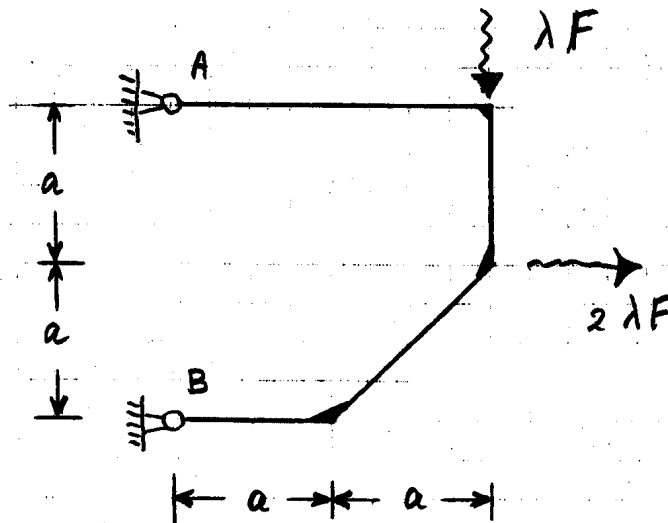


Tentamen Plasticiteitsleer CT4150
18 december 2001; 09.00-12.00 uur

WAARDERING: Achter elke vraag is het aantal punten vermeld, dat bij een goede beantwoording behaald kan worden.

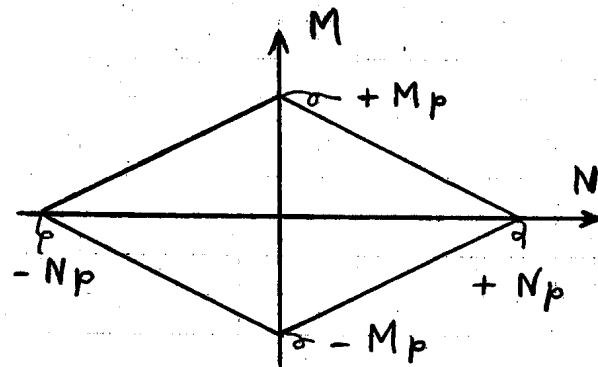
Opgave 1



Een raamwerk, volgens bovenstaand schema, is opgebouwd uit vier balken, die stijf met elkaar verbonden zijn. Het raamwerk is in de punten A en B scharnierend opgelegd. De constructie wordt belast door twee puntlasten: λF en $2\lambda F$.

Voor alle balken is nevenstaande vloeicontour van kracht. De invloed van dwarskracht op de vloeicontour wordt verwaarloosd en knik blijft buiten beschouwing.

Tussen het volplastisch moment M_p en de volplastische normaalkracht N_p bestaat het volgende verband:



$$N_p = \beta \cdot M_p / a$$

Vragen voor het geval $\beta \rightarrow \infty$:

- Bepaal voor elk mogelijk mechanisme de bezwijkbelasting λF , uitgedrukt in M_p en a . Welk mechanisme is maatgevend en hoe groot is de werkelijke bezwijkbelasting? ($w = 1,5$)
- Teken voor de gehele constructie de momenten- en normaalkrachtenlijn op het ogenblik van bezwijken. ($w = 1$)

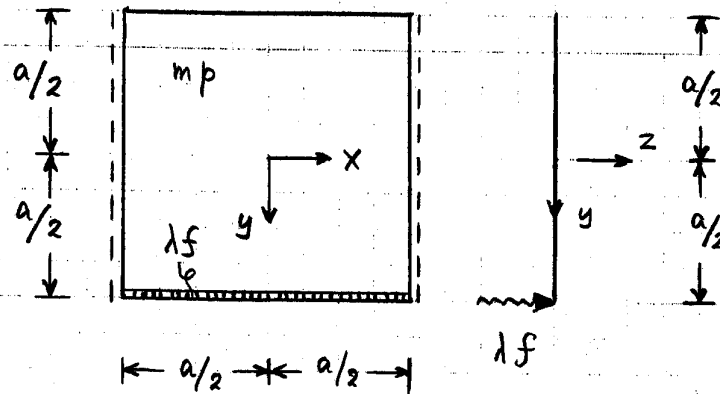
Vraag voor het geval $\beta = 3$:

- Bepaal naar keuze een zo laag mogelijke bovengrens óf een zo hoog mogelijke ondergrens van λF , met het maatgevende mechanisme van vraag a) als uitgangspunten. ($w = 2,5$)

Tentamen Plasticiteitsleer CT4150
18 december 2001; 09.00-12.00 uur

WAARDERING: Achter elke vraag is het aantal punten vermeld, dat bij een goede beantwoording behaald kan worden.

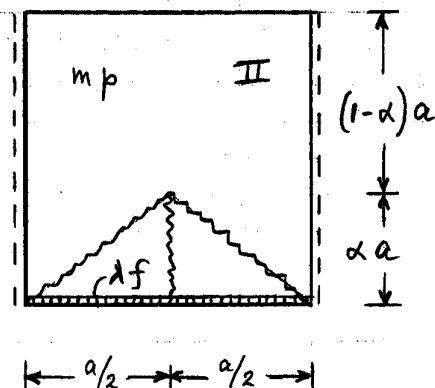
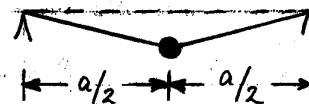
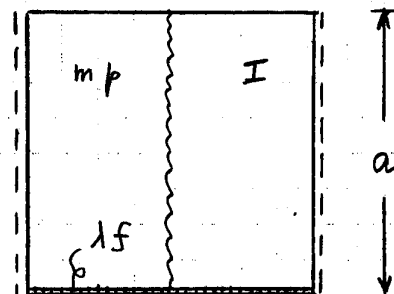
Opgave 2



Een vierkante plaat, volgens bovenstaand schema, met zijde a , is langs de randen $x = \pm a/2$ vrij opgelegd. De randen $y = \pm a/2$ zijn vrij zwevend. De plaat wordt t.p.v. de rand $y = +a/2$ belast door een gelijkmatig verdeelde lijnlast λf [kracht/length]. De plaat is homogeen en isotroop met plaatvloeiementen m_p .

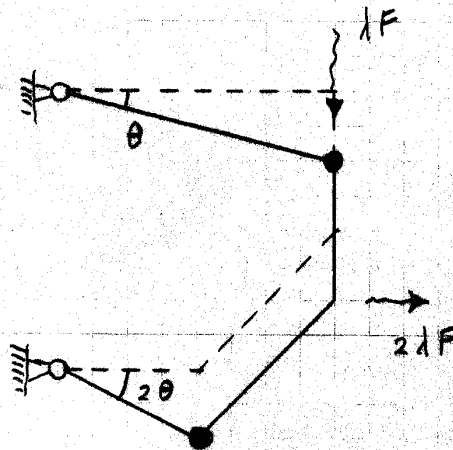
Vragen

- Bepaal m.b.v. vloeilijnenpatroon I een bovengrens van λf , uitgedrukt in m_p en a . ($w = 1$)
- Bereken m.b.v. vloeilijnenpatroon II een bovengrens van λf als functie van de parameter α . Bepaal de optimale waarde van α en de bijbehorende grootte van λf . ($w = 1,5$)
- Bepaal een zo hoog mogelijke ondergrens van λf door de belasting te dragen m.b.v. wringingsloze ($m_{xy} = 0$) balken in x - en y -richting. ($w = 2,5$)



Opgave 1

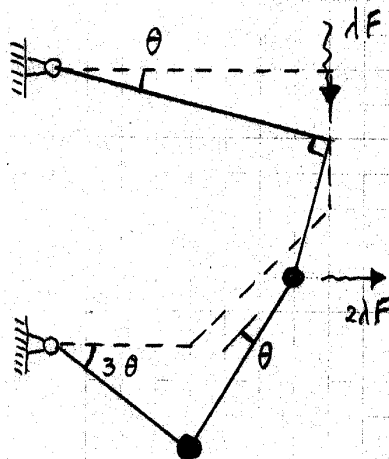
a)



$$A = \lambda F \cdot 2a\theta$$

$$E = M_p(\theta + 2\theta) = 3M_p\theta$$

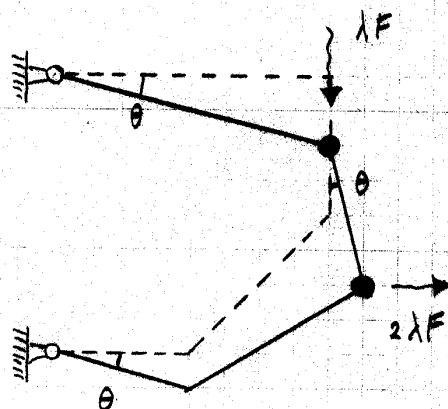
$$\lambda F = \frac{3}{2} \frac{M_p}{a}$$



$$A = \lambda F 2a\theta - 2\lambda F a\theta = 0$$

$$E = M_p(2\theta + 4\theta) = 6M_p\theta$$

$$\lambda F = \infty \frac{M_p}{a}$$



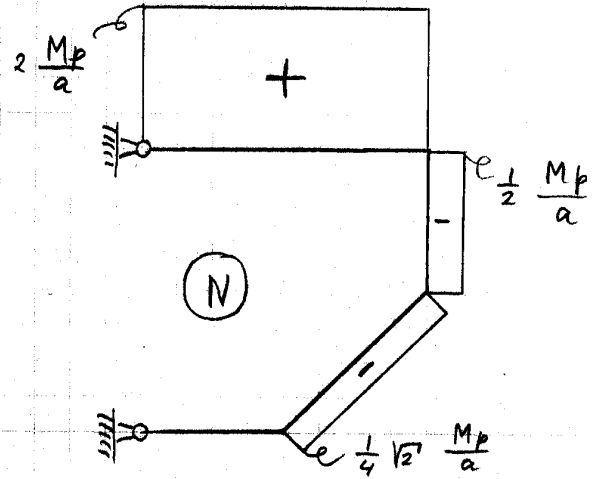
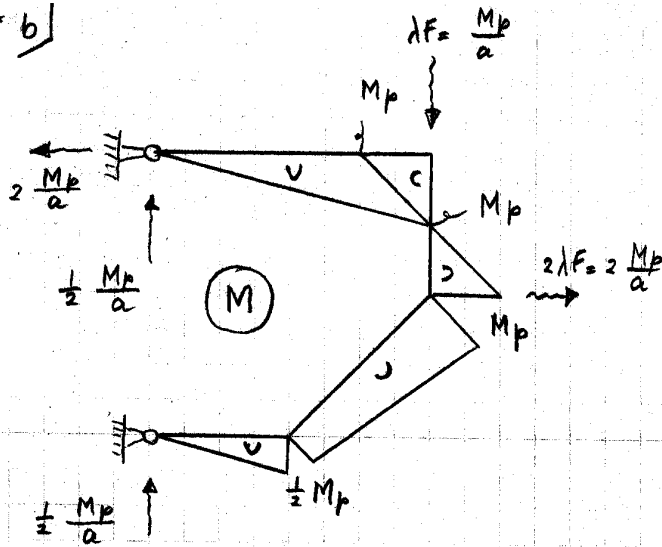
$$A = \lambda F 2a\theta + 2\lambda F a\theta = 4\lambda F a\theta$$

$$E = M_p(2\theta + 2\theta) = 4M_p\theta$$

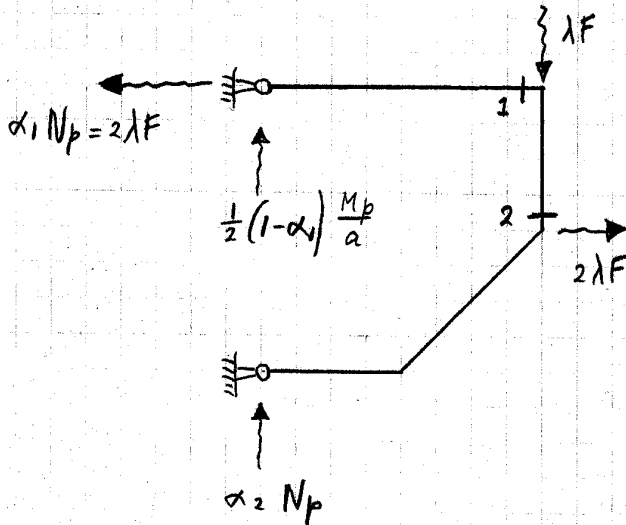
$$\lambda F = \frac{M_p}{a}$$

↑ maat gerend

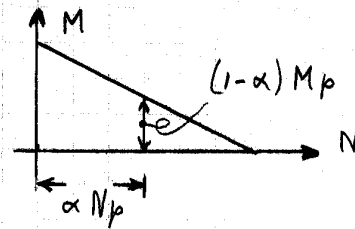
b)



c) Ondergrens



Punten 1 en 2 op
vloeicontour !



$$M_2 = (1 - \alpha_2) M_p = \alpha_2 N_p \cdot 2a$$

$$(1 - \alpha_2) M_p = \alpha_2 \cdot 3 \frac{M_p}{a} \cdot 2a \rightarrow 1 - \alpha_2 = 6 \alpha_2 \rightarrow$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{7}$$

$$M_2 = (1 - \alpha_2) M_p = \alpha_1 N_p a - \frac{1}{2} (1 - \alpha_1) \frac{M_p}{a} \cdot 2a$$

$$1 - \alpha_2 = 3 \alpha_1 - 1 + \alpha_1 \rightarrow 4 \alpha_1 = 2 - \alpha_2 \rightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{13}{28}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 2 \lambda F = \alpha_1 N_p = \frac{13}{28} \cdot 3 \frac{M_p}{a}$$

$$\lambda F = \frac{39}{56} \frac{M_p}{a}$$

c) Boven grens

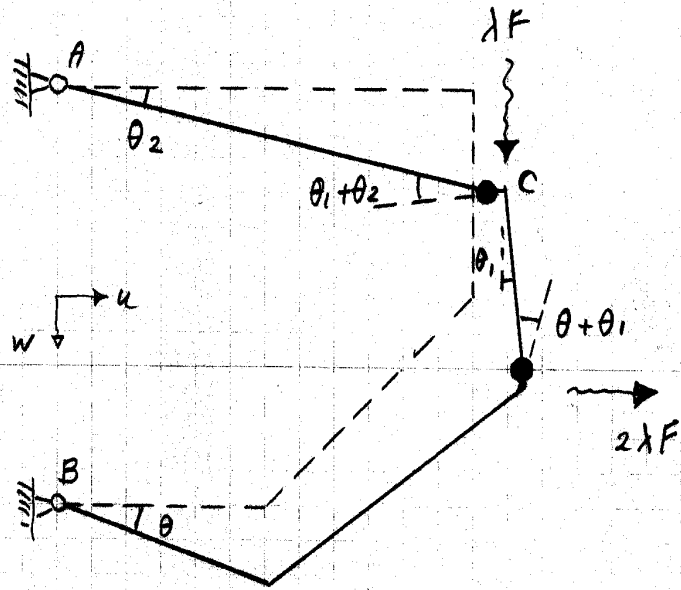
normaliteit :

$$u : \theta = M_p : N_p$$

$$u = \frac{M_p}{N_p} \theta$$

$$N_p = \beta \frac{M_p}{a}$$

$$u = \frac{1}{\beta} a \theta = \frac{1}{3} a \theta$$



2 geometrische vergelijkingen om θ_1 en θ_2 in θ uit te drukken

$$W_C = 2a\theta_2 = 2a\theta + \frac{1}{3}a(\theta + \theta_1)$$

$$-\theta_1 + 6\theta_2 = 7\theta \quad \text{--- ①}$$

$$u_C = \frac{1}{3}a(\theta_1 + \theta_2) = a\theta - a\theta_1$$

$$4\theta_1 + \theta_2 = 3\theta \quad \text{--- ②}$$

$$4 \times \text{①} + \text{②} \rightarrow 25\theta_2 = 31\theta \Rightarrow \boxed{\theta_2 = \frac{31}{25}\theta}$$

$$\theta_1 = 6\theta_2 - 7\theta = \frac{186 - 175}{25}\theta = \frac{11}{25}\theta \Rightarrow \boxed{\theta_1 = \frac{11}{25}\theta}$$

Arbeids beschouwing :

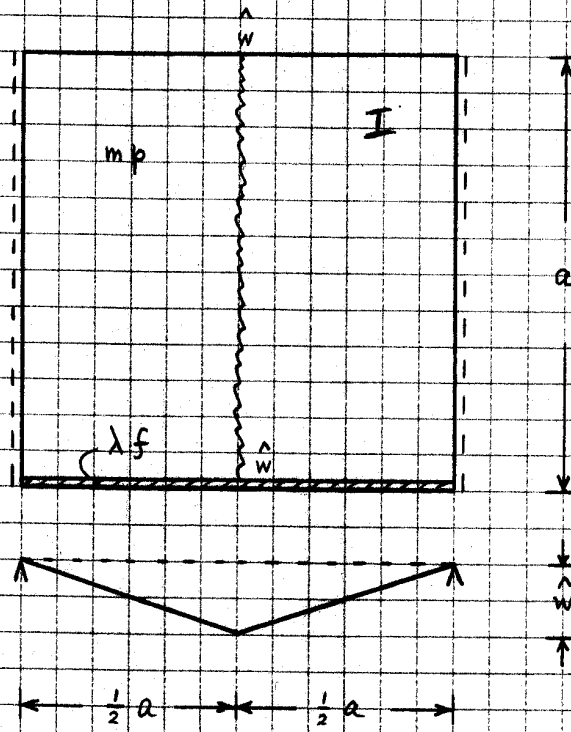
$$A = \lambda F \cdot 2a \cdot \frac{31}{25}\theta + 2\lambda F \cdot a\theta = \frac{112}{25}\lambda F a \theta$$

$$E = M_p \left(\frac{42}{25}\theta + \frac{36}{25}\theta \right) = \frac{78}{25}M_p \cdot \theta$$

$$A = E \rightarrow \boxed{\lambda F = \frac{39}{56} \frac{M_p}{a}}$$

Op gawe 2

a)



arbeid belasting

$$\frac{1}{2} \lambda f a \hat{w}$$

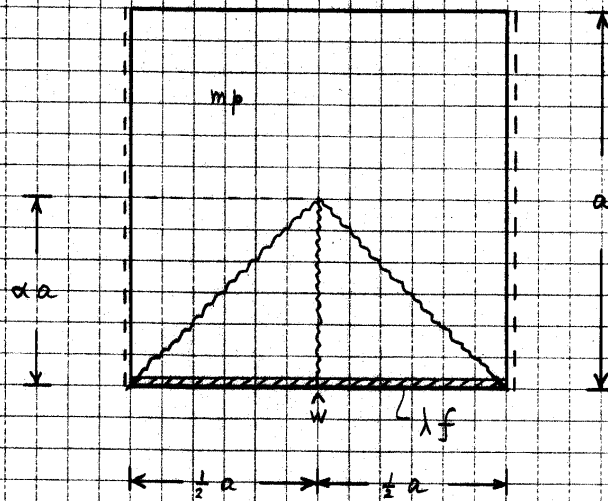
gedissipeerde energie

$$4 mp \cdot \hat{w}$$

draagkracht

$$\lambda f = 8 \frac{mp}{a}$$

vloeilijnenpatroon III



arbeid belasting

$$\frac{1}{2} \lambda f a \hat{w}$$

gedissipeerde energie

$$(8\alpha + \frac{1}{\alpha}) m \hat{w}$$

draagkracht

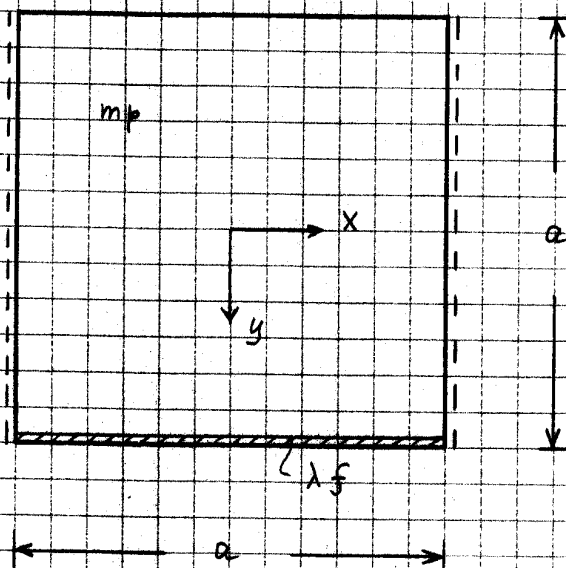
$$\lambda f = (16\alpha + \frac{8}{\alpha}) \frac{m}{a} \quad \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \lambda f = 12 \frac{m}{a}$$

$$\lambda f \text{ is minimaal als } \alpha = \frac{1}{4} \sqrt{2} = 0,354$$

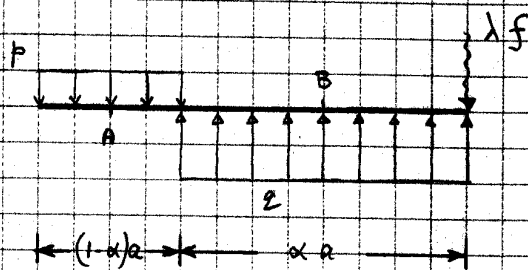
$$\lambda f = 8\sqrt{2} \frac{m}{a} = 11,314 \frac{m}{a}$$

c)

Ondergrens

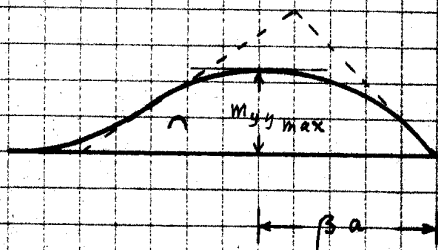


balkje in y-richting



$$\sum T_A = 0 \rightarrow Q = \frac{1+\alpha}{\alpha} \frac{\lambda f}{a}$$

$$\sum T_B = 0 \rightarrow P = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\lambda f}{a}$$



dwarskracht = 0 als

$$\beta a Q = \lambda f \rightarrow \beta = \frac{\alpha}{1+\alpha}$$

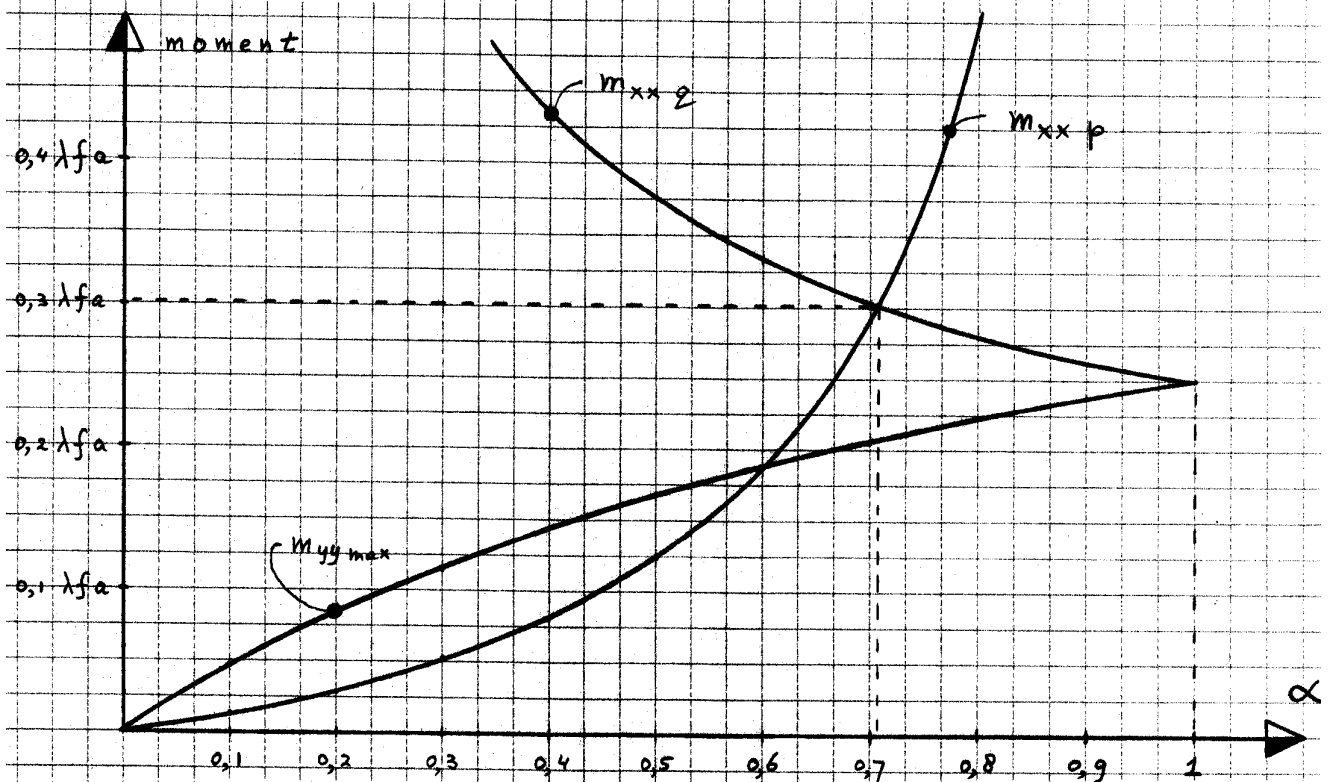
$$M_{yy \max} = - \frac{\alpha}{2(1+\alpha)} \lambda f a$$

balkje in x-richting

$$M_{xx1} = \frac{1}{8} \frac{\alpha}{1-\alpha} \lambda f a$$

$$M_{xx2} = \frac{1}{8} \frac{1+\alpha}{\alpha} \lambda f a$$

ondergrens (vervolg)



optimale oplossing

$$p = q \rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2} = 0,707$$

$$\lambda f = 8 (\sqrt{2} - 1) \frac{mp}{a}$$

$$\lambda f = 3,314 \frac{mp}{a}$$