n*t1^2
*h*t3+3*t2*t4^3*n*b^2*t1^2*t3+2*t2^2*t4^3*n*b*t1^2*h-
4*b^2*t1^3*t4^2*h*t2+3*t2^3*t4*b^2*n*h*t1*t3-
4*b^2*t2^3*t4^2*h*t1+3*t2^2*t4^2*b^3*n*t1*t3+2*t2^3*t4*b*n*h^2
*t1^2+3*t2*t4^2*b^3*n*t1^2*t3+t1^3*t4^3*n*b*h*t2-
15*t2^2*t4^3*b^2*t1*t3+3*t2^3*t4^2*n*b*h*t1*t3+2*t1^3*t4^2*n*h
^2*t2^2+6*t2^2*t4^2*n*b*t1^2*h*t3+3*t2^2*t4^3*n*b^2*t1*t3-
8*b^2*t2^2*t4^2*t1^2*h-10*t2^2*t4^3*b*t1^2*h-
5*t2^3*t4*h^2*t1^2*t3-
15*t2^3*t4^2*b*h*t1*t3+t1^3*t4*n*h^2*t2^2*t3-
30*t2^2*t4^2*b*t1^2*h*t3-
12*b^3*t2*t4^2*t1^2*t3+2*t2^3*t4^2*n*h^2*t1^2+t1^3*t4^2*b^3*n*
t3-5*t2^3*t4^3*b^2*t3-5*t2^3*t4^3*b*h*t1-
15*t2*t4^3*b^2*t1^2*t3+3*t1^3*t4^2*n*b*h*t2*t3+2*t1^3*t4*b*n*h
^2*t2^2+t1^3*b*n*h^2*t2^2*t3+t2^3*t4*n*h^2*t1^2*t3+3*t1^3*t4*b
^2*n*h*t2*t3-5*t1^3*t4^3*b*h*t2-
15*t1^3*t4^2*b*h*t2*t3+t1^3*t4^3*n*b^2*t3+t1^3*t4^2*b^2*n*h*t2
-10*t1^3*t4^2*h^2*t2^2-5*t1^3*t4^3*b^2*t3):
> simplify(phi2):

```

```

> phi3:=2*t1*h*theta*G*t2*t3*(-
10*h*t1*t2^2*b^2*t4+h^2*t1^2*t2^2*t4*n-10*h*t1^2*t2*b^2*t4-
5*h^2*t1^2*t2^2*t4+h^2*t1^2*t2^2*b*n-
15*b*t1^2*t4^2*h*t2+2*t2*t4^2*b^3*n*t1+t2^2*t4^2*b^3*n+3*t2^2*
t4*b^2*n*h*t1+t2^2*t4^3*n*b^2-
4*b^3*t2^2*t4^2+3*t2^2*t4^2*n*b*h*t1+2*t2*t4^3*n*b^2*t1-
8*b^3*t2*t4^2*t1-15*b*t2^2*t4^2*h*t1-
5*t2^2*t4^3*b^2+3*t1^2*t4*b^2*n*h*t2-
4*b^3*t1^2*t4^2+t1^2*t4^2*b^3*n+3*t1^2*t4^2*n*b*h*t2-
5*t1^2*t4^3*b^2+t1^2*t4^3*n*b^2-10*t2*t4^3*b^2*t1)/(-
4*b^3*t1^3*t4^2*t3-4*b^3*t2^3*t4^2*t3+2*h^3*t1^3*t2^3-
10*t2^3*t4^2*h^2*t1^2-6*h^2*t1^2*t2^3*b*t4-
20*h*t1^2*t2^2*b^2*t4*t3+t2^3*t4^2*b^2*n*h*t1+t2^3*b*n*h^2*t1^2
2*t3+t2^3*t4^2*b^3*n*t3-5*t1^3*t4*h^2*t2^2*t3-
10*h*t1^3*t2*b^2*t4*t3-
12*b^3*t2^2*t4^2*t1*t3+2*t2^2*t4^2*b^2*n*t1^2*h+t2^3*t4^3*n*b*
h*t1-6*h^2*t1^3*t2^2*b*t4-
10*h*t1*t2^3*b^2*t4*t3+t2^3*t4^3*n*b^2*t3+6*t2^2*t4*b^2*n*t1^2
*h*t3+3*t2*t4^3*n*b^2*t1^2*t3+2*t2^2*t4^3*n*b*t1^2*h-
4*b^2*t1^3*t4^2*h*t2+3*t2^3*t4*b^2*n*h*t1*t3-
4*b^2*t2^3*t4^2*h*t1+3*t2^2*t4^2*b^3*n*t1*t3+2*t2^3*t4*b*n*h^2
*t1^2+3*t2*t4^2*b^3*n*t1^2*t3+t1^3*t4^3*n*b*h*t2-
15*t2^2*t4^3*b^2*t1*t3+3*t2^3*t4^2*n*b*h*t1*t3+2*t1^3*t4^2*n*h
^2*t2^2+6*t2^2*t4^2*n*b*t1^2*h*t3+3*t2^2*t4^3*n*b^2*t1*t3-
8*b^2*t2^2*t4^2*t1^2*h-10*t2^2*t4^3*b*t1^2*h-
5*t2^3*t4*h^2*t1^2*t3-
15*t2^3*t4^2*b*h*t1*t3+t1^3*t4*n*h^2*t2^2*t3-
30*t2^2*t4^2*b*t1^2*h*t3-
12*b^3*t2*t4^2*t1^2*t3+2*t2^3*t4^2*n*h^2*t1^2+t1^3*t4^2*b^3*n*
t3-5*t2^3*t4^3*b^2*t3-5*t2^3*t4^3*b*h*t1-
15*t2*t4^3*b^2*t1^2*t3+3*t1^3*t4^2*n*b*h*t2*t3+2*t1^3*t4*b*n*h
^2*t2^2+t1^3*b*n*h^2*t2^2*t3+t2^3*t4*n*h^2*t1^2*t3+3*t1^3*t4*b
^2*n*h*t2*t3-5*t1^3*t4^3*b*h*t2-
15*t1^3*t4^2*b*h*t2*t3+t1^3*t4^3*n*b^2*t3+t1^3*t4^2*b^2*n*h*t2
-10*t1^3*t4^2*h^2*t2^2-5*t1^3*t4^3*b^2*t3):
> simplify(phi3):
> MW:=2*(phi1*((n-4)*b+(n-
5)*t4)*h+2*phi2*b*h+2*phi3*b*h+2*1/2*h*t3*phi3+2*(phi2+phi3)/2
*t4*h+2*(phi1+phi2)/2*t4*h+1/2*((n-4)*b+(n-
5)*t4)*t1*phi1+1/2*((n-4)*b+(n-
5)*t4)*t2*phi1+1/2*2*phi2*b*t1+1/2*2*phi2*b*t2+1/2*2*phi3*b*t1
+1/2*2*phi3*b*t2+phi3*1/3*2*t1*t3+phi3*1/3*2*t2*t3+(phi1+phi2)
/2*1/2*2*t1*t4+(phi1+phi2)/2*1/2*2*t2*t4+(phi3+phi2)/2*1/2*2*t
1*t4+(phi3+phi2)/2*1/2*2*t2*t4):
> simplify(MW):
> Iw:=(MW/G*theta):
> simplify(Iw):
> si1:=(phi1/(MW*t1)):
> si3:=(phi3/(MW*t3)):
> sigma1:=(Mw*si1):

```

```
> sigma3:=(Mw*si3):  
> sigma1:=simplify(sigma1):  
> sigma3:=simplify(sigma3):  
> l:=simplify(sigma3/sigma1):
```


BIJLAGE 7

BUIGING IN DE LANGSDOORSNEDE

> **ho:=1/2*(2*t1*h+t1^2-t2^2)/(t1+t2);**

$$ho := \frac{1}{2} \frac{2 t1 h + t1^2 - t2^2}{t1 + t2}$$

> **hb:=1/2*(2*t2*h-t1^2+t2^2)/(t1+t2);**

$$hb := \frac{1}{2} \frac{2 t2 h - t1^2 + t2^2}{t1 + t2}$$

>

Iy:=t1*Delta*(hb+1/2*t1)^2+t2*Delta*(ho+1/2*t2)^2+1/12*t1^3*Delta+1/12*t2^3*Delta;

$$Iy := t1 \Delta \left(\frac{1}{2} \frac{2 t2 h - t1^2 + t2^2}{t1 + t2} + \frac{1}{2} t1 \right)^2 + t2 \Delta \left(\frac{1}{2} \frac{2 t1 h + t1^2 - t2^2}{t1 + t2} + \frac{1}{2} t2 \right)^2 + \frac{1}{12} t1^3 \Delta + \frac{1}{12} t2^3 \Delta$$

> **simplify(Iy);**

$$\frac{1}{12} \frac{\Delta (t1^4 + 4 t2 t1^3 + 6 t1^2 t2^2 + 12 t1^2 t2 h + 4 t1 t2^3 + 12 t1 t2^2 h + 12 t1 t2 h^2 + t2^4)}{t1 + t2}$$

> **sigma1:=M*(hb+t1)/Iy;**

$$\sigma1 := M \left(\frac{1}{2} \frac{2 t2 h - t1^2 + t2^2}{t1 + t2} + t1 \right) \Bigg/ \left(t1 \Delta \left(\frac{1}{2} \frac{2 t2 h - t1^2 + t2^2}{t1 + t2} + \frac{1}{2} t1 \right)^2 + t2 \Delta \left(\frac{1}{2} \frac{2 t1 h + t1^2 - t2^2}{t1 + t2} + \frac{1}{2} t2 \right)^2 + \frac{1}{12} t1^3 \Delta + \frac{1}{12} t2^3 \Delta \right)$$

> **simplify(sigma1);**

$$6 \frac{(2 t2 h + t1^2 + t2^2 + 2 t1 t2) M}{\Delta (t1^4 + 4 t2 t1^3 + 6 t1^2 t2^2 + 12 t1^2 t2 h + 4 t1 t2^3 + 12 t1 t2^2 h + 12 t1 t2 h^2 + t2^4)}$$

> **sigma2:=M*(ho+t2)/(Iy/Delta);**

$$\sigma2 := M \left(\frac{1}{2} \frac{2 t1 h + t1^2 - t2^2}{t1 + t2} + t2 \right) \Delta \Bigg/ \left(t1 \Delta \left(\frac{1}{2} \frac{2 t2 h - t1^2 + t2^2}{t1 + t2} + \frac{1}{2} t1 \right)^2 + t2 \Delta \left(\frac{1}{2} \frac{2 t1 h + t1^2 - t2^2}{t1 + t2} + \frac{1}{2} t2 \right)^2 + \frac{1}{12} t1^3 \Delta + \frac{1}{12} t2^3 \Delta \right)$$

> **simplify(sigma2);**

$$6 \frac{M (2 t1 h + t1^2 + t2^2 + 2 t1 t2)}{t1^4 + 4 t2 t1^3 + 6 t1^2 t2^2 + 12 t1^2 t2 h + 4 t1 t2^3 + 12 t1 t2^2 h + 12 t1 t2 h^2 + t2^4}$$

BIJLAGE 8

BUIGING IN DE LANGSDOORSNEDE

> **Bt:=2*t3+n*b+(n-1)*t4;**

$$Bt := 2 t3 + n b + (n - 1) t4$$

> **Bm:=2*t3+(n-1)*t4;**

>

$$Bm := 2 t3 + (n - 1) t4$$

> **Oppervlak:=(t1+t2)*Bt+h*Bm;**

$$Oppervlak := (t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)$$

> **Oppervlakmoment:=t1*Bt*(h+t1/2)-t2*Bt*t2/2+Bm*h*h/2; # ten opzichte van de bovenzijde van de onderflens**

$$Oppervlakmoment := t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2$$

> **ho:=Oppervlakmoment/Oppervlak;**

$$ho := \left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4))$$

> **hb:=h-ho;**

$$hb := h - \left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4))$$

> **Ix_bovenflens:=1/12*Bt*t1^3+t1*Bt*(hb+t1/2)^2;**

$$Ix_bovenflens := \frac{1}{12} (2 t3 + n b + (n - 1) t4) t1^3 + t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h - \left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)) + \frac{1}{2} t1 \right)^2$$

> **Ix_onderflens:=1/12*Bt*t2^3+t2*Bt*(ho+t2/2)^2;**

$$I_{x_onderflens} := \frac{1}{12} (2 t3 + n b + (n - 1) t4) t2^3 + t2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(\left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)) + \frac{1}{2} t2 \right)^2$$

> **Ix_lijven:=1/12*Bm*h^3+Bm*h*(1/2*h-ho)^2;**

$$I_{x_lijven} := \frac{1}{12} (2 t3 + (n - 1) t4) h^3 + (2 t3 + (n - 1) t4) h \left(\frac{1}{2} h - \left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)) \right)^2$$

> **Ix_totaal:=Ix_bovenflens+Ix_onderflens+Ix_lijven;**

$$I_{x_totaal} := \frac{1}{12} (2 t3 + n b + (n - 1) t4) t1^3 + t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h - \left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)) + \frac{1}{2} t1 \right)^2 + \frac{1}{12} (2 t3 + n b + (n - 1) t4) t2^3 + t2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(\left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)) + \frac{1}{2} t2 \right)^2 + \frac{1}{12} (2 t3 + (n - 1) t4) h^3 + (2 t3 + (n - 1) t4) h \left(\frac{1}{2} h - \left(t1 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + \frac{1}{2} (2 t3 + (n - 1) t4) h^2 \right) / ((t1 + t2) (2 t3 + n b + (n - 1) t4) + h (2 t3 + (n - 1) t4)) \right)^2$$

>

> **simplify(Ix_totaal);**

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{12} (h^4 t^4 n^2 + 4 h^3 t^2 t^4 + 4 h t^2 t^3 t^4 - 2 t^2 t^4 t^4 n - 4 t^2 t^4 t^3 t^4 + t^2 t^4 n^2 b^2 + 16 t^1 t^3 t^3 h \\
& - 2 h^4 t^4 n + 6 t^1 t^2 t^4 h^2 - 4 t^3 t^1 t^4 t^4 - 2 t^4 t^2 n t^1 t^4 + 16 h^3 t^2 t^3 + 24 t^1 t^2 t^3 h^2 \\
& + n^2 b^2 t^1 t^4 + 6 h^2 t^2 t^4 + 4 t^1 t^2 t^3 t^4 + 4 t^1 t^4 t^2 h^3 - 4 h^4 t^3 t^4 + 24 h^2 t^2 t^3 \\
& + 24 t^1 t^2 t^2 t^3 + 16 h t^2 t^3 t^3 + 4 t^1 t^3 t^4 h + 4 t^1 t^3 t^2 t^4 + t^4 t^4 n^2 + 6 t^1 t^2 t^2 t^4 \\
& + 16 t^1 t^2 t^3 t^3 + t^4 n^2 t^1 t^4 + 16 t^1 t^3 t^2 h^3 + 16 t^1 t^3 t^2 t^3 + 12 t^1 t^2 t^2 t^4 h \\
& - 8 t^1 t^2 t^3 t^4 n + 12 t^1 t^2 t^2 t^4 h + 4 t^2 t^4 t^3 + t^4 t^4 + 4 h^4 t^3 + h^4 t^4 \\
& - 48 t^1 t^2 t^2 t^4 t^3 h - 8 t^1 t^2 t^3 t^4 n b - 24 t^1 t^2 t^4 t^2 h^2 n - 48 t^1 t^2 t^4 h t^3 \\
& - 24 t^1 t^2 t^2 t^4 t^3 - 12 t^1 t^2 t^2 t^4 n - 16 t^1 t^2 t^3 t^4 t^3 + 12 t^1 t^2 t^4 t^2 h^2 - 24 t^1 t^2 t^4 h^2 t^3 \\
& - 8 t^1 t^4 t^3 h^3 n - 12 t^1 t^4 t^2 h^2 n - 16 t^1 t^4 h^3 t^3 + 48 t^1 t^3 t^2 h^2 t^2 + 48 t^1 t^2 t^3 h t^2 \\
& + 48 t^1 t^3 h t^2 + 2 t^2 t^4 t^4 n^2 b + 6 t^2 t^4 t^2 n^2 h^2 - 8 t^2 t^3 t^4 n h + 4 t^2 t^3 t^4 n^2 h \\
& + 4 t^2 t^3 t^4 n^2 t^1 + 4 t^2 t^4 t^4 n t^3 - 12 t^2 t^4 t^2 n h^2 + 4 t^2 t^3 n^2 b^2 t^1 + 4 t^2 t^4 n b t^3 \\
& - 2 t^2 t^4 n b t^4 - 8 h^3 t^4 n t^2 + 4 h^3 t^4 n^2 t^1 + 4 h^3 t^4 n^2 t^2 + 4 h^4 t^4 n t^3 \\
& - 24 h^2 t^2 t^3 t^4 - 16 h t^2 t^3 t^4 - 16 h^3 t^2 t^3 t^4 + 6 t^1 t^2 t^4 n^2 h^2 + 6 t^1 t^2 t^2 n^2 b^2 \\
& + 6 t^1 t^2 t^2 t^4 n^2 - 24 t^1 t^2 t^2 t^4 n h - 24 t^1 t^2 t^4 h n b - 24 t^1 t^2 t^4 h n b \\
& - 12 t^1 t^2 t^2 t^4 n b - 48 t^1 t^2 t^4 h^2 t^3 - 24 t^1 t^4 h^2 t^2 n b - 24 t^1 t^2 t^4 h t^2 n b \\
& + 48 t^1 t^3 h t^2 t^4 n + 48 t^1 t^3 h t^2 n b + 16 t^1 t^3 h^3 t^4 n + 24 t^1 t^3 h^2 t^4 n \\
& + 48 t^1 t^3 h^2 t^2 n b + 48 t^1 t^3 h^2 t^2 t^4 n + 48 t^1 t^2 t^3 h t^2 n b + 48 t^1 t^2 t^3 h t^2 t^4 n \\
& + 16 t^2 t^3 t^4 n h t^3 + 16 t^2 t^3 t^4 n t^1 t^3 + 12 t^2 t^2 t^4 n^2 t^1 h + 4 t^2 t^3 t^4 n^2 h b \\
& + 8 t^2 t^3 t^4 n^2 t^1 b + 24 t^2 t^2 t^4 n h^2 t^3 + 6 t^2 t^2 n^2 b h^2 t^4 + 8 t^2 t^3 n b h t^3 - 4 t^2 t^3 n b h t^4 \\
& + 16 t^2 t^3 n b t^1 t^3 + 24 t^2 t^2 n^2 b t^1 t^4 h + 12 t^2 t^2 n b h^2 t^3 - 6 t^2 t^2 n b h^2 t^4 \\
& + 16 h^3 t^4 n t^2 t^3 + 4 h^3 t^4 n^2 t^2 b + 24 h^2 t^4 n^2 t^1 t^2 b + 12 h^2 t^4 n^2 t^1 t^2 \\
& + 24 t^1 t^2 t^2 t^3 n b + 24 t^1 t^2 t^2 t^3 t^4 n + 24 t^1 t^2 t^4 n^2 h t^2 b + 12 t^1 t^2 t^4 n^2 h t^2 \\
& + 12 h t^2 n^2 b^2 t^1 + 8 h^3 t^2 n b t^3 - 4 h^3 t^2 n b t^4 + 12 t^1 t^2 t^2 n^2 b t^4 + 4 t^3 t^1 t^4 \\
& + t^4 t^1 t^4 - 8 t^1 t^3 t^2 t^4 n - 16 t^1 t^3 t^2 t^4 t^3 - 8 t^4 t^2 n t^1 t^3 h + 2 t^4 n^2 t^1 t^4 b \\
& + 4 t^4 t^2 n^2 t^1 t^3 h + 4 t^4 t^2 n^2 t^1 t^3 t^2 + 4 t^4 n t^1 t^4 t^3 - 16 t^1 t^3 t^4 h t^3 + 4 n^2 b^2 t^1 t^3 t^2 \\
& + 4 n b t^1 t^4 t^3 - 2 n b t^1 t^4 t^4 - 8 t^1 t^3 t^2 t^4 n b + 16 t^4 n t^1 t^3 t^3 h + 16 t^4 n t^1 t^3 t^2 t^3 \\
& + 4 t^4 n^2 t^1 t^3 b h + 8 t^4 n^2 t^1 t^3 t^2 b - 4 t^1 t^3 t^4 h n b - 6 t^1 t^2 t^4 h^2 n b + 8 t^1 t^3 t^3 h n b \\
& + 12 t^1 t^2 t^3 h^2 n b + 6 n^2 b t^1 t^2 h^2 t^4 + 16 n b t^1 t^3 t^2 t^3 + 4 h^3 t^4 n^2 t^1 b \\
& + 12 t^1 t^2 n^2 b^2 h t^2 + 8 t^1 n b h^3 t^3 - 4 t^1 n b h^3 t^4 + 12 t^1 n^2 b^2 h^2 t^2)/(2 t^3 t^1 \\
& + n b t^1 + t^4 n t^1 - t^4 t^1 + 2 t^2 t^3 + t^2 n b + t^2 t^4 n - t^2 t^4 + 2 t^3 h + t^4 n h - t^4 h)
\end{aligned}$$

BIJLAGE 9

HOEKJES IN DE KANALEN

> **assume(h>0);**

> **assume(b>0);**

> **assume(s>0);**

> **kz:=1/2*b-1/2*b*(1-16*(z^2/h^2))^(1/2);**

$$kz := \frac{1}{2} b\sim - \frac{1}{2} b\sim \sqrt{1 - \frac{16 z^2}{h\sim^2}}$$

> **simplify(kz);**

$$\frac{1}{2} \frac{b\sim (h\sim - \sqrt{h\sim^2 - 16 z^2})}{h\sim}$$

> **Zo:=h0-1/4*h+z;**

$$Zo := h0 - \frac{1}{4} h\sim + z$$

> **l:=int(kz*Zo^2,z=0..1/4*h);**

$$l := -\frac{1}{32} b\sim h\sim h0^2 \pi - \frac{5}{2048} b\sim h\sim^3 \pi + \frac{1}{64} b\sim h\sim^2 h0 \pi + \frac{1}{8} b\sim h\sim h0^2 + \frac{1}{128} b\sim h\sim^3 \\ - \frac{5}{96} b\sim h\sim^2 h0$$

> **simplify(l);**

$$-\frac{1}{32} b\sim h\sim h0^2 \pi - \frac{5}{2048} b\sim h\sim^3 \pi + \frac{1}{64} b\sim h\sim^2 h0 \pi + \frac{1}{8} b\sim h\sim h0^2 + \frac{1}{128} b\sim h\sim^3 \\ - \frac{5}{96} b\sim h\sim^2 h0$$

BIJLAGE 10

**VOORBEELDBEREKENING TOTAAL
TRAAGHEIDSMOMENT**

```

> b:=4: h:=5: t1:=1: t2:=1: t3:=2: t4:=1.0: n:=7:
> Bt:=2*t3+n*b+(n-1)*t4;
                                     Bt := 38.0

> Bm:=2*t3+(n-1)*t4;
>
                                     Bm := 10.0

> Oppervlak:=(t1+t2)*Bt+h*Bm;
                                     Oppervlak := 126.0

> Oppervlakmoment:=t1*Bt*(h+t1/2)-t2*Bt*t2/2+Bm*h*h/2; # ten
opzichte van de bovenzijde van de onderflens
                                     Oppervlakmoment := 315.0000000

> ho:=Oppervlakmoment/Oppervlak;
                                     ho := 2.500000000

> hb:=h-ho;
                                     hb := 2.500000000

> Ix_bovenflens:=1/12*Bt*t1^3+t1*Bt*(hb+t1/2)^2;
                                     Ix_bovenflens := 345.1666667

> Ix_onderflens:=1/12*Bt*t2^3+t2*Bt*(ho+t2/2)^2;
                                     Ix_onderflens := 345.1666667

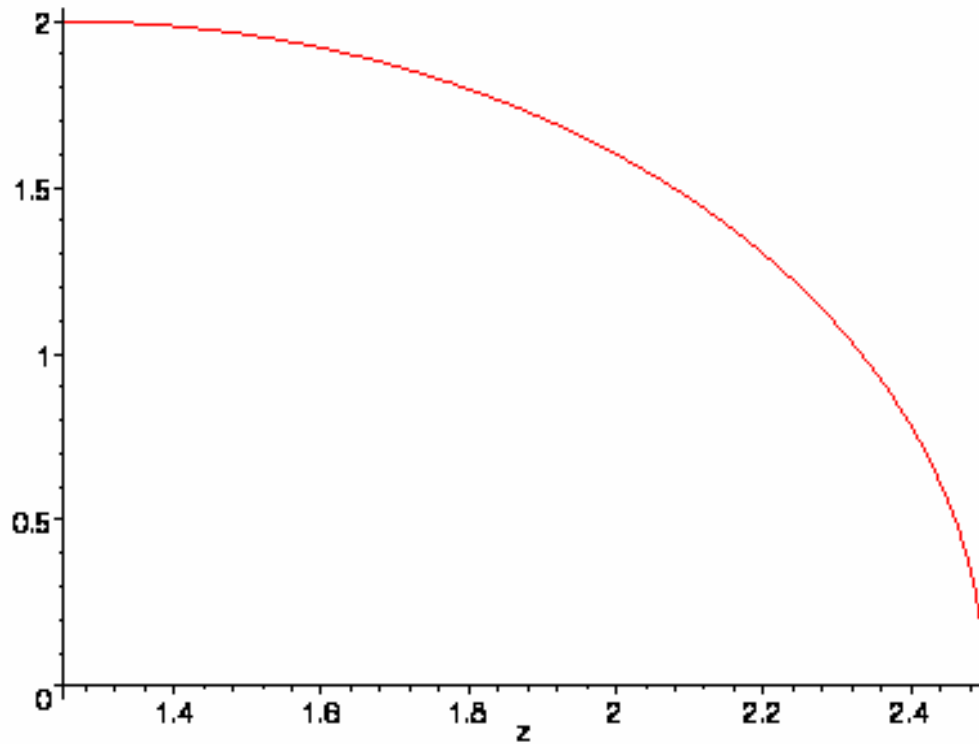
> Ix_lijven:=1/12*Bm*h^3+Bm*h*(1/2*h-ho)^2;
                                     Ix_lijven := 104.1666667

> Ix_totaal:=Ix_bovenflens+Ix_onderflens+Ix_lijven;
                                     Ix_totaal := 794.5000001

>
> # Invloed van afrondingen, Effect op verschuiving van het
zwaartepunt wordt verwaarloosd.
> y_ellips_boven:=b/2*sqrt(1-((z-hb+h/4)/(h/4))^2);
                                      $y_{\text{ellips\_boven}} := \frac{2}{5} \sqrt{25 - 16(z - 1.250000000)^2}$ 

> with(plots): plot(y_ellips_boven, z=hb-1/4*h..hb);

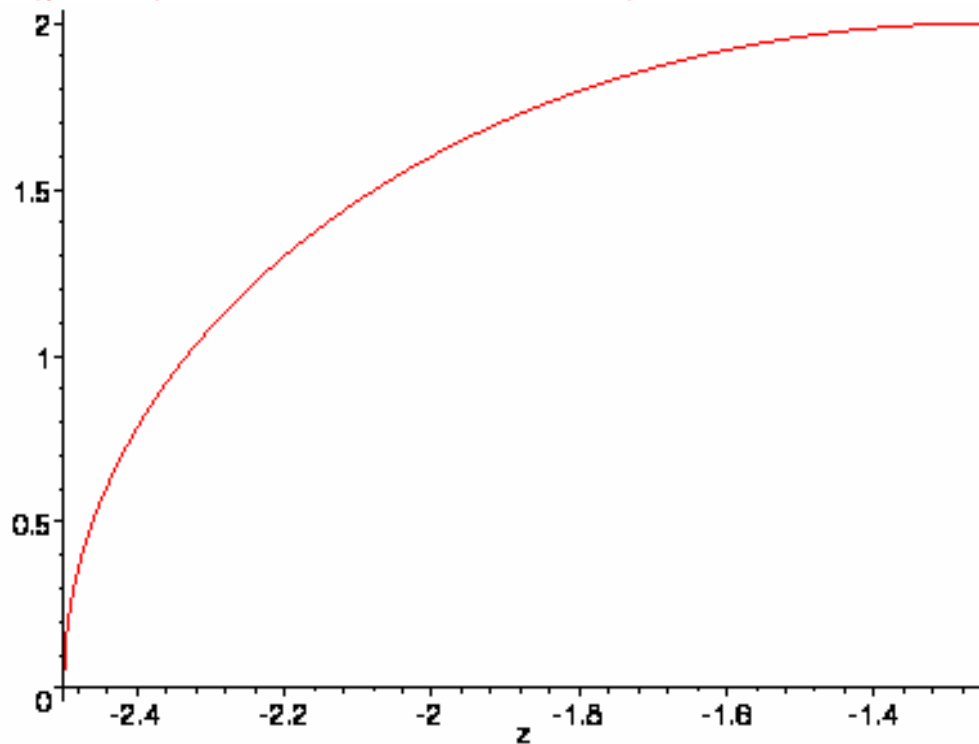
```

```
> y_ellips_onder:=b/2*sqrt(1-((z+ho-h/4)/(h/4))^2);
```

$$y_{\text{ellips_onder}} := \frac{2}{5} \sqrt{25 - 16(z + 1.250000000)^2}$$

```
> plot(y_ellips_onder, z=-ho...ho+1/4*h);
```



```
> Ix_bovenafronding:=int(z^2*(b/2-y_ellips_boven), z=hb-1/4*h..hb);
```

Ix_bovenafronding := 2.675464697

> **Ix_onderafronding:=int(z^2*(b/2-y_ellips_onder),z=-ho...-
ho+1/4*h);**

Ix_onderafronding := 2.675464697

> **Ix_afrondingen:=2*Ix_bovenafronding+2*Ix_onderafronding;**

Ix_afrondingen := 10.70185879

>

**Ix_totaal:=Ix_bovenflens+Ix_onderflens+Ix_lijven+Ix_afrondinge
n;**

Ix_totaal := 805.2018589

>

>

>

> **assume(h>0);**

> **assume(b>0);**

> **assume(s>0);**

> **kz:=1/2*b-1/2*b*(1-16*(z^2/h^2))^(1/2);**

$$kz := \frac{1}{2} b\sim - \frac{1}{2} b\sim \sqrt{1 - \frac{16 z^2}{h\sim^2}}$$

> **simplify(kz);**

$$\frac{1}{2} \frac{b\sim (h\sim - \sqrt{h\sim^2 - 16 z^2})}{h\sim}$$

> **Zo:=h0-1/4*h+z;**

$$Zo := h0 - \frac{1}{4} h\sim + z$$

> **l:=int(kz*Zo^2,z=0..1/4*h);**

$$l := -\frac{1}{32} b\sim h\sim h0^2 \pi - \frac{5}{2048} b\sim h\sim^3 \pi + \frac{1}{64} b\sim h\sim^2 h0 \pi + \frac{1}{8} b\sim h\sim h0^2 + \frac{1}{128} b\sim h\sim^3 \\ - \frac{5}{96} b\sim h\sim^2 h0$$

> **simplify(l);**

$$-\frac{1}{32} b\sim h\sim h0^2 \pi - \frac{5}{2048} b\sim h\sim^3 \pi + \frac{1}{64} b\sim h\sim^2 h0 \pi + \frac{1}{8} b\sim h\sim h0^2 + \frac{1}{128} b\sim h\sim^3 \\ - \frac{5}{96} b\sim h\sim^2 h0$$

BIJLAGE 12

SPANNINGEN IN DE LANGSDOORSNEDE

> **V1:=**
1/4*u*D*Delta*t4^3*t1^3*(t4^3*p+3*q*t2^3)/(p^2*(t4^6*p^2+2*t4^3*p*t2^3*q+2*t4^3*p*q*t1^3+3*q^2*t1^3*t2^3));

$$V1 := \frac{1}{4} \frac{u D \Delta t_4^3 t_1^3 (t_4^3 p + 3 q t_2^3)}{p^2 (t_4^6 p^2 + 2 t_4^3 p t_2^3 q + 2 t_4^3 p q t_1^3 + 3 q^2 t_1^3 t_2^3)}$$

> **V2:=**
1/4*u*D*Delta*t2^3*t4^3*(t4^3*p+3*q*t1^3)/(p^2*(t4^6*p^2+2*t4^3*p*t2^3*q+2*t4^3*p*q*t1^3+3*q^2*t1^3*t2^3));

$$V2 := \frac{1}{4} \frac{u D \Delta t_2^3 t_4^3 (t_4^3 p + 3 q t_1^3)}{p^2 (t_4^6 p^2 + 2 t_4^3 p t_2^3 q + 2 t_4^3 p q t_1^3 + 3 q^2 t_1^3 t_2^3)}$$

> **a:=V1/V2;**

$$a := \frac{t_1^3 (t_4^3 p + 3 q t_2^3)}{t_2^3 (t_4^3 p + 3 q t_1^3)}$$

> **g:=simplify(Delta*V/(1+a));**

$$g := \frac{\Delta V t_2^3 (t_4^3 p + 3 q t_1^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6 t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

> **h:=simplify(Delta*V-Delta*V/(1+a));**

$$h := \frac{V \Delta t_1^3 (t_4^3 p + 3 q t_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6 t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

> **simplify(g+h);**

$$V \Delta$$

>

> **tau1:=3/2*h/(Delta*t1);**

$$\tau_1 := \frac{3}{2} \frac{V t_1^2 (t_4^3 p + 3 q t_2^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6 t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

> **tau2:=3/2*g/(Delta*t2);**

$$\tau_2 := \frac{3}{2} \frac{V t_2^2 (t_4^3 p + 3 q t_1^3)}{t_2^3 t_4^3 p + 6 t_2^3 q t_1^3 + t_1^3 t_4^3 p}$$

BIJLAGE 13

AFSCHUIFSPANNINGEN IN DE DWARSDOORSNEDE

$$> \text{Bt} := 2 \cdot t3 + n \cdot b + (n-1) \cdot t4;$$

$$Bt := 2 t3 + n b + (n - 1) t4$$

$$> \text{Bm} := 2 \cdot t3 + (n-1) \cdot t4;$$

>

$$Bm := 2 t3 + (n - 1) t4$$

$$> \text{Oppervlak} := (t1+t2) \cdot \text{Bt} + h \cdot \text{Bm};$$

$$\text{Oppervlak} := (t1 + t2) Bt + h Bm$$

$$> \text{Oppervlakmoment} := t1 \cdot \text{Bt} \cdot (h + t1/2) - t2 \cdot \text{Bt} \cdot t2/2 + \text{Bm} \cdot h \cdot h/2; \# \text{ ten opzichte van de bovenzijde van de onderflens}$$

$$\text{Oppervlakmoment} := t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2$$

$$> \text{ho} := \text{Oppervlakmoment} / \text{Oppervlak};$$

$$ho := \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm}$$

$$> \text{hb} := h - \text{ho};$$

$$hb := h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm}$$

$$> \text{Ix_bovenflens} := 1/12 \cdot \text{Bt} \cdot t1^3 + t1 \cdot \text{Bt} \cdot (\text{hb} + t1/2)^2;$$

$$Ix_bovenflens := \frac{1}{12} Bt t1^3 + t1 Bt \left(h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} + \frac{1}{2} t1 \right)^2$$

$$> \text{Ix_onderflens} := 1/12 \cdot \text{Bt} \cdot t2^3 + t2 \cdot \text{Bt} \cdot (\text{ho} + t2/2)^2;$$

$$Ix_onderflens := \frac{1}{12} Bt t2^3 + t2 Bt \left(\frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} + \frac{1}{2} t2 \right)^2$$

$$> \text{Ix_lijven} := 1/12 \cdot \text{Bm} \cdot h^3 + \text{Bm} \cdot h \cdot (1/2 \cdot h - \text{ho})^2;$$

$$Ix_lijven := \frac{1}{12} Bm h^3 + Bm h \left(\frac{1}{2} h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} \right)^2$$

$$> \text{Ix_totaal} := \text{Ix_bovenflens} + \text{Ix_onderflens} + \text{Ix_lijven};$$

$$\begin{aligned} Ix_totaal := & \frac{1}{12} Bt t1^3 + t1 Bt \left(h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} + \frac{1}{2} t1 \right)^2 \\ & + \frac{1}{12} Bt t2^3 + t2 Bt \left(\frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} + \frac{1}{2} t2 \right)^2 + \frac{1}{12} Bm h^3 \\ & + Bm h \left(\frac{1}{2} h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} \right)^2 \end{aligned}$$

>

> **simplify(Ix_totaal);**

$$\frac{1}{12} (t1^4 Bt^2 + 4 t1^3 Bt^2 t2 + 4 t1^3 h Bm Bt + 6 t1^2 Bt^2 t2^2 + 12 t1^2 Bt^2 h t2 + 6 t1^2 Bt Bm h^2 + 12 h Bt^2 t2^2 t1 + 12 t1 Bt^2 t2 h^2 + 4 t2^3 Bt^2 t1 + 4 t1 Bt h^3 Bm + t2^4 Bt^2 + 6 Bm h^2 t2^2 Bt + 4 h^3 Bt t2 Bm + 4 Bt t2^3 h Bm + Bm^2 h^4) / (t1 Bt + Bt t2 + h Bm)$$

> **Sy:=t1*Bt*(hb+1/2*t1)+Bm*hb*1/2*hb;**

$$Sy := t1 Bt \left(h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} + \frac{1}{2} t1 \right) + \frac{1}{2} Bm \left(h - \frac{t1 Bt \left(h + \frac{1}{2} t1 \right) - \frac{1}{2} t2^2 Bt + \frac{1}{2} Bm h^2}{(t1 + t2) Bt + h Bm} \right)^2$$

> **simplify(V*Sy/(Bm*Ix_totaal));**

$$\frac{3}{2} ((8 t1^2 Bt^3 h t2 + 8 t1 Bt^3 h t2^2 + 12 t1 Bt^2 h^2 t2 Bm + 4 t1^2 Bt^2 Bm h^2 + 4 t1 Bt Bm^2 h^3 + 8 t1^2 Bt^3 t2^2 + 4 t1 Bt^3 t2^3 + 4 t1 Bt^2 t2^2 h Bm + 4 t1^3 Bt^3 t2 + 4 t1^2 Bt^2 t2 h Bm + 4 t1^3 Bt^2 h Bm + 2 t1^2 Bt h^2 Bm^2 + 4 Bt^2 Bm h^2 t2^2 + 4 h^3 Bt t2 Bm^2 + 4 Bt^2 t2^3 h Bm + Bm^3 h^4 + 2 Bm^2 h^2 t2^2 Bt + Bm t1^4 Bt^2 - 2 Bm t1^2 Bt^2 t2^2 + Bm t2^4 Bt^2) V) / ((10 Bt^3 t1^3 t2^2 + 10 t1^2 Bt^3 t2^3 + 5 t1 Bt^3 t2^4 + 5 Bt^3 t1^4 t2 + 8 Bt^2 t1^3 t2 h Bm + 5 Bt^2 t1^4 h Bm + 4 Bt t1^3 h^2 Bm^2 + 12 t1 Bt^3 h^2 t2^2 + 12 t1 Bt^3 h t2^3 + 6 t1^2 Bt Bm^2 h^3 + 5 t1 Bt Bm^2 h^4 + 5 Bt^2 t2^4 h Bm + 4 Bt t2^3 h^2 Bm^2 + 12 Bt^3 t2 t1^2 h^2 + 6 Bt t2^2 Bm^2 h^3 + 12 Bt^3 t2 t1^3 h + 5 Bt t2 Bm^2 h^4 + 4 Bm h^3 t1^2 Bt^2 + 4 Bm h^3 Bt^2 t2^2 + 6 Bm h^2 Bt^2 t1^3 + 6 Bm h^2 Bt^2 t2^3 + Bt^3 t1^5 + 20 t1 Bt^2 h^3 t2 Bm + 24 t1^2 Bt^3 h t2^2 + 18 t1 Bt^2 Bm h^2 t2^2 + 18 t1^2 Bt^2 h^2 t2 Bm + 6 t1^2 Bt^2 t2^2 h Bm + Bt^3 t2^5 + 8 Bt^2 t2^3 t1 h Bm + Bm^3 h^5) Bm)$$

BIJLAGE 14

**VOORBEELDBEREKENING LIGGER MET SPARING TER
PLAATSE VAN HET MIDDEN VAN DE PLAAT**

```

>with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined

> #De puntlast aan linkerzijde(kN)
> F1:=41.2:
> #De puntlast aan rechterzijde (kN)
> F2:=29.4:
> #De lengte van de ligger (m)
> L:=15.0:
> #De lengte van de linker oplegging tot de linker puntlast (m)
> a:=7.0:
> #De afstand tussen de puntlasten (m)
> b:=3.0:
> #De vloerbelasting op de plaat (kN/m2)
> q:=4.9:
> #De belasting van de naastgelegen plaat aan de linkerzijde
van de linker puntlast (kN/m)
> f1:=0:
> #De belasting van de naastgelegen plaat aan de rechterzijde
van de rechter puntlast (kN/m)
> f2:=0:
> #De belasting van de naastgelegen plaat aan de overzijde van
de puntlasten (kN/m)
> f3:=0:
> #De breedte van de plaat (m)
> B:=1.2:
> #De waarde van EI (kN/m2)
> EI:=35000:
> #Moment ten gevolge van de voorspanning(kNm) (let op!, vul
hier een negatief getal in)
> Mv:=-116:
>
>
>
> #WRINGMOMENTEN
> Mw1:=proc(x) if x<a then 1/2*F1*B*(L-a)/L else -1/2*F1*B*a/L
end if end proc;
    Mw1 := proc (x) if x < a then 1/2*F1*B*(L - a)/L else -1/2*F1*B*a/L end if end proc
> Mw2:=proc(x) if x<(a+b) then 1/2*F2*B*(L-(a+b))/L else -
1/2*F2*B*(a+b)/L end if end proc;
    Mw2 := proc (x)
        if x < a + b then 1/2*F2*B*(L - a - b)/L else -1/2*F2*B*(a + b)/L end if
    end proc
> Mw3:=proc(x) 1/2*f3*B*(1/2*L-x)end proc;
    Mw3 := proc (x) 1/2*f3*B*(1/2*L - x) end proc
> Mw4:=proc(x) if x<a then 1/4*f1*B*(-2*L*x+2*L*a-a^2)/L else -
1/4*f1*B*a^2/L end if end proc;

```

```

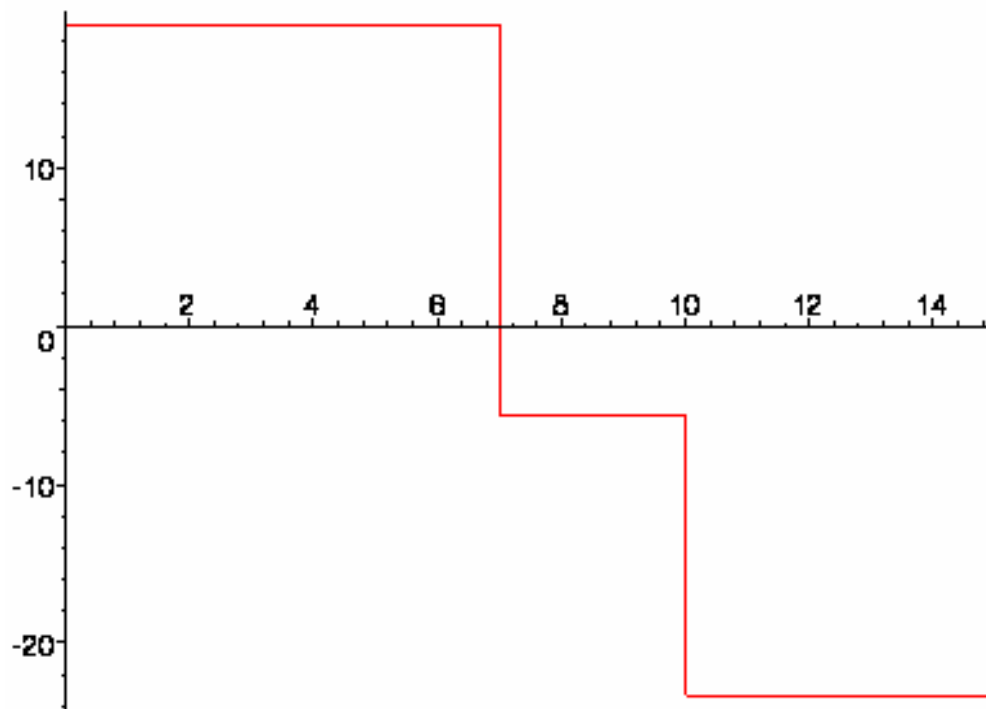
Mw4 := proc (x)
  if x < a then 1/4*f1*B*(-2*L*x + 2*L*a - a^2)/L
  else -1/4*f1*B*a^2/L
  end if
end proc

> Mw5:=proc(x) if x>(a+b) then -1/4*f2*B*(-2*L*(L-x)+2*L*(L-a-
b)-(L-a-b)^2)/L else 1/4*f2*B*(L-a-b)^2/L end if end proc;
Mw5 := proc (x)
  if a + b < x then
    -1/4*f2*B*(-2*L*(L - x) + 2*L*(L - a - b) - (L - a - b)^2)/L
  else 1/4*f2*B*(L - a - b)^2/L
  end if
end proc

> Mw:=Mw1+Mw2+Mw3+Mw4+Mw5:
> Mw(0); Mw(a); Mw(L);
19.06400000
-5.656000000
-23.29600000

> plot(Mw,0..L);

```



```

>
> #DWARSKRACHTEN
>

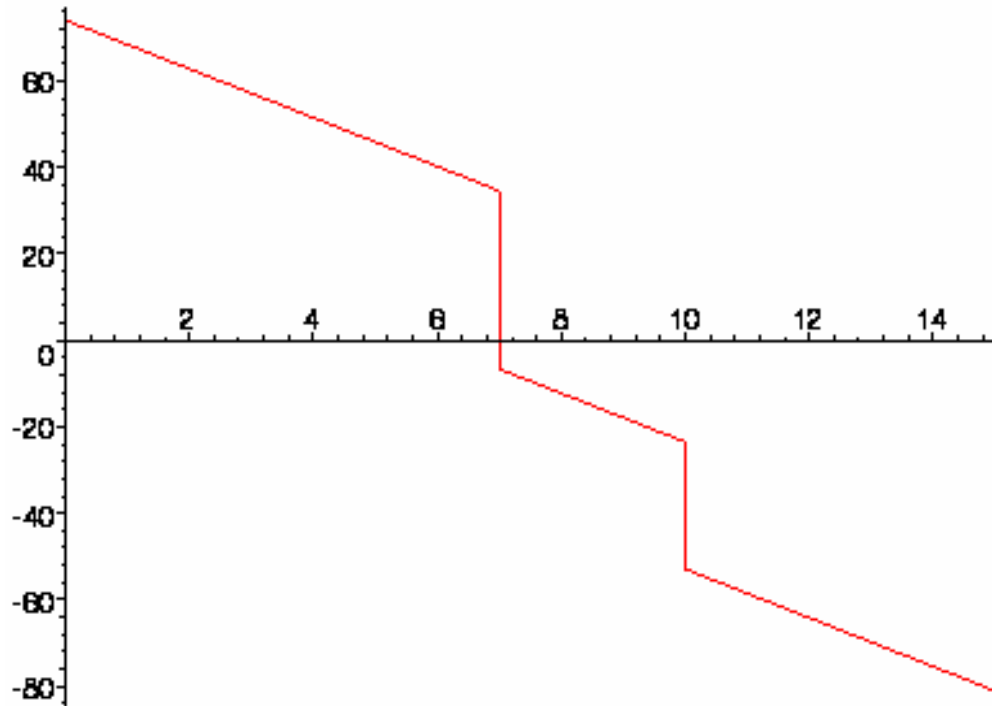
```

```

> Vb1:=proc(x) if x<a then F1*(L-a)/L else -F1*a/L end if end
proc;
    Vb1 := proc (x) if x < a then F1*(L - a)/L else -F1*a/L end if end proc
> Vb2:=proc(x) if x<(a+b) then F2*(L-(a+b))/L else -F2*(a+b)/L
end if end proc;
    Vb2 := proc (x) if x < a + b then F2*(L - a - b)/L else -F2*(a + b)/L end if end proc
> Vb3:=proc(x) 1/2*q*B*(L-2*x)end proc;
    Vb3 := proc (x) 1/2*q*B*(L - 2*x) end proc
> Vb4:=proc(x) 1/2*f3*(L-2*x)end proc;
    Vb4 := proc (x) 1/2*f3*(L - 2*x) end proc
> Vb5:=proc(x) if x<a then 1/2*f1*(-2*L*x+2*L*a-a^2)/L else -
1/2*f1*a^2/L end if end proc;
    Vb5 := proc (x)
        if x < a then 1/2*f1*(-2*L*x + 2*L*a - a^2)/L else -1/2*f1*a^2/L end if
    end proc
> Vb6:=proc(x) if x>(a+b) then -1/2*f2*(-2*L*(L-x)+2*L*(L-a-b)-
(L-a-b)^2)/L else 1/2*f2*(L-a-b)^2/L end if end proc;
    Vb6 := proc (x)
        if a + b < x then -1/2*f2*(-2*L*(L - x) + 2*L*(L - a - b) - (L - a - b)^2)/L
        else 1/2*f2*(L - a - b)^2/L
        end if
    end proc
> Vb:=Vb1+Vb2+Vb3+Vb4+Vb5+Vb6:
> Vb(0); Vb(a); Vb(L);
    74.07333333
    -6.606666670
    -81.12666667

> plot(Vb,0..L);

```



```

>
> #MOMENTEN
> Mb1:=proc(x) if x<a then F1*(L-a)*x/L else (-x+L)*F1*a/L end
if end proc;
    Mb1 := proc(x) if x < a then F1*(L - a)*x/L else (L - x)*F1*a/L end if end proc
> Mb2:=proc(x) if x<(a+b) then F2*(L-(a+b))*x/L else (-
x+L)*F2*(a+b)/L end if end proc;
    Mb2 := proc(x)
        if x < a + b then F2*(L - a - b)*x/L else (L - x)*F2*(a + b)/L end if
    end proc
> Mb3:=proc(x) 1/2*q*B*x*(L-x) end proc;
    Mb3 := proc(x) 1/2*q*B*x*(L - x) end proc
> Mb4:=proc(x) 1/2*f3*x*(L-x) end proc;
    Mb4 := proc(x) 1/2*f3*x*(L - x) end proc
> Mb5:=proc(x) if x<a then 1/2*f1*x*(-L*x+2*L*a-a^2)/L else
1/2*f1*a^2*(-x+L)/L end if end proc;
    Mb5 := proc(x)
        if x < a then 1/2*f1*x*(-L*x + 2*L*a - a^2)/L
        else 1/2*f1*a^2*(L - x)/L
        end if
    end proc
> Mb6:=proc(x) if x>(a+b) then 1/2*f2*(L-x)*(-L*(L-x)+2*L*(L-a-
b)-(L-a-b)^2)/L else 1/2*f2*(L-a-b)^2*(-(L-x)+L)/L end if end
proc;

```

```

Mb6 := proc (x)
    if a + b < x then
        1/2*f2*(L - x)*(-L*(L - x) + 2*L*(L - a - b) - (L - a - b)^2)/L
    else 1/2*f2*(L - a - b)^2*x/L
    end if
end proc

```

```
> Mb:=Mb1+Mb2+Mb3+Mb4+Mb5+Mb6+Mv:
```

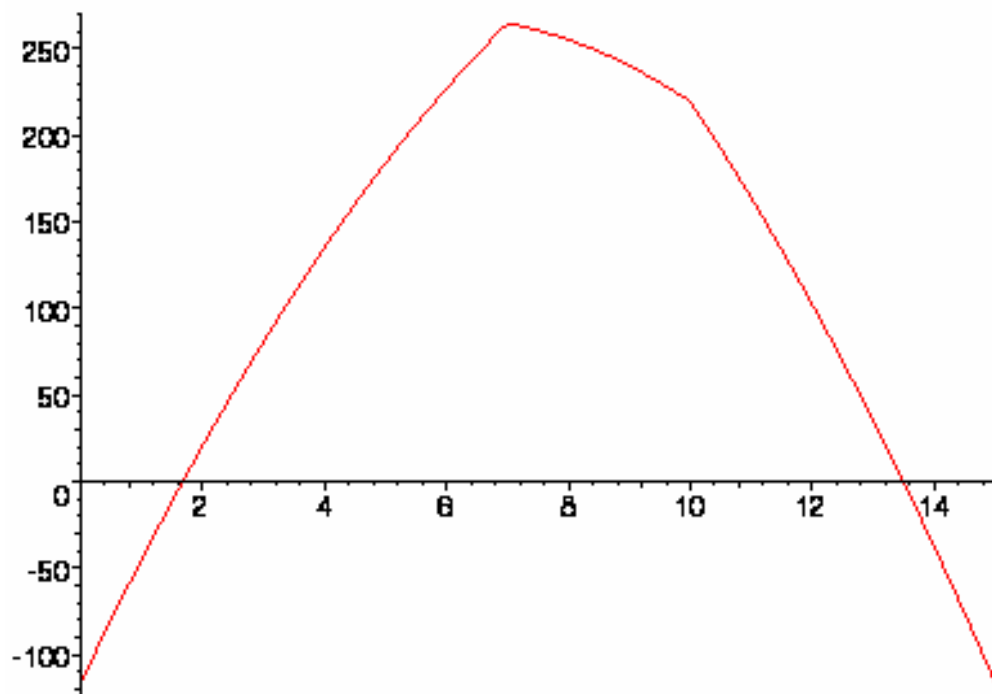
```
> Mb(0); Mb(a); Mb(L);
```

-116.

264.3333333

-116.

```
> plot(Mb,0..L);
```



```
> MMax:=-1000; NrPoints:=10000;
```

MMax := -1000

NrPoints := 10000

```
> for i from 0 by 1 to NrPoints do x:=i*L/NrPoints;
```

```
Mb:=Mb1(x)+Mb2(x)+Mb3(x)+Mb4(x)+Mb5(x)+Mb6(x)+Mv;
```

```
MMax:=`if`(Mb > MMax, Mb, MMax) end do;
```

```
> Maxmoment:=MMax;
```

Maxmoment := 264.3300293

```
> #ROTATIE
```

```
> phi1:=proc(x) if x<a then -1/6*F1*(a-L)*(3*x^2+a^2-
2*a*L)/(EI*L) else -1/6*(3*x^2-6*x*L+a^2+2*L^2)*F1*a/(EI*L)
end if end proc;
```



```

phi1 := proc (x)
    if x < a then -1/6×F1×(a - L)×(3×x^2 + a^2 - 2×L×a)/(EI×L)
    else -1/6×(3×x^2 - 6×L×x + a^2 + 2×L^2)×F1×a/(EI×L)
    end if
end proc

> phi2:=proc(x) if x<(a+b) then -1/6×F2×((a+b)-
L)×(3×x^2+(a+b)^2-2×(a+b)×L)/(EI×L) else -1/6×(3×x^2-
6×x×L+(a+b)^2+2×L^2)×F2×(a+b)/(EI×L) end if end proc;
phi2 := proc (x)
    if x < a + b then
        -1/6×F2×(a + b - L)×(3×x^2 + (a + b)^2 - 2×(a + b)×L)/(EI×L)
    else -1/6×(3×x^2 - 6×L×x + (a + b)^2 + 2×L^2)×F2×(a + b)/(EI×L)
    end if
end proc

> phi3:=proc(x) -1/24×q×B/EI×(L^3-6×L×x^2+4×x^3)end proc;
phi3 := proc (x) -1/24×q×B×(L^3 - 6×L×x^2 + 4×x^3)/EI end proc

> phi4:=proc(x) -1/24×f3/EI×(L^3-6×L×x^2+4×x^3)end proc;
phi4 := proc (x) -1/24×f3×(L^3 - 6×L×x^2 + 4×x^3)/EI end proc

> phi5:=proc(x) if x<a then -1/24×f1×(4×x^3×L-
12×a×x^2×L+6×a^2×x^2-4×a^3×L+a^4+4×a^2×L^2)/L/EI else -
1/24×f1×a^2×(6×x^2-12×x×L+a^2+4×L^2)/L/EI end if end proc;
phi5 := proc (x)
    if x < a then -1/24×f1×
        (4×x^3×L - 12×a×x^2×L + 6×a^2×x^2 - 4×a^3×L + a^4 + 4×a^2×L^2)/(L
        ×EI)
    else -1/24×f1×a^2×(6×x^2 - 12×L×x + a^2 + 4×L^2)/(L×EI)
    end if
end proc

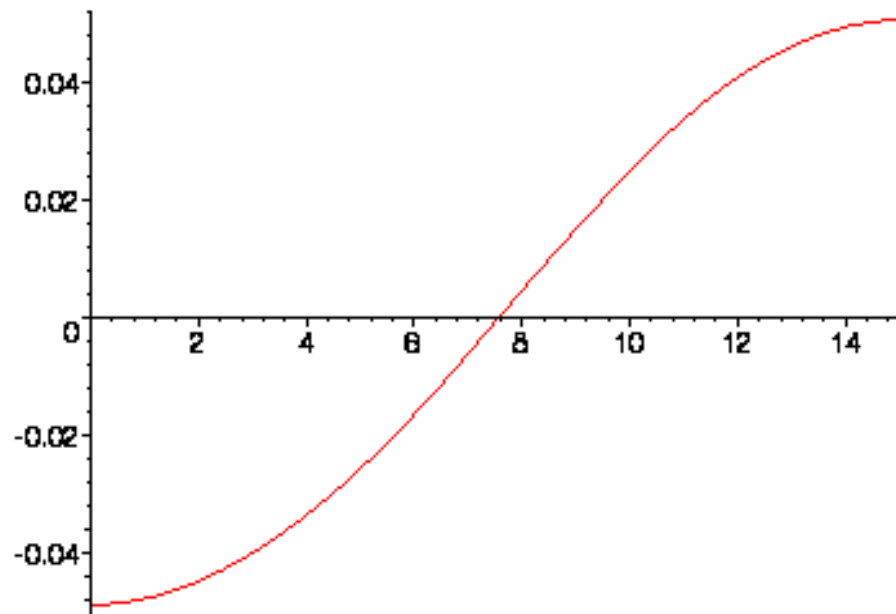
> phi6:=proc(x) if x>(a+b) then -1/24×f2×(4×(L-x)^3×L-12×(L-a-
b)×(L-x)^2×L+6×(L-a-b)^2×(L-x)^2-4×(L-a-b)^3×L+(L-a-b)^4+4×(L-
a-b)^2×L^2)/L/EI else -1/24×f2×(L-a-b)^2×(6×(L-x)^2-12×(L-
x)×L+(L-a-b)^2+4×L^2)/L/EI end if end proc;
phi6 := proc (x)
    if a + b < x then -1/24×f2×(4×(L - x)^3×L - 12×(L - a - b)×(L - x)^2×L
        + 6×(L - a - b)^2×(L - x)^2 - 4×(L - a - b)^3×L + (L - a - b)^4
        + 4×(L - a - b)^2×L^2)/(L×EI)
    else -1/24×f2×(L - a - b)^2×
        (6×(L - x)^2 - 12×L×(L - x) + (L - a - b)^2 + 4×L^2)/(L×EI)
    end if
end proc

> phi:=phi1+phi2+phi3+phi4+phi5+phi6:
> phi(0); phi(a); phi(L);
-0.4884026983
-0.006200936507

```

.05044115873

> **plot(phi,0..L);**



>

> **#ZAKKING**

> **delta1:=proc(x) if x<a then 1/6*F1*(a-L)*x*(x^2+a^2-2*a*L)/(EI*L) else 1/6*(x^3-3*x^2*L+x*a^2+2*x*L^2-L*a^2)*F1*a/(EI*L) end if end proc;**

$\delta_1 := \text{proc}(x)$

if $x < a$ **then** $1/6 \times F1 \times (a - L) \times x \times (x^2 + a^2 - 2 \times L \times a) / (EI \times L)$

else $1/6 \times (x^3 - 3 \times L \times x^2 + x \times a^2 + 2 \times x \times L^2 - L \times a^2) \times F1 \times a / (EI \times L)$

end if

end proc

> **delta2:=proc(x) if x<(a+b) then 1/6*F2*((a+b)-L)*x*(x^2+(a+b)^2-2*(a+b)*L)/(EI*L) else 1/6*(x^3-3*x^2*L+x*(a+b)^2+2*x*L^2-L*(a+b)^2)*F2*(a+b)/(EI*L) end if end proc;**

$\delta_2 := \text{proc}(x)$

if $x < a + b$ **then**

$1/6 \times F2 \times (a + b - L) \times x \times (x^2 + (a + b)^2 - 2 \times (a + b) \times L) / (EI \times L)$

else $1/6 \times (x^3 - 3 \times L \times x^2 + x \times (a + b)^2 + 2 \times x \times L^2 - L \times (a + b)^2) \times F2 \times (a + b) / (EI \times L)$

end if

end proc

> **delta3:=proc(x) 1/24*q*B*x/EI*(L^3-2*L*x^2+x^3)end proc;**

$\delta_3 := \text{proc}(x) 1/24 \times q \times B \times x \times (L^3 - 2 \times L \times x^2 + x^3) / EI \text{ end proc}$

> **delta4:=proc(x) 1/24*f3*x/EI*(L^3-2*L*x^2+x^3)end proc;**

$\delta_4 := \text{proc}(x) 1/24 \times f_3 \times x \times (L^3 - 2 \times L \times x^2 + x^3) / EI \text{ end proc}$

```

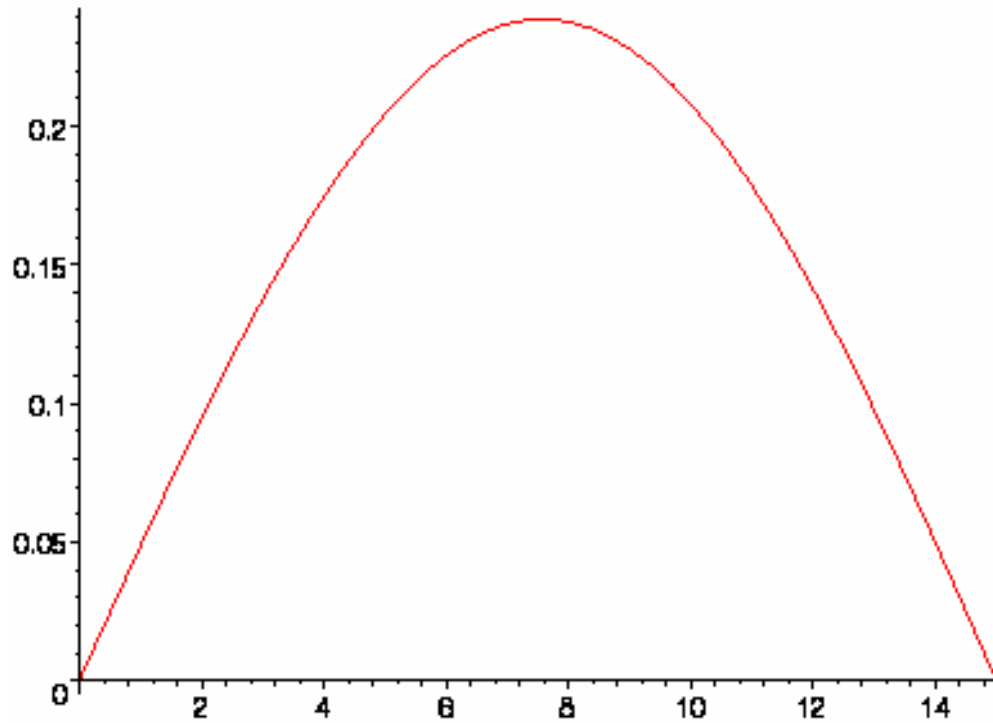
> delta5:=proc(x) if x<a then 1/24*f1*x*(x^3*L-
4*a*x^2*L+2*a^2*x^2-4*a^3*L+a^4+4*a^2*L^2)/L/EI else
1/24*f1*a^2*(2*x^3-6*x^2*L+x*a^2+4*x*L^2-L*a^2)/L/EI end if
end proc;
δ5 := proc(x)
    if x < a then 1/24×f1×x×
        (x^3×L - 4×a×x^2×L + 2×a^2×x^2 - 4×a^3×L + a^4 + 4×a^2×L^2)/(L×EI
        )
    else 1/24×f1×a^2×(2×x^3 - 6×L×x^2 + x×a^2 + 4×x×L^2 - L×a^2)/(L×EI)
    end if
end proc

> delta6:=proc(x) if x>(a+b) then 1/24*f2*(L-x)*((L-x)^3*L-
4*(L-a-b)*(L-x)^2*L+2*(L-a-b)^2*(L-x)^2-4*(L-a-b)^3*L+(L-a-
b)^4+4*(L-a-b)^2*L^2)/L/EI else 1/24*f2*(L-a-b)^2*(2*(L-x)^3-
6*(L-x)^2*L+(L-x)*(L-a-b)^2+4*(L-x)*L^2-L*(L-a-b)^2)/L/EI end
if end proc;
δ6 := proc(x)
    if a + b < x then 1/24×f2×(L - x)×((L - x)^3×L - 4×(L - a - b)×(L - x)^2×L
        + 2×(L - a - b)^2×(L - x)^2 - 4×(L - a - b)^3×L + (L - a - b)^4
        + 4×(L - a - b)^2×L^2)/(L×EI)
    else 1/24×f2×(L - a - b)^2×(2×(L - x)^3 - 6×(L - x)^2×L
        + (L - x)×(L - a - b)^2 + 4×(L - x)×L^2 - L×(L - a - b)^2)/(L×EI)
    end if
end proc

> delta:=delta1+delta2+delta3+delta4+delta5+delta6:
> delta(0); delta(a); delta(L);
0.
.2370164444
0.

> plot(delta,0..L);

```



```
> Max:=0.0; NrPoints:=10000;
```

```
Max := 0.
```

```
NrPoints := 10000
```

```
> for i from 0 by 1 to NrPoints do x:=i*L/NrPoints;
delta:=delta1(x)+delta2(x)+delta3(x)+delta4(x)+delta5(x)+delta
6(x); Max:='if'(delta > Max, delta, Max) end do:
> deltamax:=Max;
```

```
deltamax := .2387923066
```

```
>
```

BIJLAGE 15

VOORBEELDBEREKENING LIGGER MET SPARING TER PLAATSE VAN HET EIND VAN DE PLAAT

```

> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined

> #De puntlast (kN)
> F1:=220.1:
> #De lengte van de ligger (m)
> L:=18.0:
> #De lengte van de oplegging tot de puntlast (m)
> a:=2.4:
> #De vloerbelasting op de plaat (kN/m2)
> q:=5.9:
> #De belasting van de naastgelegen plaat aan de zijde van de
puntlast (kN/m)
> f1:=0:
> #De belasting van de naastgelegen plaat aan de overzijde van
de puntlasten (kN/m)
> f3:=0:
> #De breedte van de plaat (m)
> B:=1.2:
> #De waarde van EI (kNm2)
> EI:=35000:
> #Moment ten gevolge van de voorspanning(kNm) (let op!, vul
hier een negatief getal in)
> Mv:=-324:
>
> #WRINGMOMENTEN
> Mw1:=proc(x) if x<a then 1/2*F1*B*(L-a)/L else -1/2*F1*B*a/L
end if end proc;
    Mw1 := proc (x) if x < a then 1/2×F1×B×(L − a)/L else −1/2×F1×B×a/L end if end proc

> Mw2:=proc(x) 1/2*f3*B*(1/2*L-x)end proc;
    Mw2 := proc (x) 1/2×f3×B×(1/2×L − x) end proc

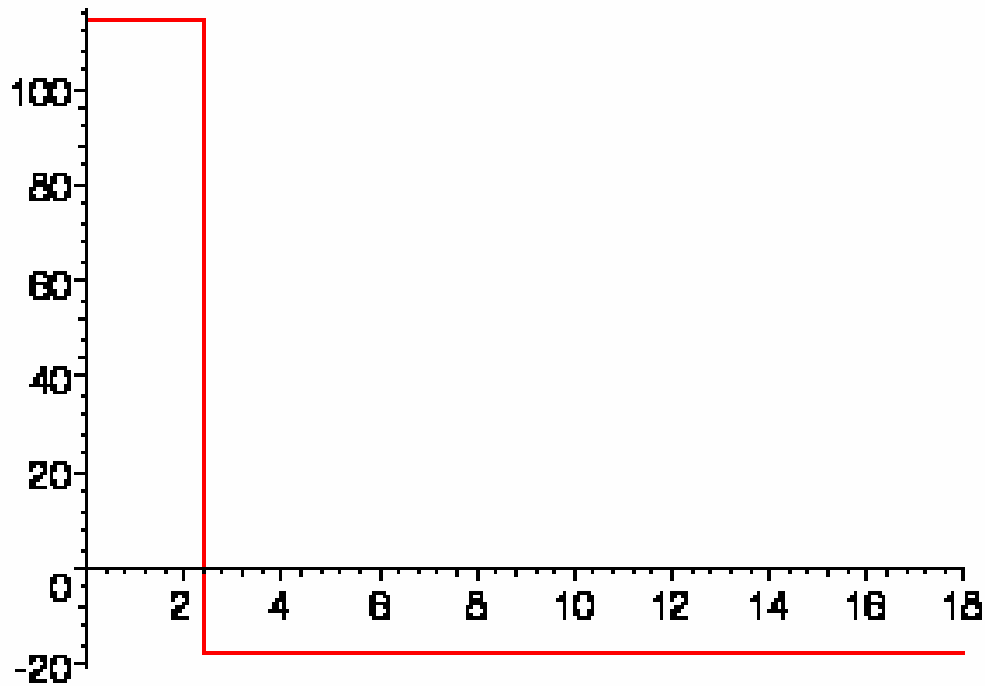
> Mw3:=proc(x) if x<a then 1/4*f1*B*(-2*L*x+2*L*a-a^2)/L else -
1/4*f1*B*a^2/L end if end proc;
    Mw3 := proc (x)
        if x < a then 1/4×f1×B×(−2×L×x + 2×L×a − a^2)/L
        else −1/4×f1×B×a^2/L
        end if
    end proc

> Mw:=Mw1+Mw2+Mw3:
> Mw(0); Mw(a); Mw(L);

114.4520000
-17.60800000
-17.60800000

> plot(Mw,0..L);

```



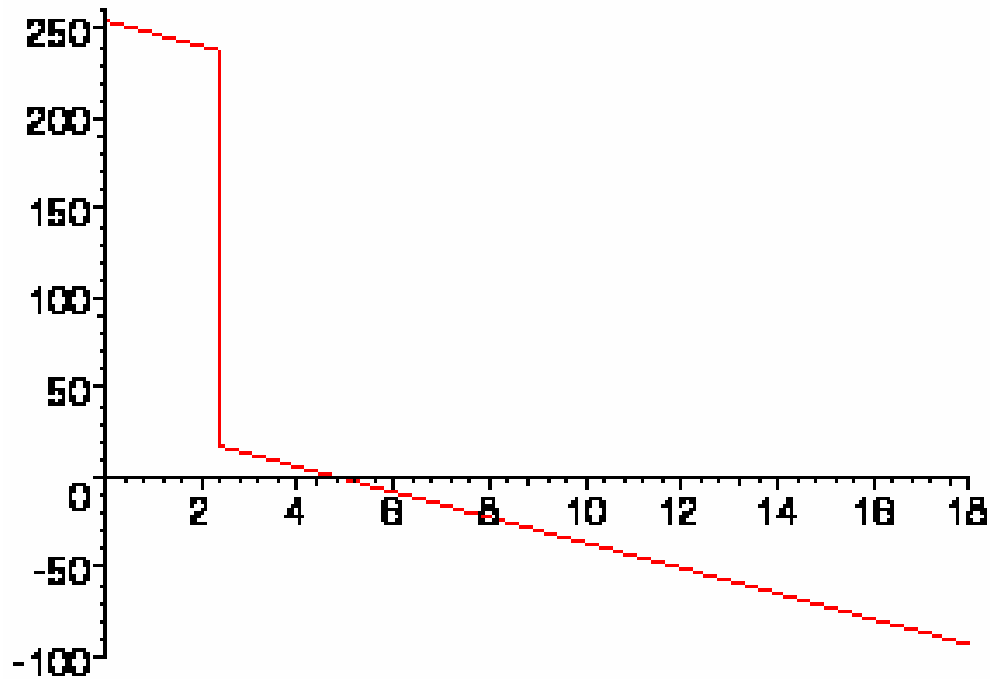
```

>
> #DWARSKRACHTEN
>
> Vb1:=proc(x) if x<a then F1*(L-a)/L else -F1*a/L end if end
proc;
      Vb1 := proc (x) if x < a then F1*(L - a)/L else -F1*a/L end if end proc
> Vb2:=proc(x) 1/2*q*B*(L-2*x)end proc;
      Vb2 := proc (x) 1/2*q*B*(L - 2*x) end proc
> Vb3:=proc(x) 1/2*f3*(L-2*x)end proc;
      Vb3 := proc (x) 1/2*f3*(L - 2*x) end proc
> Vb4:=proc(x) if x<a then 1/2*f1*(-2*L*x+2*L*a-a^2)/L else -
1/2*f1*a^2/L end if end proc;
      Vb4 := proc (x)
        if x < a then 1/2*f1*(-2*L*x + 2*L*a - a^2)/L else -1/2*f1*a^2/L end if
      end proc

> Vb:=Vb1+Vb2+Vb3+Vb4:
> Vb(0); Vb(a); Vb(L);
      254.4733333
      17.38133333
      -93.06666667

> plot(Vb,0..L);

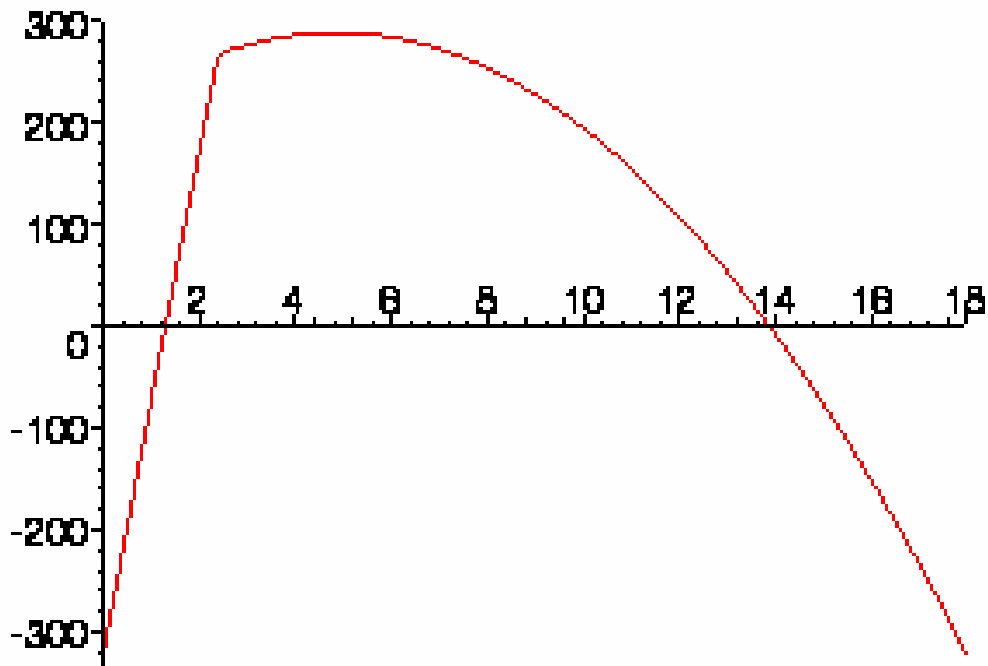
```



```

>
> #MOMENTEN
> Mb1:=proc(x) if x<a then F1*(L-a)*x/L else (-x+L)*F1*a/L end
if end proc;
    Mb1 := proc (x) if x < a then F1*(L - a)*x/L else (-x + L)*F1*a/L end if end proc
> Mb2:=proc(x) 1/2*q*B*x*(L-x) end proc;
    Mb2 := proc (x) 1/2*q*B*x*(L - x) end proc
> Mb3:=proc(x) 1/2*f3*x*(L-x) end proc;
    Mb3 := proc (x) 1/2*f3*x*(L - x) end proc
> Mb4:=proc(x) if x<a then 1/2*f1*x*(-L*x+2*L*a-a^2)/L else
1/2*f1*a^2*(-x+L)/L end if end proc;
    Mb4 := proc (x)
        if x < a then 1/2*f1*x*(-L*x + 2*L*a - a^2)/L
        else 1/2*f1*a^2*(-x + L)/L
        end if
    end proc
> Mb:=Mb1+Mb2+Mb3+Mb4+Mv:
> Mb(0); Mb(a); Mb(L);
    -324.
    266.3456000
    -324.
> plot(Mb,0..L);

```

```

> MMax:=0.0; NrPoints:=10000;
                                MMax := 0.
                                NrPoints := 10000

> for i from 0 by 1 to NrPoints do x:=i*L/NrPoints;
Mb:=Mb1(x)+Mb2(x)+Mb3(x)+Mb4(x)+Mv; MMax:=`if`(Mb > MMax, Mb,
MMax) end do;
> Maxmoment:=MMax;
                                Maxmoment := 287.6811043

> #ROTATIE
> phi1:=proc(x) if x<a then -1/6*F1*(a-L)*(3*x^2+a^2-
2*a*L)/(EI*L) else -1/6*(3*x^2-6*x*L+a^2+2*L^2)*F1*a/(EI*L)
end if end proc;
phi1 := proc(x)
    if x < a then -1/6×F1×(a - L)×(3×x^2 + a^2 - 2×L×a)/(EI×L)
    else -1/6×(3×x^2 - 6×L×x + a^2 + 2×L^2)×F1×a/(EI×L)
    end if
end proc

> phi2:=proc(x) -1/24*q*B/EI*(L^3-6*L*x^2+4*x^3)end proc;
phi2 := proc(x) -1/24×q×B×(L^3 - 6×L×x^2 + 4×x^3)/EI end proc

> phi3:=proc(x) -1/24*f3/EI*(L^3-6*L*x^2+4*x^3)end proc;
phi3 := proc(x) -1/24×f3×(L^3 - 6×L×x^2 + 4×x^3)/EI end proc

> phi4:=proc(x) if x<a then -1/24*f1*(4*x^3*L-
12*a*x^2*L+6*a^2*x^2-4*a^3*L+a^4+4*a^2*L^2)/L/EI else -
1/24*f1*a^2*(6*x^2-12*x*L+a^2+4*L^2)/L/EI end if end proc;

```

```

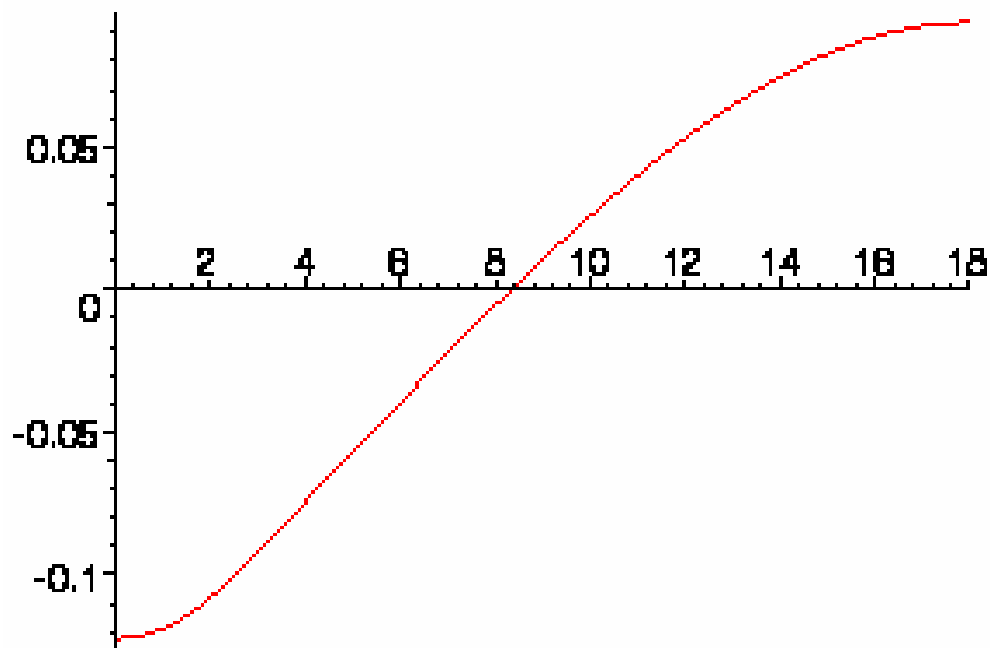
phi4 := proc (x)
  if x < a then -1/24*f1*
    (4*x^3*L - 12*a*x^2*L + 6*a^2*x^2 - 4*a^3*L + a^4 + 4*a^2*L^2)/(L
    *EI)
  else -1/24*f1*a^2*(6*x^2 - 12*L*x + a^2 + 4*L^2)/(L*EI)
  end if
end proc

> phi4 := proc (x) if x < a then -1/24*f1*(4*x^3*L-
12*a*x^2*L+6*a^2*x^2-4*a^3*L+a^4+4*a^2*L^2)/(L*EI) else -
1/24*f1*a^2*(6*x^2-12*L*x+a^2+4*L^2)/(L*EI) end if end proc;
phi4 := proc (x)
  if x < a then -1/24*f1*
    (4*x^3*L - 12*a*x^2*L + 6*a^2*x^2 - 4*a^3*L + a^4 + 4*a^2*L^2)/(L
    *EI)
  else -1/24*f1*a^2*(6*x^2 - 12*L*x + a^2 + 4*L^2)/(L*EI)
  end if
end proc

> phi:=phi1+phi2+phi3+phi4:
> phi(0); phi(a); phi(L);
      -.1224047086
      -.1019312549
      .09362820571

> plot(phi,0..L);

```



>

```

> #ZAKKING
> delta1:=proc(x) if x<a then 1/6*F1*(a-L)*x*(x^2+a^2-
2*a*L)/(EI*L) else 1/6*(x^3-3*x^2*L+x*a^2+2*x*L^2-
L*a^2)*F1*a/(EI*L) end if end proc;
δ1 :=proc(x)
  if x < a then 1/6×F1×(a - L)×x×(x^2 + a^2 - 2×L×a)/(EI×L)
  else 1/6×(x^3 - 3×L×x^2 + x×a^2 + 2×x×L^2 - L×a^2)×F1×a/(EI×L)
  end if
end proc

> delta2:=proc(x) 1/24*q*B*x/EI*(L^3-2*L*x^2+x^3)end proc;
δ2 :=proc(x) 1/24×q×B×x×(L^3 - 2×L×x^2 + x^3)/EI end proc

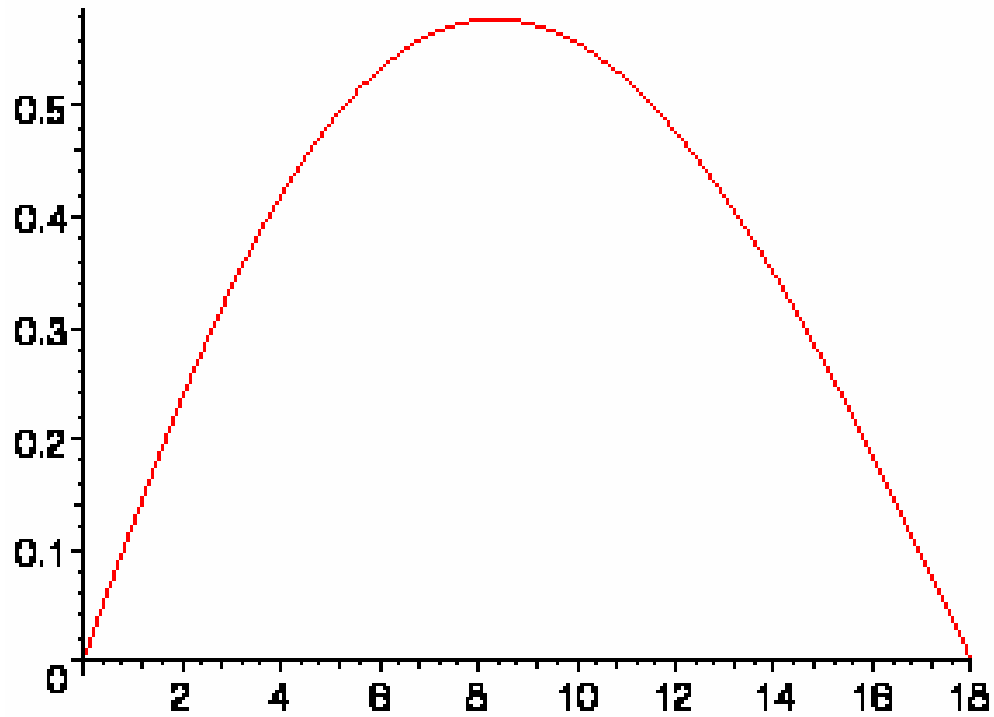
> delta3:=proc(x) 1/24*f3*x/EI*(L^3-2*L*x^2+x^3)end proc;
δ3 :=proc(x) 1/24×f3×x×(L^3 - 2×L×x^2 + x^3)/EI end proc

> delta4:=proc(x) if x<a then 1/24*f1*x*(x^3*L-
4*a*x^2*L+2*a^2*x^2-4*a^3*L+a^4+4*a^2*L^2)/L/EI else
1/24*f1*a^2*(2*x^3-6*x^2*L+x*a^2+4*x*L^2-L*a^2)/L/EI end if
end proc;
δ4 :=proc(x)
  if x < a then 1/24×f1×x×
    (x^3×L - 4×a×x^2×L + 2×a^2×x^2 - 4×a^3×L + a^4 + 4×a^2×L^2)/(L×EI
    )
  else 1/24×f1×a^2×(2×x^3 - 6×L×x^2 + x×a^2 + 4×x×L^2 - L×a^2)/(L×EI)
  end if
end proc

> delta:=delta1+delta2+delta3+delta4:
> delta(0); delta(a); delta(L);
0.
.2772993244
0.

> plot(delta,0..L);

```



```
> Max:=0.0; NrPoints:=10000;
```

```
Max := 0.
```

```
NrPoints := 10000
```

```
> for i from 0 by 1 to NrPoints do x:=i*L/NrPoints;
delta:=delta1(x)+delta2(x)+delta3(x)+delta4(x);
Max:='if'(delta > Max, delta, Max) end do:
> deltamax:=Max;
```

```
deltamax := .5783525522
```

```
>
```

BIJLAGE 16

BEPALING GROOTSTE SPANNINGEN EN RICHTING MET MAPLE

```

> with(linalg):
> #sigma(xx)  sigma(xy)  sigma(xz)
> #sigma(yx)  sigma(yy)  sigma(yz)
> #sigma(zx)  sigma(zy)  sigma(zz)
>
A:=matrix([[1.80,0.20,0.30],[0.20,1.70,0.40],[0.30,0.40,2.75]]
);

```

$$A := \begin{bmatrix} 1.80 & .20 & .30 \\ .20 & 1.70 & .40 \\ .30 & .40 & 2.75 \end{bmatrix}$$

```

> evalf(Eigenvals(A,vecs));
[1.519364448, 1.742993381, 2.987642175]

```

```

> print(vecs);
[.4355759011  -.8546248829  .2826480959]
[.8818777987  -.3422008884  .3243302347]
[.1804582590  .3905315148  .9027291701]

```

```

>

```

BIJLAGE 17

BEPALING VAN DE STIJFHEDEN VAN DE KANAALPLAAT

Bepaling van de spanningen voor een kanaalplaat met n kanalen(VX400)

In te voeren variabelen:

Hoogte bovenflens (t1)	50	mm	BUIGING LOODR. OP DSN	WRINGING	AFSCH. LOODR. OP DSN
Hoogte onderflens (t2)	40	mm	Stijfheid	Stijfheid	stijfheid
Breedte zijflenzen (t3)	60	mm	1,64287E+14 Nmm2	1,34E+14 Nmm2	1037826087 N
breedte middenflenzen (t4)	60	mm			
breedte kanalen (b)	215	mm	Spanning onderkant onderflens	Spanning midden bovenflens	spanning in midden van lijf
hoogte kanalen (h)	310	mm	0,180243528 N/mm2	0,114251 N/mm2	0,042406248 N/mm2
aantal kanalen (n)	4				
Elasticiteitsmodulus beton	35000	N/mm2	Spanning bovenkant bovenflens	Spanning midden onderflens	
Moment in lengte richting (Mx)	4	kNm	0,168469602 N/mm2	0,142814 N/mm2	
Moment in breedte richting (My)	5	kNm/m			
Wringmoment (Mw)	4	kNm		Spanning zijflens	
Dwarskracht in lengte richting (Vx)	4	kN		0,075166 N/mm2	
Dwarskracht in breedte richting (Vy)	1	kN/m			
v	0,15				
Glijdingsmodulus (G)	15217,39	N/mm2	BUIGING EVENW. AAN DSN		AFSCH. EVENW. AAN DSN
Stijfheid Beton (D)	35805,63	N/mm2	Stijfheid (per eenheid van lengte)		stijfheid
			1,0084E+11 Nmm		40362,62666 (N/mm)
			Spanning onderkant onderflens		Spanning midden bovenflens
			0,38565102 N/mm2		0,016199627 N/mm2
			Spanning bovenkant bovenflens		Spanning midden onderflens
			0,317197964 N/mm2		0,017250467 N/mm2